

SPIRAALTRAPPEN

U.D.C. 69.026.254

Bestudering van moderne literatuur over het probleem, dat de berekening van (monolitische) spiraaltrappen oplevert, aangevuld met een eigen modelonderzoek in het Stevin-laboratorium, heeft tot de conclusie geleid, dat van de in diverse publikaties voorkomende uiteenlopende berekeningsmethoden die van W. Fuchssteiner de meest bevredigende overeenstemming oplevert met de metingsuitkomsten verkregen aan laboratoriummodellen in de vorm van sterk gekromde platte spiraalbalken. Bij werkelijk uitgevoerde trappen zullen de onmisbare treden een extra versterkende factor opleveren; het betreffende modelonderzoek bleef echter, evenals de theoretische behandeling door diverse auteurs, bepaald tot spiraalbalken van gelijkblijvende dwarsdoorsnede.

1 Inleiding

Onder spiraaltrap wordt een wenteltrap verstaan, die in looprichting op slechts enkele plaatsen ondersteund is, gewoonlijk ter plaatse van bovenste en onderste trede.

De publikaties over spiraaltrappen dateren voornamelijk van na 1950, wel een bewijs dat deze constructie de belangstelling heeft van de moderne constructeur.

De berekening, hoewel in principe eenvoudig, blijkt niet gemakkelijk te zijn en vereist veel rekenwerk. Men kan zich afvragen of er een eenvoudige, voor de praktijk bruikbare rekenwijze is te vinden. Deze vraag is de aanleiding geweest tot het hierna te beschrijven onderzoek.

Het materiaal waarin deze trappen worden uitgevoerd is bijna steeds gewapend beton (met of zonder voorspanning), dat voor dit doel zeer geschikt blijkt. Om spiraaltrappen tot hun recht te doen komen is een ruime opzet nodig. Daardoor, en door de bewerkelijke uitvoering is deze constructie niet goedkoop en zij wordt dan ook voornamelijk toegepast in gebouwen voor representatieve doeleinden. In ons land zijn verschillende spiraaltrappen uitgevoerd, ofschoon het aantal Nederlandse publikaties hierover zeer gering is.

Over de naam spiraaltrap kan het volgende worden opgemerkt. Omdat binnen- en buitenrand vrijdragend zijn heeft men deze trap, in navolging van de Duitse benaming, wel „vrijdragende wenteltrap” genoemd. Deze betiteling heeft echter enkele nadelen. Behalve dat hij niet fraai is, kan hij ook verwarring wekken, omdat sommigen hieronder de wenteltrap verstaan die slechts aan één der gebogen zijden vrijdragend is. Bovendien verschilt de krachtsverdeling in spiraaltrappen wezenlijk van die bij de overige wenteltrappen. Bij de eerstgenoemde is de krachtsverdeling namelijk van doorsnede tot doorsnede verschillend, en bij de laatste (afgezien van randstoringen) van doorsnede tot doorsnede gelijk.

Van wege de overeenkomst in vorm én in krachtsverdeling met de ruimtelijke spiraal heeft de betiteling spiraaltrap dan ook meer zin. Engelse en Amerikaanse auteurs zijn kennelijk ook van deze mening en noemen deze constructie helical (of helicoidal) staircase.

Het onderzoek is gedaan in het kader van het door schrijver dezes verrichte afstudeerwerk onder leiding van Prof. Dr. Ir. A. M. HAAS; het Delftse Hogeschoolfonds alsmede de Verkoopsassociatie E.N.C.I.-CEMIJ verleenden zeer gewaardeerde geldelijke steun, terwijl onder gebruikmaking van de faciliteiten van het Stevin-laboratorium het desbetreffende modelonderzoek verricht kon worden.

Lijst van gebruikte notaties

Sommige symbolen zijn weergegeven in figuur 1.

b	breedte van de spiraalbalk.
d	dikte van de spiraalbalk.
r	kromtestraal van de horizontale projectie van de balkas.
α	helling van de spiraalbalk ter plaatse van de balkas.
φ_0	halve openingshoek.
q	de tot een lijnlast samengetrokken gelijkmatig verdeelde belasting per eenheid van.
a	lengte horizontale projectie.
e	excentriciteit van de lijnlast ten opzichte van de balkas.
F	de doorsnede in het midden van de overspanning.
M	moment in O om radiale as, statisch onbepaalde.
K	kracht in O in radiale richting, statisch onbepaalde.
M_x	buigend moment om de radiale as.
M_y	schijfmoment om de as loodrecht op het bovenzvlak van de spiraalbalk.
M_t	wringend moment om de tangentielle as.
Q_x	dwarskracht loodrecht op de helling.
Q_y	horizontale dwarskracht.
N	normaalkracht.
m_x	M_x per eenheid van breedte.
σ_{m_x}	buigspanningen ten gevolge van m_x
σ_{M_y+N}	normaalspanningen ten gevolge van M_y en N gezamenlijk.

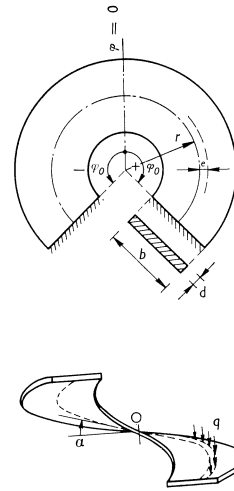


Fig. 1. Schematische plattegrond en aanzicht van een spiraaltrap.

2 Literatuuronderzoek

In dit artikel worden slechts de principes der berekening, zoals in de bestaande publikaties te vinden zijn, en de meest interessante conclusies gegeven.

In het algemeen beschouwt men de spiraaltrap als een gelijkmatig volbelaste schroefvormig gewonden brede balk, aan twee uiteinden volledig ingeklemd en in projectie geheel of gedeeltelijk een cirkel beslaande. Deze ruimtelijke constructie is zesvoudig statisch onbepaald. In het bijzondere geval van een, ten opzichte van het midden van de overspanning (doorsnede F), symmetrische belasting is de constructie slechts tweevoudig statisch onbepaald. In

doorsnede F worden dan namelijk vier der statisch onbepaalden nul. De kortste en duidelijkste verklaring hiervan geven MEASOR en NEW [16]. De beide statisch onbepaalden in punt O blijken te zijn een moment M om de radiale as en een kracht K in radiale richting. Past men dezelfde, op symmetrie-overwegingen berustende redenering toe op verplaatsingen en verdraaiingen, dan blijkt dat juist in de richting van M en K geen verdraaiing of verplaatsing zal optreden.

De beide statisch onbepaalden kunnen worden berekend met behulp van de vormveranderingsleer. De spiraalbalk wordt daartoe ter plaatse van O dwars doorgesneden gedacht in twee „consoles”, terwijl de beide statisch onbepaalden als uitwendige belasting op de vrijgekomen einden van deze consoles werken. De voorwaarde is nu, dat de verplaatsing in de richting van de statisch onbepaalden ten gevolge van alle invloeden tezamen, t.w. belasting en statisch onbepaaldheid, nul moet zijn. Uit deze voorwaarde volgen twee vergelijkingen met als onbekenden de beide statisch onbepaalden. Na het oplossen van die vergelijkingen kunnen de momenten en krachten in elke doorsnede worden berekend door superpositie van drie belastingsgevallen: de gelijkmatig verdeelde belasting werkend over de gehele console, en de beide statisch onbepaalden werkend op het vrije einde (= fictief snedevlak).

Het opstellen en oplossen van de beide vormveranderingsvergelijkingen vormt echter de grote moeilijkheid bij deze berekening.

Het afleiden van de nodige verplaatsingscoëfficiënten voert namelijk tot zeer lange formules, waardoor de berekening onoverzichtelijk wordt en aanleiding geeft tot rekenfouten. In tegenstelling met het principe der berekening is de uitvoering ervan bij bijna elke auteur verschillend. Het is dan ook niet goed mogelijk direct in te zien, of alle rekenwijzen tot dezelfde uitkomsten leiden, te meer daar de uitgewerkte getallenvoorbeelden van auteur tot auteur verschillend zijn.

In het artikel van FUCHSSTEINER [7] komt een volledig rekenschema voor waarmee voor een willekeurige trap de momenten en krachten werkend in willekeurige doorsneden zijn te berekenen. Dit is door GEDIZLI [8] nog aanzienlijk vereenvoudigd. De bij andere auteurs voorkomende getallenvoorbeelden zijn volgens deze methode bij dit onderzoek nagerekend. Als resultaat is te vermelden, dat er een tamelijk goede overeenstemming blijkt te bestaan tussen de uitkomsten volgens FUCHSSTEINER, BORN [3], HUNZIKER [10], SCORDELIS [19 t/m 21] en HOLMES [9]. De uitkomsten volgens COHEN [4, 5], die eveneens een volledig, hoewel veel ingewikkelder, rekenschema toepast, vertonen nogal wat verschillen met die volgens FUCHSSTEINER.

Over de berekening volgens FUCHSSTEINER dient nog te worden opgemerkt, dat deze auteur niet uitgaat van de in doorsnede O tweevoudig statisch onbepaalde constructie: hij beschouwt namelijk het evenwicht van een element ds van de ruimtelijk gekromde balk. De zes differentiaalvergelijkingen die hiermee annex zijn bevatten zes integratieconstanten en dit zijn de zes statisch

onbepaalden. Met behulp van matrices en met doorsnede O als oorsprong toont FUCHSSTEINER aan, dat bij een symmetrische belasting vier van de integratieconstanten wegvallen en alsdan de constructie tweevoudig statisch onbepaald is. De symmetrie-overwegingen die bij anderen aan het opstellen van de berekening voorafgaan, zijn hier in de afleiding van de berekening verwerkt.

Hoewel dus in de methode FUCHSSTEINER een tamelijk eenvoudige rekenwijze is besloten, blijft de vraag open, of er niet een nóg eenvoudiger methode te ontwikkelen is. Men kan zich voorstellen dat er een andere rekenwijze mogelijk is, of dat de bestaande methode ingekort wordt door het te berekenen model te vereenvoudigen.

Wat het eerste betreft: hoe de berekening ook verloopt, de statisch onbepaalden zullen steeds uitgerekend moeten worden en hiervoor geven FUCHSSTEINER-GEDIZLI al een eenvoudig rekenschema. Anderen, zoals BORN en SCORDELIS, geven voor een groot aantal gevallen de grootte van de statisch onbepaalden weer in grafieken en tabellen. Het na het berekenen van de statisch onbepaalden nodige rekenwerk, om de krachten en momenten in een bepaalde doorsnede te bepalen, is ook niet te bekorten. Vereenvoudiging van het te berekenen model blijft, zo te zien, nog als laatste mogelijkheid. Als eerste en enige stap hierbij komt eventueel het verwaarlozen van de helling in aanmerking. In dat geval heeft men te maken met een horizontaal gebogen, cirkelvormige platte balk. FUCHSSTEINER, BORN, HOLMES en SCORDELIS komen in hun artikelen echter tot de conclusie dat het verwaarlozen van de helling te ongunstig is. Dan valt namelijk het schijfmoment M_y weg, terwijl het buigend moment M_x en het wringend moment M_t aanzienlijk hogere waarden bereiken. Dit betekent, dat men afziet van de zoveel gemakkelijker op te nemen normaalspanningen, terwijl de buig- en wringspanningen, die spoediger maatgevend zijn, groter worden. BORN, HOLMES en SCORDELIS gaan bovendien nog de invloed na van de breedte-/dikteverhouding (b/d) van de dwarsdoorsnede. Daarbij blijkt, dat de invloed van de helling het grootst en het gunstigst is bij platte doorsneden, dus bij grote b/d . Voor spiraaltrappen in beton, waarbij de plaat (=balk-)breedte gelijk gekozen kan worden aan de trapbreedte, is dit belangrijk. Een dergelijke spiraaltrap is, constructief gezien, ook beter dan een even brede trap ondersteund door een smallere spiraalbalk.

Het ligt min of meer voor de hand, dat men voor de spiraaltrap als platte ruimtelijke constructie ook een berekening heeft opgezet die uitgaat van de schalentheorie. In de beide publikaties van MENN [17] en van MANN [13] waarin dit het geval is, wordt bij de aanvang al gewezen op de grote moeilijkheden die bij deze berekening te verwachten zijn. De buigingstheorie van schalen moet namelijk worden gecombineerd met de wiskundig betrekkelijk moeilijk uit te drukken gedaante van de spiraalvormige schaal.

Vooralsnog moet de schalenberekening van spiraaltrappen voor gebruik in de praktijk dan ook ongeschikt geacht worden. Trouwens MENN vraagt zich af of een dergelijke berekening zin heeft. De overspanning, van ondertrede naar

boventrede, is namelijk veelal enige keren groter dan de breedte. De constructie zal zich daardoor toch voornamelijk als een (zij het ruimtelijk gekromde, platte) balk gedragen. Volgens MENN moet de schalenberekening dan ook meer gezien worden als een mogelijkheid tot correctie van de balkberekening.

Het vorenstaande moge aantonen dat het verlangen naar een *eenvoudige* berekeningswijze voor spiraaltrappen onvervuld moet blijven. Voorts blijkt bij de meeste schrijvers onzekerheid te bestaan omtrent de waarde die aan de berekeningsuitkomsten moet worden toegekend.

Ten eerste heeft de berekening betrekking op een, ten opzichte van de werkelijke constructie, vereenvoudigd model; het verwaarlozen van de treden, die met de trapplaat vaak één geheel vormen, is hierbij wel de meest ingrijpende vereenvoudiging.

Ten tweede wordt bij het opstellen van de vormveranderingsvergelijkingen uitgegaan van een recht prismatisch element.

Ten derde heeft de berekening betrekking op de balkas en wordt bij het bepalen van de spanningen verondersteld dat deze lineair of constant over de doorsnede zijn verdeeld.

De invloed van de kromming wordt dus in deze fasen van de berekening buiten beschouwing gelaten.

De meeste schrijvers signaleren slechts de verwaarlozingen. Alleen YOUNG en SCORDELIS [19] en MANN [13] gaan er dieper op in en komen daarbij tot tegenstrijdige conclusies. Beiden constateren dat de berekende waarden ter plaatse van de balkas juist zijn. Waar YOUNG en SCORDELIS op grond van hun modelonderzoek concluderen dat in breedterichting de afwijkingen ten gevolge van de kromming klein zijn, volgt uit de schalentheoretische berekening van MANN dat deze afwijkingen juist aanzienlijk kunnen zijn. Het modelonderzoek van YOUNG en SCORDELIS heeft betrekking op modellen waarvan de verhouding tussen kromtestraal en breedte op zijn minst 3 is ($r/b \geq 3$). Zij achten het waarschijnlijk dat hun conclusie ook geldt voor sterker gekromde modellen. MANN daarentegen verwacht dat de afwijkingen in breedterichting toenemen, naarmate de trap sterker gekromd is. Daar de meeste spiraaltrappen een verhouding $r/b = 1$ à 2 hebben is het wel gewenst na te gaan wie van de schrijvers gelijk heeft.

Met betrekking tot het verwaarlozen van de traptreden merkt FUCHSSTEINER op dat dit een fout in de berekening brengt die nauwelijks is te overzien en die het resultaat van elke berekening twijfelachtig maakt.

Op grond van het bovenstaande kan, hoewel er een bruikbare rekenmethode aanwezig blijkt, het resultaat van het literatuuronderzoek niet geheel bevredigend genoemd worden. Vooral het ontbreken van voldoende experimenteel onderzoek vormt een lacune, juist doordat de factoren die invloed zouden kunnen hebben op de berekening, bij deze constructie theoretisch moeilijk te benaderen zijn. In aansluiting op de literatuurstudie is dan ook het nader te beschrijven modelonderzoek gevolgd.

3 Het modelonderzoek

Het reeds genoemde artikel van SCORDELIS en YOUNG [19] kan gelden als de belangrijkste studie op het gebied van modelonderzoek aangaande spiraaltrappen. Hierbij zijn de oplegreacties onderzocht van een serie modellen met $r/b \geq 3$. In andere publikaties vermelde onderzoeken hebben in hoofdzaak betrekking op modellen met $b \ll r$ en tot doel de berekende waarden te controleren. Deze controle leidt meestal tot een bevredigend resultaat.

Het onderhavige, in het Stevin-laboratorium verrichte modelonderzoek heeft zich in hoofdzaak bepaald tot de invloed van de kromming op de inwendige krachtsverdeling bij sterk gekromde platte spiraalbalken, met $r/b \geq 1$. Als belangrijkste punten van onderzoek zijn te noemen:

1. het op hun juistheid toetsen van de berekening volgens FUCHSSTEINER en de daarmee overeenstemmende berekeningen bij balken met kleine r/b ;
2. de verdeling van de spanningen over de breedte van de balk, ten gevolge van momenten en krachten in verschillende doorsneden (inwendige krachtsverdeling);
3. de invloed van een variatie in de oplegging ten opzichte van de volledig ingeklemde oplegging;
4. de inwendige krachtsverdeling bij verschillende belastingen;
5. de invloed van treden die één geheel vormen met de trapplaat.

Als modelmateriaal is perspex gekozen. Perspex heeft, afgezien van een zekere kruip, goede elastische eigenschappen en is, verwarmd, plastisch vervormbaar. Deze laatste eigenschap is zeer belangrijk daar spiraalbalken als regel een niet ontwikkelbaar oppervlak hebben; de modellen moeten derhalve worden gegoten of geperst. Gezien de vervormbaarheid van verwarmd perspex is het persen verkozen. Mal en contramal hierbij nodig, zijn opgebouwd uit ten opzichte van elkaar verschoven houten lamellen. Het kantig geribde schroefvormige vlak dat daardoor ontstaat wordt vervolgens tot glad schroefvlak afgewerkt met araldite, een verhardende kunsthar.

Fig. 2 en 3 geven een indruk van de mallen en van de manier waarop een model gevormd wordt. De mallen zijn zo uitgevoerd dat hiermee vier modellen met een r/b -verhouding van resp. 1, 2, 3 en 4 zijn te vervaardigen. In fig. 2 zijn deze modellen met krijtlijnen op de mal getekend. De breedte der beproefde modellen is steeds 10 cm bij een dikte van 1 cm. De openingshoek van de mallen is 180° ; op de openingshoek van de te maken modellen heeft dit geen invloed daar de beschikbare lijmsorten een willekeurige verlenging toestaan.

Fig. 4 geeft de eerste proefopstelling weer voor het model $r/b = 4$. Het principe van deze opstelling is ook toegepast bij de overige modellen. Alleen is het houten schot vervangen door een stalen frame, zie foto 4. De modellen zijn aan beide einden volledig ingeklemd. De gelijkmatig verdeelde belasting bestaat uit een aantal gewichtjes, opgehangen aan houten klosjes. Een laag

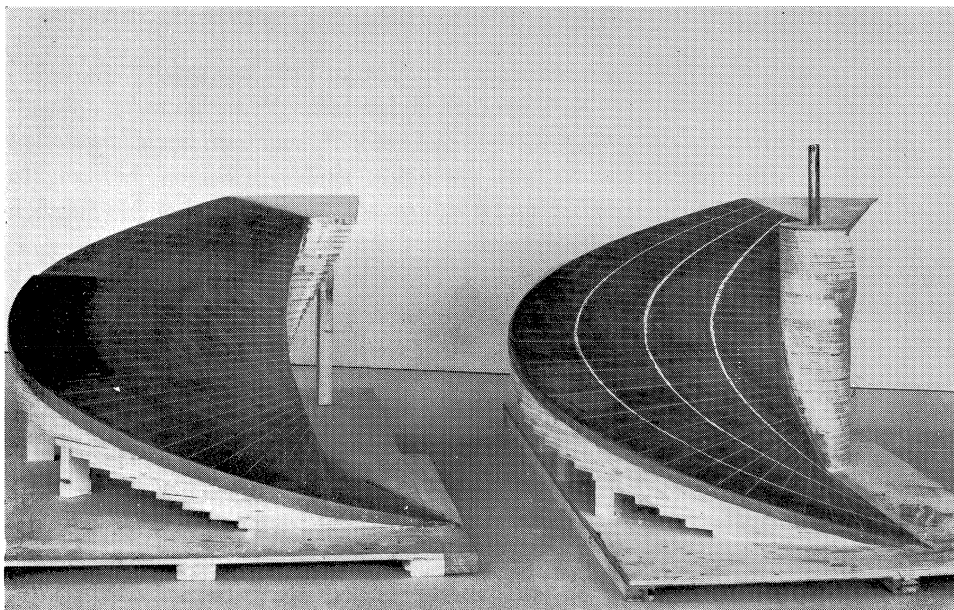


Fig. 2. Mal en contramal. Met krijtlijnen zijn op de mal de te vervaardigen modellen aangegeven.

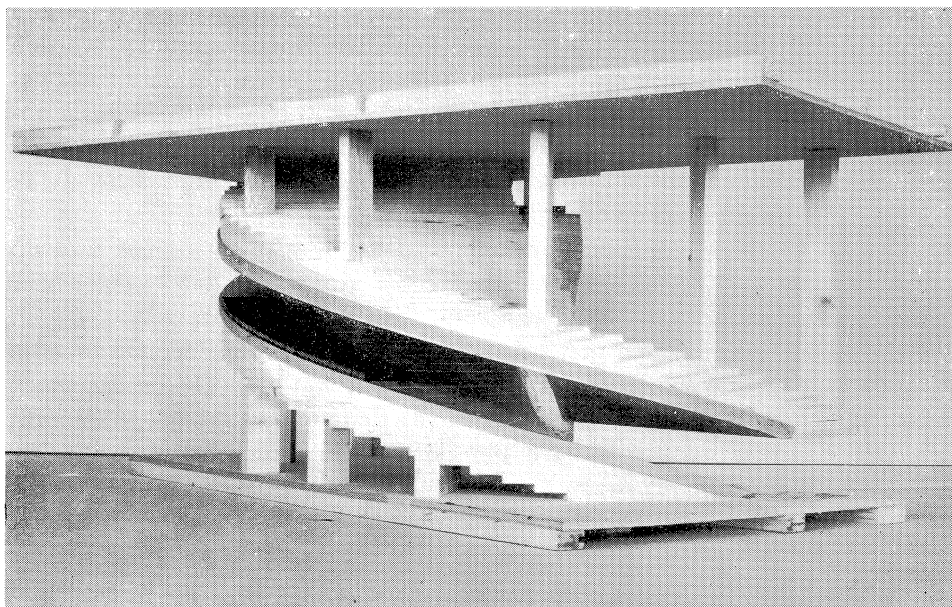


Fig. 3. Mal en contramal gereed om een door verwarming plastisch geworden strook perspex te vervormen tot een spiraalbalk.

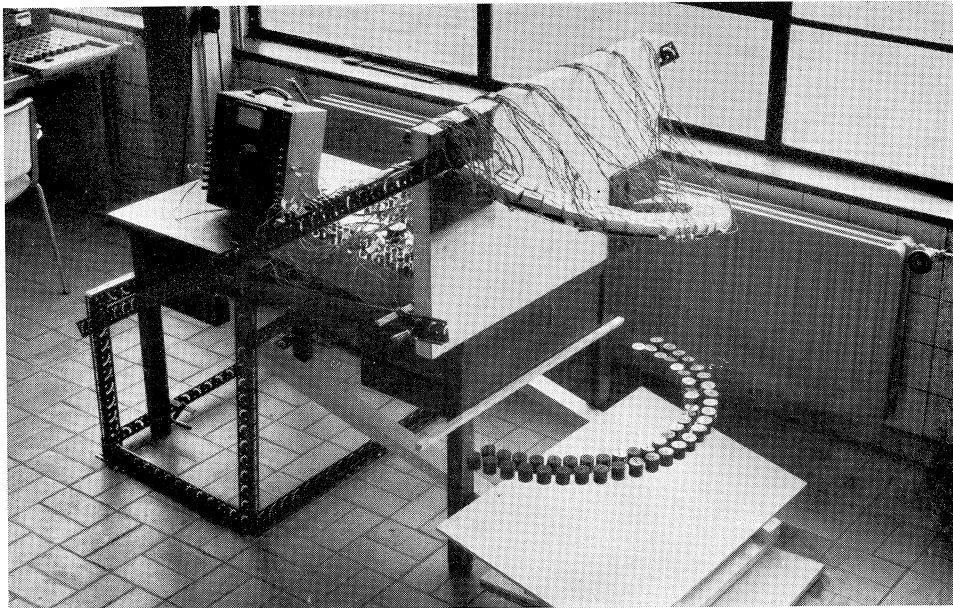


Fig. 4. Overzicht van de opstelling van het model met $r/b = 4$. De belasting is in werking gesteld.

schuimrubber zorgt voor spreiding van de belasting en voorkomt beschadiging van de rekstrookjes. Door het blad onder de gewichtjes te laten zakken of op te tillen is het model te belasten, respectievelijk te ontlasten. Elke willekeurige belasting is in te stellen door een aantal gewichtjes uit te schakelen. De spanningen in een bepaalde doorsnede zijn door middel van rekstrookjes gemeten. Het schema van deze rekstrookjes blijkt uit fig. 5. Aldus is het mogelijk geweest in een bepaalde doorsnede op vier plaatsen de buig- en normaalspanningen te meten en op één plaats (in het midden) de wring- of schuifspanning. Wegens de symmetrie van het model is volstaan met het meten aan doorsneden gelegen in het gebied van één halve overspanning. Om grotere waarden te kunnen meten werd voor de modellen met $r/b = 3, 2$ en 1 een openingshoek van 270° gekozen. De verplaatsbare oplegblokken maken het stalen frame op fig. 5 geschikt voor elk van deze drie modellen. Deze blokken geven de gelegenheid het model ter plaatse één graad van vrijheid te verlenen, namelijk een scharnier om de radiale as. Volledige inklemming wordt verkregen door dit scharnier te blokkeren door een pen.

Om een zo goed mogelijke meting te krijgen is, in verband met de kruip van het perspex, kort vóór elke aflezing van een rekstrookje of groep van rekstrookjes, het model belast en direct daarna weer ontlast.

De meetresultaten zullen nu worden besproken aan de hand van de metingen aan model $r/b = 2$. De aan dit model gevonden momentenlijnen en spanningsdiagrammen zijn weergegeven in de figuren 6 en 7. Uit het verloop van de

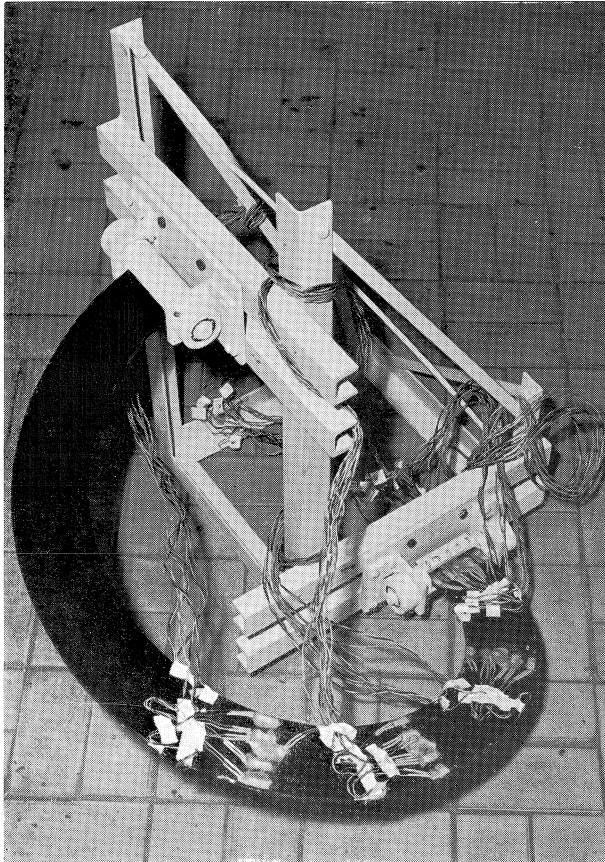


Fig. 5. Model met $r/b = 2$, opgesteld in het stalen frame. Het schema waarin de rekstrookjes aangebracht zijn is te zien, evenals het lijnscharnier en de pen waarmee dit scharnier geblokkeerd wordt om volledige inklemming te geven.

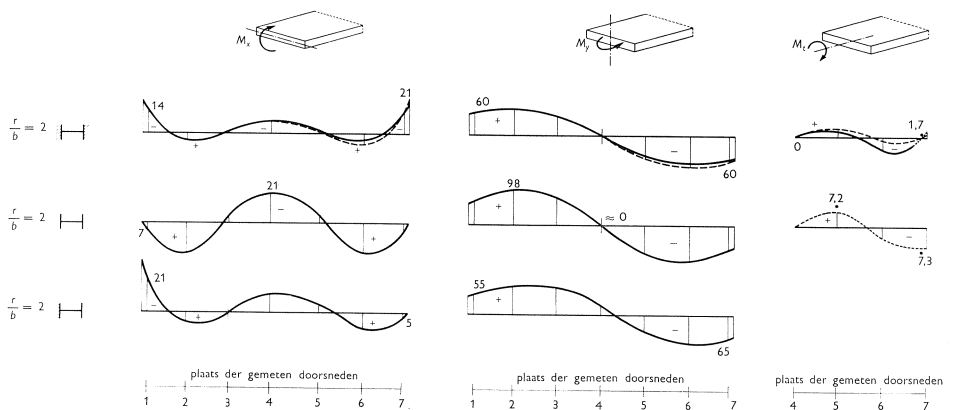


Fig. 6. Verloop van de momenten M_x , M_y en M_t in langsricting voor $r/b = 2$.

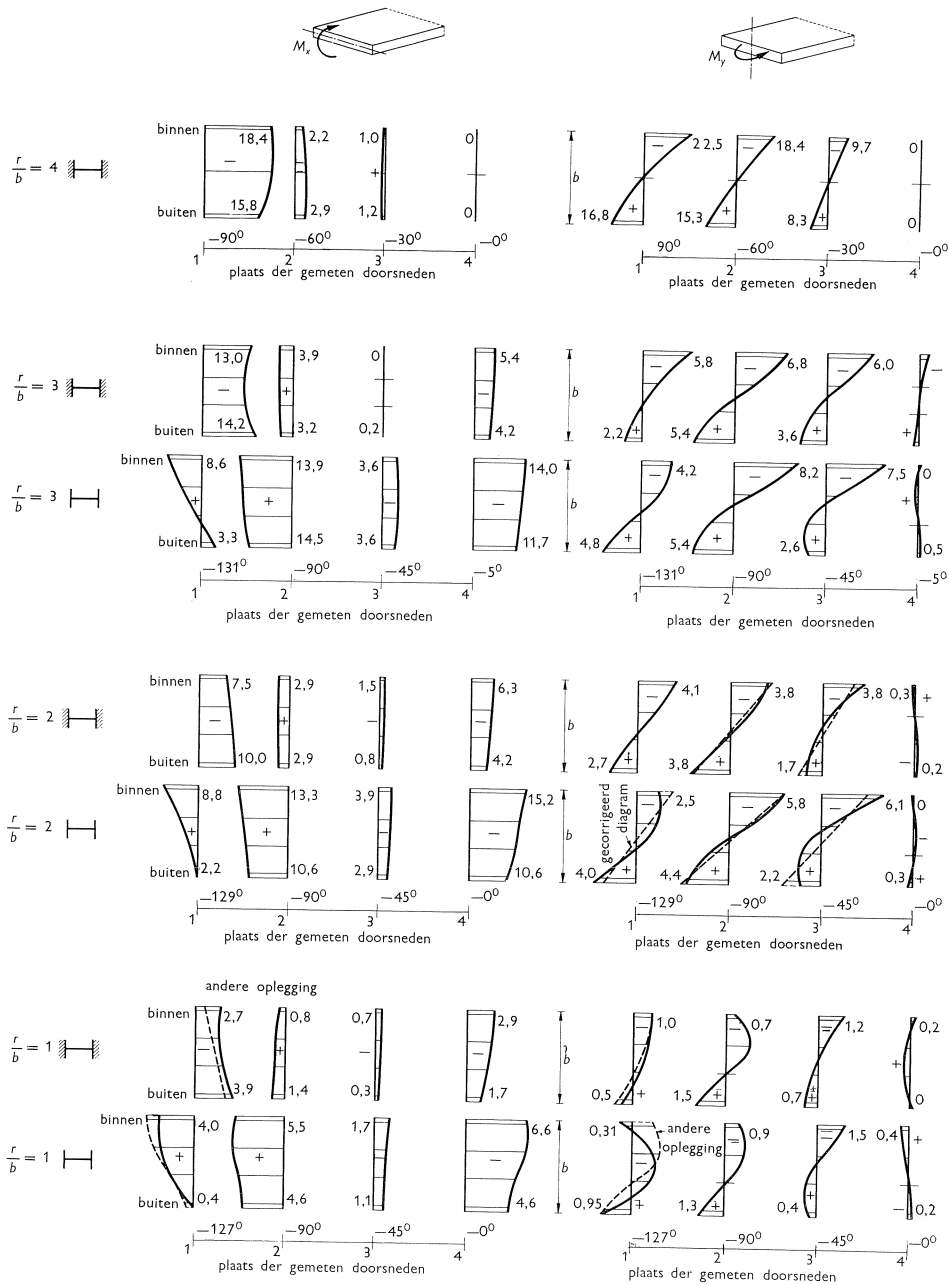


Fig. 7. Overzicht van de momenten M_x en M_y voor variërende waarden van r/b .

momentenlijnen voor M_x en M_y bij het aan beide zijden volledig ingeklemde model blijkt, dat de gemeten waarden goed overeenkomen met de berekende waarden volgens FUCHSSTEINER, wat ook het geval is geweest bij de overige modellen. Deze overeenstemming is echter voor het moment M_t minder goed. De meting blijkt bijna steeds grotere wringing aan te geven dan uit de berekening volgt. Gezien de goede overeenstemming voor wat betreft de momenten M_x en M_y , is onderzocht of het verschil in M_t geweten moet worden aan een fout in de berekening, de meting of de omrekening van de meting. De negatieve uitslag van dit onderzoek heeft er toe geleid voorlopig aan te nemen, dat het moment M_t in werkelijkheid groter uitvalt dan uit de berekening volgt. Voor trappen met een niet te grote openingshoek (b.v. tot 270°) is M_t echter niet maatgevend.

In de constructie wekken de krachten N , Q_y en Q_x aanzienlijk lagere spanningen op dan de momenten. Hoewel de desbetreffende meettechniek zich minder goed leent tot het meten van deze krachten kan hierover wel iets gezegd worden. Voor het model $r/b = 4$ zijn de normaalkrachten uit de metingen berekend en deze zijn niet veel afwijkend van de theoretische bevonden; voor de overige modellen is de omrekening als zijnde te onnauwkeurig achterwege gelaten.

De dwarskracht Q_y is alleen gemeten in doorsnede F omdat daar M_t nul en Q_y maximaal is. Met het schema van de rekstrookjes is het namelijk niet mogelijk geweest Q_y en M_t te meten. De gemeten waarde voor Q_y is voor alle modellen ongeveer even groot gebleken als de berekende waarde.

De dwarskracht Q_x onttrekt zich aan meting wegens de onmogelijkheid rekstrookjes op de smalle zijkanten van het slechts 10 cm brede model aan te brengen.

De spanningsdiagrammen, waaruit M_x en M_y zijn berekend, zijn weergegeven in figuur 7. Het tweede punt van onderzoek was immers hoe de spanningen ten gevolge van momenten en krachten over de breedte van de doorsnede verlopen. In de balkentheorie wordt aangenomen dat dit verloop lineair of constant is over de breedte. Daar hier sprake is van een platte, sterk gekromde balk, met bovendien nog een helling die van binnen naar buiten afneemt, zal deze aanname waarschijnlijk niet juist zijn. Uit figuur 7 blijkt, dat de variatie van buigspanningen ten gevolge van M_x tamelijk gering is. De grootste afwijking treedt op bij het model $r/b = 1$, namelijk 25%. Voor het model $r/b = 2$ is dit 20%, afgezien van de variatie in buigspanningen bij de oplegging; voor de modellen $r/b = 3$ en 4 is de afwijking minder. De conclusie van MANN, dat de variatie in buigspanningen over de breedte zeer groot kan zijn en dat afwijkingen van 100% of meer bij sterk gekromde trappen verwacht kunnen worden, wordt dus niet ondersteund. Wel is het zo, dat de grootste waarden aan de binnenrand optreden. Bij de opleggingen is het verloop van de buigspanning over de breedte anders: in het midden is meestal een kleinere waarde gemeten dan aan de binnen- en buitenrand. Waarschijnlijk is dit het gevolg

van het wringende moment dat zich door de gestoorde welving gedeeltelijk omzet in een buigend moment. Dit heeft ook tot gevolg, dat de buigspanningen ten gevolge van m_x bij een scharnieroplegging om de radiale as, waarbij $M_x = \Sigma m_x = 0$, nog een aanzienlijke waarde kunnen bereiken.

De verdeling van de normaalspanningen over de breedte wijkt aanmerkelijk af van de lineaire. Het is niet mogelijk gebleken de normaalspanningen ten gevolge van M_y en N afzonderlijk te meten. Deze spanningen zijn door middel van een aanname gescheiden moeten worden. Het gemeten kromlijnige spanningsdiagram uit figuur 7 is hiertoe omgezet in een lineair spanningsdiagram, zoals de streeplijn aangeeft. Deze lijn is zo getrokken, dat M_y en N dezelfde grootte behouden. Het uit het gelineariseerde diagram berekende moment M_y blijkt goed overeen te stemmen met dat volgens FUCHSSTEINER. Op N heeft deze correctie een tamelijk grote invloed en N is daarom alleen berekend voor het model $r/b = 4$. De afwijkingen van het spanningsdiagram ten opzichte van het gelineariseerde diagram zijn in procenten uitgedrukt en vergeleken met de percentages genoemd in TIMOSHENKO's Strength of Materials II. Aldaar wordt onder meer de vlakke, sterk gekromde balk behandeld, waarop een moment werkt om een as loodrecht op het vlak van die balk. De verdeling van de normaalspanningen is in dit geval niet lineair maar hyperbolisch. Voor de verschillende r/b -verhoudingen drukt TIMOSHENKO de grootste afwijkingen van de spanningsverdeling ten opzichte van de lineaire spanningsverdeling in procenten uit. Ondanks de tamelijk grote spreiding in de gemeten afwijkingen bij de spiraalbalken kan als grove benadering worden gezegd, dat de door TIMOSHENKO gegeven percentages voor verschillende r/b -verhoudingen als gemiddelden kunnen gelden voor de gemeten afwijkingen. Ook hier treden aan de binnenrand grotere spanningen op dan aan de buitenrand. Bij de opleggingen is dit meestal juist andersom.

Het wringende moment M_t is met behulp van de zeepvliesanalogie uit de gemeten wringspanning berekend. Omdat de wringspanning slechts op één plaats van de doorsnede gemeten is, namelijk in het midden, is bij de omrekening aangenomen dat de wringspanning naar binnen en naar buiten toe even groot is. Een controlemeting, na afloop van de proeven, heeft de onjuistheid van deze aanname aangetoond. Wel is gebleken, dat de in het midden gemeten wringspanning ongeveer als gemiddelde waarde kan gelden, maar naar binnen resp. naar buiten toe blijkt de wringspanning toe resp. af te nemen. Er zijn echter niet voldoende metingen verricht om het verloop van de wringspanning in breedterichting beter te kunnen beschrijven.

De invloed van een andere wijze van oplegging, in dit geval een radiaal lijnscharnier, blijkt uit figuur 6. Vooral M_x en M_t tonen zich gevoelig voor deze verandering, die een ongunstige invloed heeft. Voor constructies waarbij een trapplaat, zonder voorzieningen zoals bijvoorbeeld randbalken, in een vloerplaat overgaat zal men daarmee zeker rekening moeten houden.

Van de verschillende belastingen blijkt, zoals te verwachten is, de volledige

gelijkmatig verdeelde belasting de grootste spanningen te geven. Een belasting van alleen de buitenrand geeft echter naar verhouding grote uitslagen.

Aan een enkel model ($r/b = 3$) zijn verplaatsingen gemeten. Aan de buitenrand blijken de zakkingen groter dan aan de binnenrand, hetgeen al eerder door MAGNEL geconstateerd is. Voorts is tot uiting gekomen, dat de grootste zakkingen niet in het midden van de overspanning optreden, en dat bepaalde doorsneden bovendien ook aanzienlijke radiale en tangenciale verplaatsingen ondergaan. Ook de variatie in oplegging heeft hier veel invloed; de verplaatsingen worden bij het in werking stellen van het lijnscharnier meestal enkele malen vergroot.

Behalve spiraalbalken zijn ook nog twee gelijkvormige vlakke plaatjes beproefd, waarvan één voorzien van treden. In elk der plaatjes is beurtelings een moment M_x , M_y of M_t opgewekt. De gemeten zakkingen, respectievelijk verdraaiingen zijn met elkaar vergeleken. De versterking, door de aanwezigheid van treden, zich uitend in een geringere zakking of verdraaiing, blijkt aanzienlijk ten opzichte van de momenten M_x en M_t (respectievelijk 1,7 en 2,1) en gering ten opzichte van het moment M_y (1,1). Vergeleken met de theoretisch te benaderen versterking, blijkt de gemeten versterking 20 à 30% geringer. Het geldt hier slechts één enkele proef, dus mogen er geen algemene conclusies uit getrokken worden. Bovendien is hiermee nog niets gezegd over de grootte van de plaatselijke spanningen, bijvoorbeeld bij de kleinste doorsnede. Dat men echter door het niet in de berekening opnemen van (wel aanwezige) traptreden, vooral ten opzichte van M_x en M_t een behoorlijke reserve kweekt, is wel aannemelijk.

4 Literatuurlijst

1. H. G. BECHERT, Zur Statik räumlich gekrümmter Träger. Karlsruhe 1954 (diss.).
2. V. R. BERGMANN, Helicoidal staircases of reinforced concrete. A.C.I. Journal no. 4, Oct. 1956, blz. 403–412.
3. E. BORN, Beitrag zur Statik des schraubenförmig verlaufenden Stabes. Aachen 1954 (diss.)
4. J. S. COHEN, Design of helical staircases. Concr. and Constr. Engineering, May 1955, blz. 181–194.
5. J. S. COHEN, Design of helical staircases. Concr. and Constr. Engineering, June 1959, blz. 197–204; July 1959, blz. 249–256; Aug. 1959, blz. 283–288; Sept. 1959, blz. 313–321.
6. H. J. EICHSTAEDT, Zur Berechnung freitragender Wendeltreppen mit Zwischenpodesten. Beton- und Stahlbetonbau no. 5, 1960, blz. 117–220.
7. W. FUCHSSTEINER, Die freitragende Wendeltreppe. Beton- und Stahlbetonbau no. 11, 1954, blz. 256–258. Ook in: Betonkalender Heft 2, 1955, 1957 en 1959.
8. H. S. GEDIZLI, Zum Thema: die freitragende Wendeltreppe. Beton- und Stahlbetonbau no. 9, 1955, blz. 247.
9. A. M. C. HOLMES, Analysis of helical beams under symmetrical loading. Proceedings A.S.C.E. Nov. 1957 paper no. 1437.
10. A. HUNZIKER, Freitragende Wendeltreppe mit starrer Einspannung und horiz. Kreisringträger. Schweizerische Bauzeitung März. 27, 1954, blz. 167–171.

11. R. KINGSBURY en F. G. RIESSAUW, Construction d'un escalier hélicoidal en béton pré-contraint. Précontrainte-prestressing extract 1-1955.
12. G. MAGNEL, Revolutionary staircase built of prestressed concrete (with discussion). Civil Engineering Sept. 1951 en vervolgens: Nov. 1951; Febr. 1952; May 1952.
13. W. MANN, Ein Beitrag zur Berechnung freitragender Wendelflächen nach der Schalentheorie. Darmstadt 1959 (diss.).
14. A. VAN DER MAST, Spilloze wenteltrap. Cement, Oct. 1952, blz. 363.
15. A. H. MATTOCK, Design and construction of a helical staircase. Concr. and Constr. Engineering, March 1957, blz. 99-105.
16. E. O. MEASOR and D. H. NEW, Design of a helical staircase. Concrete and Constr. Engineering, Sept. 1951, blz. 283-286.
17. C. MENN, Kreisringträger und Wendelfläche. Zürich 1956 (diss.).
18. V. A. MORGAN, Comparison of analysis of helical stairs. Concr. and Constr. Engineering March 1960, blz. 127-133.
19. A. F. YOUNG and SCORDELIS, An analytical and experimental study of helicoidal girders. Proceedings A.S.C.E. Sept. 1958 paper no. 1756.
20. A. C. SCORDELIS, Internal forces in uniformly loaded helicoidal girders. A.C.I. Journal, April 1960, blz. 1013-1026.
21. A. C. SCORDELIS, Discussion of „Internal forces etc.” A.C.I. Journal, Dec. 1960.
22. P. SOUTTER, Wendeltreppe in Eisenbeton. Schweizerische Bauzeitung, Oct. 1954, blz. 595-598.
23. H. WALTER, Zur Abstützung freitragender Wendeltreppen. Beton- und Stahlbetonbau no. 3, 1958, blz. 64-68.