

IR. M. DRAGOSAVIĆ

STABILITEIT VAN WANDEN IN SYSTEEMBOUW

U.D.C. 624.041; 624.022; 624.012.3

Een ongewapende draagwand heeft een eigen stabiliteit, dank zij de eindige dikte van de wand en de verticale belasting waarmee hij geklemd is tussen de twee opeenvolgende vloeren.

Het artikel bevat een theoretische beschouwing van het verschijnsel. De resultaten van de ter verificatie uitgevoerde modelproeven zijn eveneens gegeven, waaruit blijkt dat onder gunstige omstandigheden een kracht groter dan

$$H = 0,75Pd/h$$

nodig is om een ongewapende draagwand te doen omvallen (d = wanddikte, h = wandhoogte, P = verticale belasting van de wand, H = horizontale kracht op de wand).

Hiermee wordt de aandacht gevestigd op de meewerkende factoren die de stabiliteit van een gebouw opgetrokken in geprefabriceerde elementen verstoren, en waarmee in de praktijk geen rekening wordt gehouden.

0 Inleiding

Het bijzondere karakter van de draagconstructie van een gebouw opgetrokken uit geprefabriceerde vloer- en wandelementen ligt, t.o.v. de skeletbouw, in de betrekkelijk geringe samenhang van de elementen onderling. Bij de berekening van deze constructies wordt in de praktijk aangenomen dat de aansluitingsvlakken tussen wanden en vloeren geen trekspanningen kunnen opnemen, en dat de draagwanden hun plaatsvastheid slechts danken aan de verticale belasting waardoor zij tussen twee vloeren zijn geklemd. De aansluitingen tussen wanden en vloeren worden gewoonlijk beschouwd als zijnde lijnscharnieren die geen momenten kunnen opnemen.

Behalve op de verticale belasting (eigen gewicht en nuttige belasting) moet de draagconstructie van een gebouw worden berekend op mogelijke horizontale krachten t.g.v. wind, seismische en andere trillingen, ongelijke zettingen en dergelijke, afhankelijk van de plaatselijke omstandigheden en voorschriften.

De constructie moet bovendien voldoen aan een minimum stabiliteitseis. Hierover is in de „Richtlijnen voor het construeren van hoge gebouwen” in de grote Nederlandse gemeenten het volgende bepaald:

„Behalve een belasting door hoge wind moet gerekend worden op een totale horizontale belasting gelijk aan 1,5% van het eigen gewicht en de nuttige belasting. Deze laatste belasting mag hierbij in overeenstemming met de T.G.B.

worden gereduceerd. Deze horizontale belasting wordt geacht gelijkmatig verdeeld aan te grijpen. Van beide horizontale belastingen moet de ongunstigste worden aangehouden”.

De draagconstructie van het gebouw, die de verticale belasting overbrengt naar de fundering, kan in haar eenvoudigste vorm worden teruggebracht tot een aantal horizontale vloeren en aan elkaar evenwijdige verticale dwarswanden, zoals in fig. 1 is weergegeven.

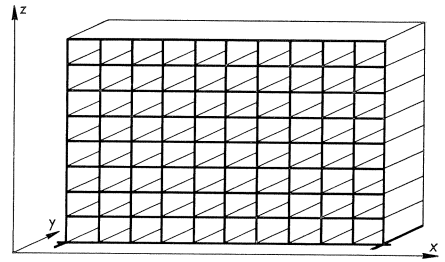


Fig. 1.

De horizontale krachten in de dwarsrichting (y -richting) van het gebouw laat men opnemen door de stijve schijven, gevormd door de boven elkaar staande dwarswanden.

In de lengterichting van het gebouw (x -richting) worden de verbindingen tussen wanden en vloeren beschouwd als scharnieren, terwijl de horizontale krachten zijn op te nemen óf door één of meer verticale stijve kernen, waarin dan trappenhuisen en liftkokers worden ontworpen, óf door langswanden (fig. 2), dan wel door een combinatie van beide.

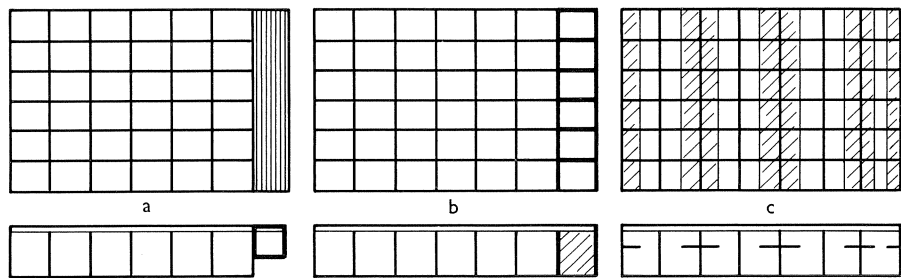


Fig. 2. a. schema van een draagconstructie met een stijve kern.
b. stijve kern als een portaalconstructie uitgevoerd.
c. schema met dragende langswanden.

Zowel de eis vervat in de 1,5%-regel als de hiervoor gebruikelijke methode van „stabiliteits”berekening (die in feite neerkomt op een sterkteberekening van de kern en/of de langswanden) hebben dikwijls belangrijke economische consequenties. Een en ander heeft geleid tot de volgende conclusies en probleemstellingen:

- a. De 1,5%-regel is min of meer intuïtief vastgesteld en geeft voor een lang gebouw grote fictieve krachten die maatgevend worden als horizontale belasting. Kan een meer wetenschappelijk verantwoorde eis gesteld worden, welke misschien lichter construeren mogelijk maakt?

- b. Het aansluitingsvlak tussen een wand en een vloer kan onder gunstige omstandigheden (b.v. bij de uitvoering volgens fig. 3) een zeker moment opnemen t.g.v. de „voorspanning” door de verticale belasting. Kunnen deze momenten worden betrokken in de stabiliteitsberekening van het gebouw?

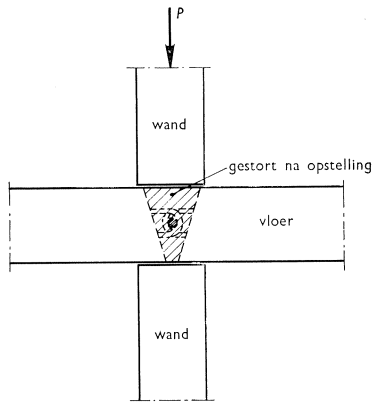


Fig. 3. Schema van een aansluiting tussen wanden en vloeren. Aansluitingsvlak wand-vloer kan geen trekspanningen opnemen.

Bij het Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies is een onderzoek ingesteld, ten doel hebbende meer inzicht te krijgen in de stabiliteit van hoge gebouwen uitgevoerd in systeembouw en de weerstand van deze constructies tegen horizontale krachten.

Dit onderzoek geschiedt in samenwerking met de (Nederlandse) Vereniging van Systeembouwers, die het onderzoek financieel steunt, en concentreert zich hoofdzakelijk op de bovengenoemde twee problemen.

Enkele jaren geleden heeft Ir. D. Dicke in een artikel getiteld „Stabiliteitsproblemen en de 1,5%-regel voor hoge gebouwen” [3] een methode gegeven, die als alternatief wordt voorgesteld voor de stabiliteitsberekening, in plaats van de 1,5%-regel. Zijn beschouwing is gewijd aan constructies zoals in fig. 2a en 2b zijn gegeven. Deze methode komt neer op de berekening van de knikveiligheid van de stijve kern waarop de rest van de constructie steunt. Het is een belangrijke bijdrage tot een wetenschappelijk meer verantwoorde aanpak van het stabiliteitsprobleem bij hoge gebouwen; aan verder onderzoek in die richting wordt aandacht besteed.

De hierna volgende beschouwingen hebben echter betrekking op het onder b. genoemde probleem, en bevatten een theoretische uitwerking inzake de stabiliteit van een wand, door een verticale belasting geklemd tussen twee aangrenzende vloeren, benevens de resultaten van een experimenteel onderzoek op wandmodellen van microbeton, uitgevoerd ter verificatie van de theoretisch verkregen afleidingen [1] en [2].

Aan het geheel kan in dit stadium van het onderzoek niet meer dan een experimentele betekenis worden toegekend. Het beoogt echter tevens aan te sporen tot verder onderzoek van het probleem, in hoeverre aan de draagconstructie van een gebouw, zoals in fig. 1 en 3 geschetst, voldoende betrouwbaar een eigen stabiliteit in de lengterichting is toe te kennen.

1 Theoretische beschouwing

Een wand die volgens het schema in fig. 4 is uitgevoerd en door een verticale kracht P geklemd is tussen de twee aangrenzende vloeren, verzet zich tegen horizontale verplaatsing van de vloeren ten opzichte van elkaar. De wand geeft dus aan de draagconstructie van het gebouw een zekere stabiliteit, afhankelijk van de grootte van de kracht P , de materiaaleigenschappen en de afmetingen van de wand en de vloeren en van de kwaliteit van de verbinding tussen wand en vloer. Er is een horizontale kracht nodig om de wand te doen kantelen. Deze kracht kan worden bepaald uit de evenwichtsbeschouwing. (Lijst van gebruikte notaties op blz. 71).

1.1 Oneindig stijve wanden en vloeren

Wanneer zowel de wanden als de vloeren van een gebouw oneindig stijf worden ondersteld, dan volgt voor een constructie volgens fig. 4 uit de evenwichtsbeschouwing:

$$\frac{H}{P} = \frac{d-\delta}{h+\Delta h} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{d-\delta}{\sqrt{h^2+2d\delta-\delta^2}} \dots \dots \dots (1)$$

Voor de gebruikelijke verhouding d/h bij hoge gebouwen ($d/h < 0,1$) is $\Delta h/h < 0,5\%$, zodat men Δh t.o.v. h kan verwaarlozen. De vereenvoudigde evenwichtsvergelijking wordt dan voorgesteld door de rechte lijn

$$\frac{H}{P} = \frac{d-\delta}{h} \text{ (zie fig. 5a)} \dots \dots \dots (2)$$

Door vermenigvuldiging van beide leden met h/d wordt deze vergelijking

$$\frac{H}{P} \cdot \frac{h}{d} = \frac{d-\delta}{d} = 1 - \frac{\delta}{d} \text{ (zie fig. 5b)} \dots \dots \dots (3)$$

Het gearceerde oppervlak tussen de coördinaten en de lijn gegeven door (2) of (3) stelt de arbeid voor die nodig is om de constructie te doen bezwijken = omvallen.

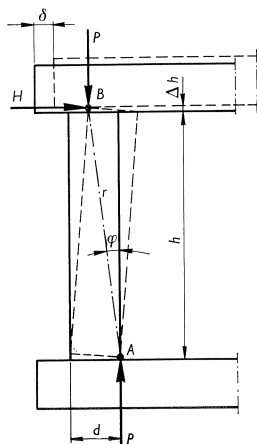
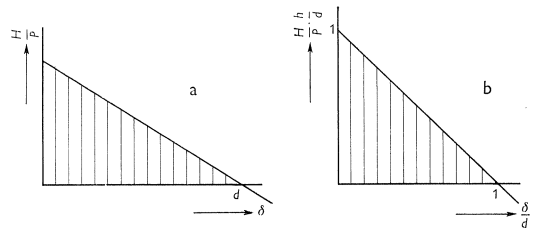


Fig. 4.

Fig. 5. Verloop van de grootte van de kracht H als functie van δ .



Het gedrag van deze constructie is te vergelijken met dat van een mechanisch systeem bestaande uit een staaf $\overline{AB} = r = \sqrt{h^2 + d^2} = \text{constant}$, onder invloed van de krachten P en H (zie fig. 4).

Voor n gelijke wanden in een verdieping (zie fig. 6) vindt men een soortgelijke formule:

$$\frac{H}{n \cdot P} \cdot \frac{h}{d} = 1 - \frac{\delta}{d} \dots \dots \dots (4)$$

Dit is dezelfde vergelijking als voor één wand belast met een kracht $n \cdot P$.

1.2 Eindige stijfheid van wanden en vloeren

a. Om een stap verder naar het gedrag van de reële constructies te gaan wordt nu een wand beschouwd met een eindige stijfheid $E_w I_w$, geklemd tussen twee vloeren met een eindige stijfheid $E_v I_v$, doch met de onderstelling dat het aansluitingsvlak van wand op vloer een oneindig stijve plaat is. Tevens wordt aangenomen dat, ten gevolge van horizontale krachten in de lengterichting van het gebouw, momentennulpunten optreden in het midden van elke vloeroverspanning, en in de wanden ter halver verdiepingshoogte. Men kan zich dan beperken tot de beschouwing van een detail zoals in fig. 7 schematisch is weergegeven en het gedeelte van de horizontale kracht dat op één wand werkt. (Grotere afwijkingen van deze afspraak zullen alleen optreden in de buitenste vloervelden en de bovenste verdiepingen).

Onder de aldus gestelde voorwaarden zal de wand, evenals in het geval van oneindig stijve wanden en vloeren, pas gaan kantelen nadat bij A het moment $M_{0\text{max}} = P \cdot d/2$ is bereikt.

Fig. 6.

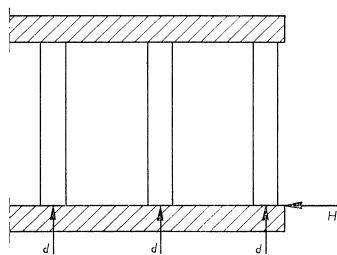
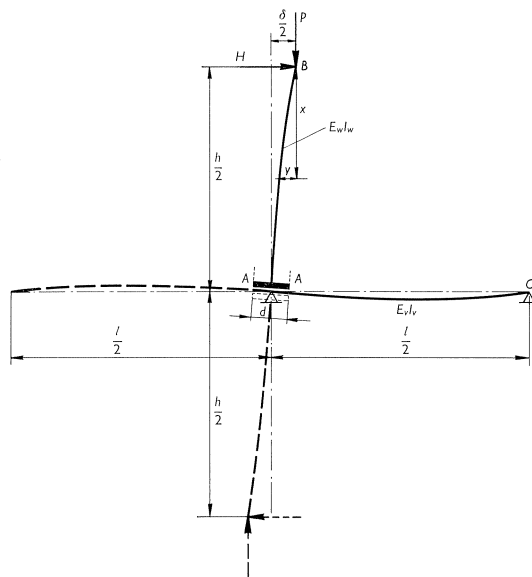


Fig. 7.



Zolang $M_0 < P(d/2)$ vervormt de constructie elastisch, terwijl de aansluiting wand-vloer zich gedraagt als een stijf knooppunt van een portaalconstructie. Uit fig. 7 volgt op grond van de elasticiteitstheorie:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{E_w I_w} = -\frac{1}{E_w I_w} (P \cdot y + H \cdot x) \dots \dots \dots (5)$$

Aan deze vergelijking voldoet de algemene oplossing:

$$y = C_1 \sin ax + C_2 \cos ax - \frac{H}{P} \cdot x \dots \dots \dots (6)$$

waarin: $a^2 = \frac{P}{E_w I_w}$.

De constanten C_1 en C_2 volgen uit de randvoorwaarden:

$$x = 0 \rightarrow M_x = 0 \rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = C_2 = 0 \dots \dots \dots (7)$$

$$x = \frac{h}{2} \rightarrow \frac{dy}{dx} (\text{wand}) = \frac{dy}{dx} (\text{vloer}):$$

$$C_1 a \cos \frac{ah}{2} - \frac{H}{P} = \frac{M_0(l/2)}{3E_v I_v}$$

$$M_0 = P \frac{\delta}{2} + H \frac{h}{2} \dots \dots \dots (8)$$

zodat:

$$C_1 = \frac{1}{a \cos \frac{ah}{2}} \left(\frac{P\delta l}{12E_v I_v} + \frac{Hhl}{12E_v I_v} + \frac{H}{P} \right) \dots \dots \dots (9)$$

Uit (6), (7) en (9) volgt:

$$y = \left(\frac{P\delta l}{12E_v I_v} + \frac{Hhl}{12E_v I_v} + \frac{H}{P} \right) \frac{\sin ax}{a \cos \frac{ah}{2}} - \frac{H}{P} \cdot x \dots \dots \dots (10)$$

Voor $x = h/2$ wordt dan:

$$\frac{\delta}{2} = \left(\frac{P\delta l}{12E_v I_v} + \frac{Hhl}{12E_v I_v} + \frac{H}{P} \right) \frac{\text{tg } ah/2}{a} - \frac{H}{P} \cdot \frac{h}{2}$$

of:
$$\frac{Hh}{P\delta} = \frac{\delta}{d} \cdot \frac{\sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} \cotg \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} - \frac{Plh}{12E_v I_v}}{1 - \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} \cotg \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} + \frac{Plh}{12E_v I_v}} \dots \dots \dots (11)$$

De vergelijking (11) wordt grafisch voorgesteld door de rechte lijn II in fig. 8. De helling α van deze lijn wordt bepaald door:

$$\alpha = \operatorname{tg} \psi = \frac{\sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} \operatorname{cotg} \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} - \frac{Plh}{12E_v I_v}}{1 - \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} \operatorname{cotg} \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} + \frac{Plh}{12E_v I_v}} \dots \dots \dots (12)$$

De maximale horizontale kracht die nodig is om de constructie te doen bezwijken is bepaald door het snijpunt T van de lijnen I en II in fig. 8. Dit punt stelt het ogenblik voor wanneer de excentriciteit van de kracht P de grootste waarde $e_0 = d/2$ heeft bereikt. Daarna blijft het moment M_0 constant ($M_0 = M_{0\max} = P(d/2)$), zodat de grootte van de horizontale kracht bij verdere verplaatsing verloopt volgens lijn I, die dezelfde is als in fig. 5. De maximale horizontale kracht volgt uit het evenwicht:

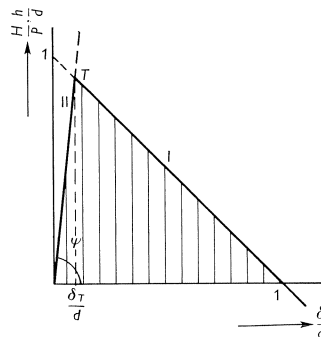


Fig. 8.

$$H_{\max} \cdot \frac{h}{2} + P \frac{\delta_T}{2} = M_{0\max} = P \cdot \frac{d}{2} \quad \text{of}$$

$$\left(\frac{Hh}{Pd}\right)_{\max} = 1 - \frac{\delta_T}{d} \dots \dots \dots (13)$$

Uit (11), (12) en (13) volgt dan:

$$\left(\frac{Hh}{Pd}\right)_{\max} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (14)$$

of
$$H_{\max} = P \frac{d}{h} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (15)$$

Deze kracht treedt op bij de horizontale verplaatsing:

$$\delta_T = d \frac{1}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (16)$$

Langs deze weg kan men ook de knikformule van Euler terugvinden, wanneer men stelt:

$$\alpha = 0 \quad \text{en} \quad E_v I_v = \infty \dots \dots \dots (17)$$

Dan wordt:

$$\cotg \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} = 0 \rightarrow \sqrt{\frac{Ph^2}{4E_w I_w}} = \frac{\pi}{2} \quad \text{of}$$

$$P = \frac{\pi^2 E_w I_w}{h^2} = P_k \dots \dots \dots (18)$$

De knikkracht P_k voor de constructie met niet oneindig stijve vloeren volgt uit de voorwaarde:

$$\alpha = 0 \dots \dots \dots (17a)$$

of

$$\sqrt{\frac{P_k h^2}{4E_w I_w}} \cotg \sqrt{\frac{P_k h^2}{4E_w I_w}} = \frac{P_k l h}{12 E_v I_v} \dots \dots \dots (19)$$

b. Zoals uit (15) is te zien is de grootte van de maximale horizontale kracht (H_{\max}) o.a. afhankelijk van de verticale belasting op de wand. Voor $P=0$ (eigen gewicht van de wand inbegrepen) en $P = P_k$ is $H_{\max} = 0$.

Voor $0 < P < P_k$ doorloopt H_{\max} verschillende positieve waarden. In fig. 9 is het verloop van H_{\max} als functie van P uitgezet voor het geval van een oneindig stijve vloer. De grootste waarde kan worden berekend door (15) eenmaal te differentiëren en gelijk nul te stellen. Stelt men $E_v I_v = \infty$, en

$$P = \xi P_k = \xi \frac{\pi^2 E_w I_w}{h^2} \dots \dots (20)$$

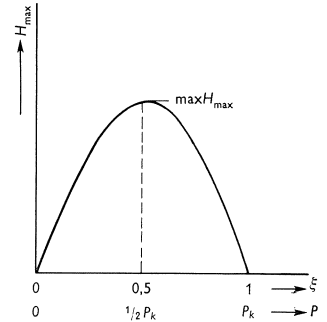


Fig. 9.

dan volgt uit (15):

$$\frac{dH_{\max}}{dP} = 0 \rightarrow \sin(\pi/\xi) = \frac{1}{3} \pi/\xi \quad \text{waaruit}$$

$$\xi = 0,525; \text{ en max. } H_{\max} = 0,227 E_w \frac{d^4}{h^3} \dots \dots \dots (21)$$

Een wand heeft dus maximale stabiliteit bij een verticale belasting gelijk aan ongeveer de helft van de knikkracht volgens Euler. Een zo grote belasting komt echter in de praktijk van de systeembouw niet voor.

c. In normale praktijkgevallen is de grootte van de verticale belasting P op een wand veel kleiner dan de knikkracht. Voor een 20 cm dikke wand van ongewapend beton met een hoogte van 2,60 m, een toelaatbare drukspanning van 30 kgf/cm² en $E_w = 3 \cdot 10^5$ kgf/cm² is de bijbehorende knikkracht van Euler:

$$P_k = \frac{\pi^2 E_w I_w}{h^2} = 2,92 \cdot 10^4 \text{ kgf per strekkende centimeter wand.}$$

De maximum toelaatbare belasting zou zijn:

$$P = 30 \cdot 20 = 600 \text{ kgf} \approx 0,02 P_k \text{ per str. cm. wand} \dots \dots \dots (22)$$

De belasting op de wand bedraagt dus slechts 2% van de knikkracht.

Wanneer $P \ll P_k$, hetgeen, zoals hier is aangetoond, bij de normaal voorkomende afmetingen van draagwanden het geval is, kan men met voldoende nauwkeurigheid volstaan met een rechtlijnig verloop van M_x over de wandhoogte.

$$\text{Stel dat: } M_x = \left(H + P \frac{\delta}{h} \right) x \dots \dots \dots (23)$$

In plaats van (5) krijgt men dan:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M_x}{E_w I_w} = - \frac{I}{E_w I_w} \left(H + P \frac{\delta}{h} \right) x \dots \dots \dots (5a)$$

De oplossing van deze vergelijking kan men direct opschrijven wanneer men de wand en de vloer ziet als twee balken op twee steunpunten resp. \overline{AB} en \overline{AC} (zie fig. 10), met op het gezamenlijke steunpunt A het inwendige moment:

$$M_0 = \left(H + P \frac{\delta}{h} \right) \frac{h}{2} = H \frac{h}{2} + P \frac{\delta}{2} \quad (8)$$

Dan volgt uit de verdraaiing van beide balken in punt A:

$$\frac{\delta}{2} = (\varphi_{A\text{wand}} + \varphi_{A\text{vloer}}) \cdot \frac{h}{2} \dots \dots \dots (24)$$

$$\text{of: } \frac{\delta}{2} = \left(\frac{M_0 h}{6 E_w I_w} + \frac{M_0 l}{6 E_v I_v} \right) \cdot \frac{h}{2} \dots \dots \dots (25)$$

Uit (8) en (25) volgt:

$$\frac{\delta}{2} = \frac{H h^3}{24 E_w I_w} + \frac{P \delta h^2}{24 E_w I_w} + \frac{H h l^2}{24 E_v I_v} + \frac{P \delta l h}{24 E_v I_v} \quad \text{of:}$$

$$\frac{H h}{P d} = \frac{\delta}{d} \frac{1 - \frac{P h^2}{12 E_w I_w} - \frac{P l h}{12 E_v I_v}}{\frac{P h^2}{12 E_w I_w} + \frac{P l h}{12 E_v I_v}} \dots \dots \dots (26)$$

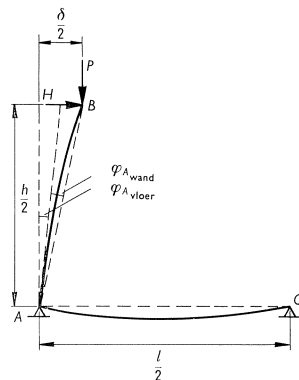


Fig. 10.

Analoog met de formules (13) t/m (16) volgt uit (26):

$$\left(\frac{H h}{P d}\right)_{\max} = 1 - \frac{\delta_T}{d} \dots \dots \dots (13a)$$

$$\left(\frac{H h}{P d}\right)_{\max} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (14a)$$

$$H_{\max} = P \frac{d}{h} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (15a)$$

$$\delta_T = d \frac{1}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (16a)$$

Nu is α echter volgens (26):

$$\alpha = \frac{1 - \frac{Ph^2}{12E_w I_w} - \frac{Plh}{12E_v I_v}}{\frac{Ph^2}{12E_w I_w} + \frac{Plh}{12E_v I_v}} \dots \dots \dots (27)$$

d. Als basis voor (15a) en (16a) diende de veronderstelling dat het aansluitingsvlak tussen de wand en de vloer een oneindig stijve plaat is. In werkelijkheid kan in de doorsnede A-A (zie fig. 7) als gevolg van een eindige stijfheid en eindige sterkte van het materiaal de excentriciteit $e_0 = d/2$ nooit worden bereikt. Stel dat het materiaal een σ - ϵ -diagram volgens fig. 11 heeft. Het diagram verloopt rechtlijnig totdat een spanning σ_v is bereikt, waarna bij toenemende vervorming de spanning constant blijft. Uitgaande van dit diagram is in fig. 12 het spanningsbeeld in de wanddoorsnede A-A getekend voor verschillende excentriciteiten van de normaalkracht P .

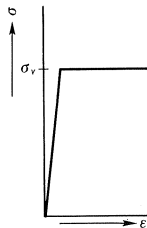


Fig. 11.

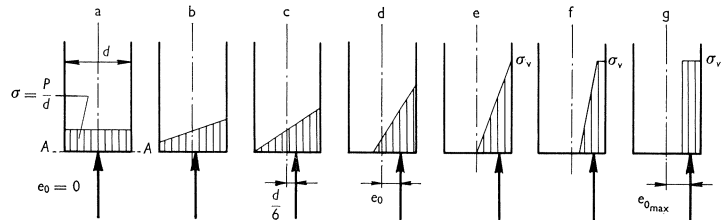


Fig. 12. Spanningsbeeld in de randdoorsnede A-A bij verschillende stadia van de excentriciteit van de normaalkracht P .

Het lineaire verloop van H als functie van δ volgens formule (26) is nu slechts geldig voor

$$e_0 \leq \frac{d}{6} \dots \dots \dots (28)$$

of wel:
$$\frac{H h}{P d} \leq \frac{1}{3} \frac{\alpha}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (29)$$

en:
$$\frac{\delta}{d} \leq \frac{1}{3} \frac{1}{1+\alpha} \dots \dots \dots (30)$$

Dit echter onder de voorwaarde dat

$$\sigma = \frac{P}{d} \leq \frac{1}{2} \sigma_v \text{ (zie fig. 12c) } \dots \dots \dots (31)$$

Het verdere verloop van H wordt mede beheerst door:

1. het ontstaan van een gaping over een steeds groter gedeelte van de doorsnede naarmate het moment M_0 verder toeneemt (fig. 12d t/m g);
2. het plastisch vervormen van het materiaal van de wand (fig. 12f en g).

e. Een gaping in de doorsnede A-A bij $e_0 > d/6$ resulteert in een ingewikkeld spanningsbeeld bij de uiteinden van de wand en in een grotere verplaatsing δ dan door (26) is voorgesteld. Dit spanningsbeeld wordt echter veel eenvoudiger wanneer men onderstelt dat ook nergens in de wand trekspanningen kunnen worden opgenomen. De draagwanden in systeembouw worden immers in de regel gemaakt van ongewapend beton of een ander bros en ongewapend materiaal waar normaliter trekspanningen worden verwaarloosd. Bij verwaarlozing van trekspanningen in de wand strekt de geldigheid van de formules zich ook uit tot ongewapende wanden (metselwerk) in de traditionele bouw.

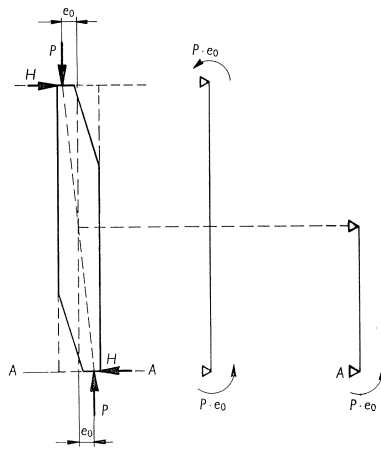


Fig. 13.

Wanneer een wand geen trekspanningen kan opnemen, dan krijgt men voor $e_0 > d/6$ een wand volgens fig. 13, met variabele dikte boven en onder:

$$d' = 3 \left(\frac{d}{2} - e_x \right) \leq d \dots \dots \dots (32)$$

In een publikatie over de samenwerking van wanden en vloeren [4] geeft S. SAHLIN voor de verdraaiing van zo'n wand in A de volgende oplossing:

$$\varphi_{A_{wand}} = \frac{M_0 h}{c \cdot 6 E_w I_w} \dots \dots \dots (33)$$

waar $I_w = d^3/12 = \text{constant}$, en c een factor is die de invloed van (32) op de verdraaiing van de doorsnede A-A weergeeft. De factor c als functie van de excentriciteit e_0 vindt men uit het diagram in fig. 14, overgenomen uit de ge-

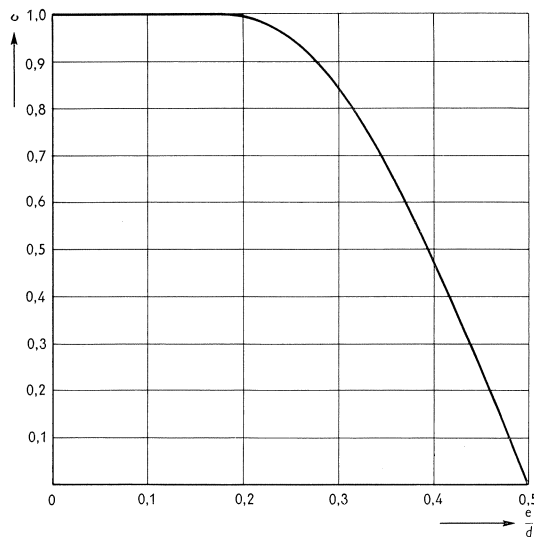
noemde publikatie. Wanneer men nu deze door SAHLIN gegeven correctie invoert in (25), dan krijgt (26) de volgende vorm:

$$\frac{H h}{P d} = \frac{\delta}{d} \frac{1 - \frac{Ph^2}{12cE_wI_w} - \frac{Plh}{12E_vI_v}}{\frac{Ph^2}{12cE_wI_w} + \frac{Plh}{12E_vI_v}} \dots \dots \dots (34)$$

Uit (8) volgt:

$$M_0 = H \frac{h}{2} + P \frac{\delta}{2} = P \cdot e_0 \quad \text{of}$$

$$e_0 = \frac{H h}{P 2} + \frac{\delta}{2} \dots \dots \dots (35)$$



e/d	c
0,0	1,0
0,1	1,0
0,2	0,997
0,3	0,845
0,4	0,480
0,45	0,255
0,475	0,133
0,480	0,108
0,485	0,082
0,487	0,070
0,490	0,056
0,492	0,044
0,495	0,030
0,496	0,024
0,497	0,018
0,498	0,012
0,499	0,006
0,500	0,000

Fig. 14. Diagram voor factor c volgens SAHLIN.

Door substitutie van (35) in (34) krijgt men tenslotte:

$$\frac{\delta}{d} = \frac{2e_0}{d} \left(\frac{Ph^2}{12cE_wI_w} + \frac{Plh}{12E_vI_v} \right) \dots \dots \dots (36)$$

en:

$$\frac{H h}{P d} = \frac{2e_0}{d} - \frac{\delta}{d} \dots \dots \dots (37)$$

Aan de hand van de formules (36) en (37) kan voor ieder afzonderlijk geval het verloop van H als functie van δ worden getekend. Voor willekeurige waarden van e₀ (0 < e₀ < d/2) volgt uit het diagram in fig. 14 de grootte van c. Door invoering in (36) en (37) kan men de bij de gekozen excentriciteit behorende waarden van δ en H bepalen.

f. Bij het construeren van het diagram voor factor c (fig. 14) heeft SAHLIN geen rekening gehouden met de eindige sterkte van het wandmateriaal. Wanneer men het verloop van H als functie van δ , berekend volgens (36) en (37), in een diagram uitzet, krijgt men als resultaat een kromme zoals in fig. 15a is aangegeven. Deze kromme nadert asymptotisch tot de karakteristieke lijn I die bepaald is door (3). Dat betekent dat als grenswaarde voor de excentriciteit e_0 geldt:

$$e_{0\max} = \frac{d}{2} \dots \dots \dots (38)$$

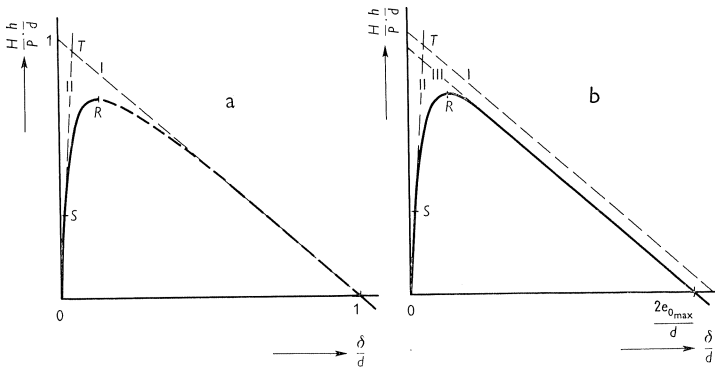


Fig. 15.

Dit is echter bij reële materialen niet mogelijk. Wanneer men uitgaat van het spanningsverloop in de doorsnede A-A volgens fig. 12, dan blijkt de geldigheid van de factor c beperkt te zijn tot

$$e_0 \leq \frac{d}{2} - \frac{2P}{3\sigma_v} = \frac{d}{2} \left(1 - \frac{\sigma}{3\sigma_v} \right) \text{ (zie fig. 12e)} \dots \dots \dots (39)$$

De theoretisch grootst mogelijke excentriciteit volgt uit fig. 12g:

$$e_{0\max} = \frac{d}{2} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_v} \right) \dots \dots \dots (40)$$

Uit (39) en (40) blijkt dat de kromme in fig. 15a slechts geldig is tot punt R, dat bepaald is door

$$e_0 = \frac{d}{2} \left(1 - \frac{\sigma}{3\sigma_v} \right) \dots \dots \dots (41)$$

en dat de kromme verder asymptotisch nadert tot een karakteristieke lijn, bepaald door (40), of anders geschreven door:

$$\boxed{\frac{H}{P} \frac{h}{d} = \frac{2e_{0\max}}{d} - \frac{\delta}{d}} \dots \dots \dots (42)$$

Het verloop van H als functie van δ is nu in fig. 15b weergegeven. De karakteristieke lijn III volgt uit (42).

g. Recapitulerend kan men over het verloop van het H - δ -diagram (zie fig. 15b) het volgende vaststellen:

1. Het verloop van H als functie van δ is tot punt R bepaald door de formules (36) en (37).
2. Punt R volgt uit (41).
3. Na punt R nadert de kromme asymptotisch tot de rechte lijn III, bepaald door (42).
4. Het verloop van het H - δ -diagram is lineair tot het punt S dat bepaald is door (29) en (30).

Over de waarde welke voor σ_v moet worden aangehouden is moeilijk iets te zeggen. Het σ - ε -diagram in fig. 11 is sterk geschematiseerd. Uit de proeven die hieronder worden beschreven bleek σ_v groter dan de kubussterkte van het materiaal van de beproefde wandjes.

2 Experimenteel onderzoek

Ter verificatie van het door de theoretische beschouwing verkregen diagram, (fig. 15b) en vooral om na te gaan hoe groot de maximale horizontale kracht is die nodig is om een wand te doen omvallen en bij welke verplaatsing deze kracht optreedt, werd in het laboratorium van het Instituut een modelonderzoek verricht. Uitgegaan werd van in de systeembouw veelvuldig toegepaste draagwanden van ongewapend beton met een dikte van 20 cm. De vloeren werden als oneindig stijf beschouwd.

De modelwanden werden uitgevoerd in microbeton bij een lineaire verkleiningschaal van 1:10. Proeven met werkelijke constructies zijn niet gedaan omdat deze moeilijk uitvoerbaar en tevens kostbaar zouden zijn.

Beschrijving van de modellen en de proefopstelling

De afmetingen van de modellen zijn in fig. 16a gegeven. Er is een dertigtal van zulke wandjes vervaardigd, die paarsgewijs werden beproefd.

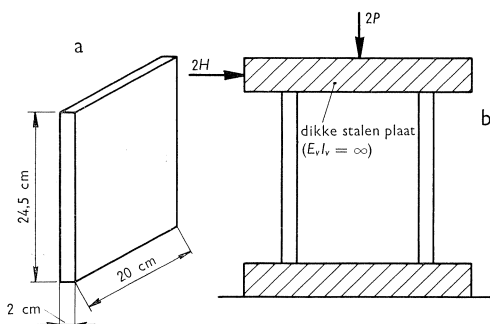


Fig. 16. Afmetingen van het model. Schema van de proefopstelling en belasting.

De eigenschappen van microbeton zijn nagenoeg gelijk aan die van gewoon beton. De afmetingen van de proefstukken en de kwaliteit van het modelmateriaal vertoonden weinig spreiding.

$$\begin{aligned} (V_{k_{28}} &\approx 390 \text{ kgf/cm}^2, \\ E_w &\approx 320.000 \text{ kgf/cm}^2). \end{aligned}$$

Fig. 16b geeft het schema van de wijze van belasting weer. Voor elke proef werden twee wandjes evenwijdig aan elkaar opgesteld

op een stijve stalen plaat. Boven op de wandjes werd eveneens een stijve stalen plaat gelegd. Door het tegelijk beproeven van twee wandjes werd bereikt dat de stalen platen, die de oneindig stijve vloeren voorstellen, tijdens de proef horizontaal bleven.

De verticale belasting werd op de bovenste plaat, in het midden tussen de twee wandjes, aangebracht. Deze belasting is zo gekozen dat de spanning $P/(d \cdot b) \approx 15 \text{ kgf/cm}^2$ resp. 30 kgf/cm^2 bedroeg.

Om bij de aansluiting tussen wanden en vloeren zo goed mogelijk te voldoen aan de voorwaarden die hiervoor in de theorie zijn gesteld, werden onder- en bovenzijde van de wanden zorgvuldig vlak geslepen. Met kleine afwijkingen die nog overbleven in de verticale stand van de wandjes is later rekening gehouden bij de verwerking van de proefresultaten.

Door middel van instrumenten werd aan de stijve bovenplaat steeds tegelijkertijd zowel $2H$ als δ gemeten, terwijl $2P$ constant werd gehouden.

Fig. 17 geeft een overzicht van de proefopstelling. De twee groepen veren die men achter elkaar ziet waren nodig om de variatie in de grootte van de verticale belasting verwaarloosbaar klein te houden. Doordat de trekstangen waarmee de verticale belasting werd aangebracht ver beneden de vloerplaat van het model waren verankerd, was de horizontale component van de kracht in de trekstangen die ontstond t.g.v. de horizontale verplaatsing δ , klein.

In de uitwerking van de proeven is niettemin steeds H met deze horizontale component van P gecorrigeerd.

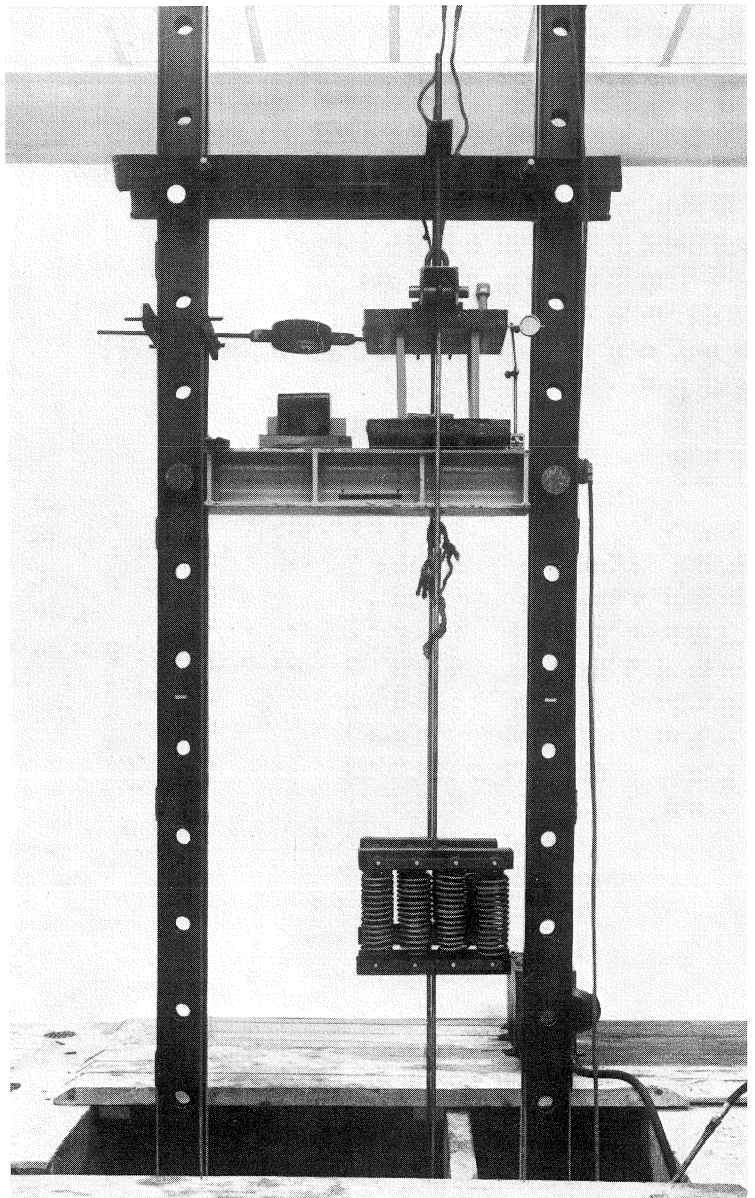


Fig. 17. Foto van de proefopstelling.

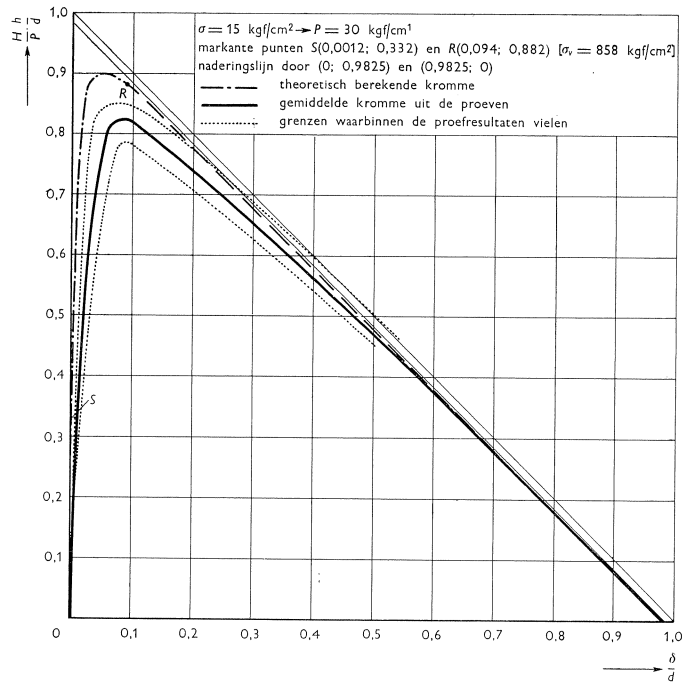


Fig. 18.

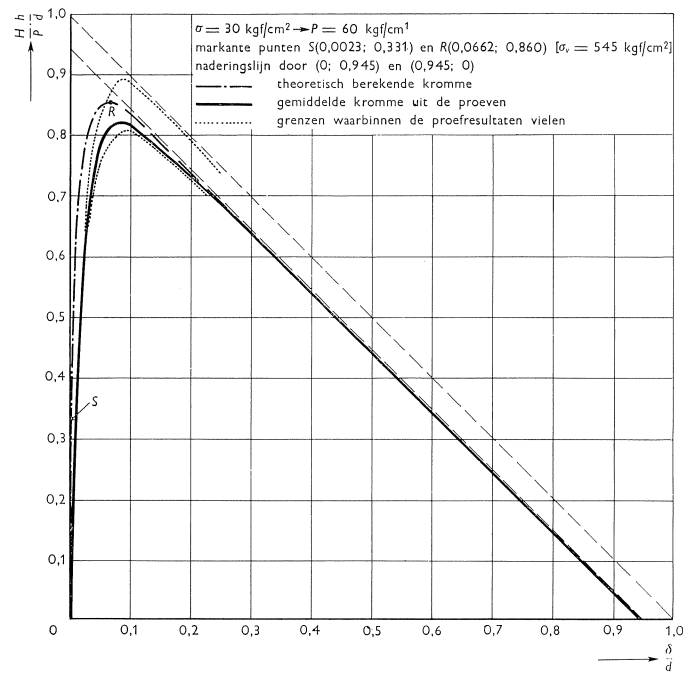


Fig. 19.

Resultaten van het modelonderzoek

De resultaten die verkregen zijn uit de hierboven beschreven proeven ziet men in fig. 18 en 19. De uitgezette kromme stelt het gemiddelde H - δ -diagram voor van de betreffende groep wandjes. De beide stippellijnen geven de grenzen aan waartussen alle afzonderlijke diagrammen vielen. Ter vergelijking met de theorie is ook de kromme getekend die volgt uit (36) en (37).

Het merkwaardige maar toch wel verklaarbare verschijnsel deed zich bij alle proeven voor, dat de stijfheid van de constructie ook voor $e_0 < (d/6)$ belangrijk lager was dan die uit de theoretische berekening volgens (27):

$$\alpha_{\text{proeven}} < \alpha_{\text{theoretisch}} \dots \dots \dots (43)$$

De oorzaken die hiertoe geleid kunnen hebben zullen in het volgende hoofdstuk worden besproken.

Uit fig. 18 en 19 volgt, dat bij alle afzonderlijke proeven

$$H_{\text{max}} > 0,75 \cdot P \frac{d}{h} \dots \dots \dots (44)$$

H_{max} behorende bij het gemiddelde diagram was:

$$H_{\text{max}} \approx 0,825 \cdot P \frac{d}{h} \dots \dots \dots (45)$$

Deze waarde werd bereikt bij een horizontale verplaatsing

$$\delta \approx 0,075d \dots \dots \dots (46)$$

3 Factoren die een belangrijke invloed hebben op de stabiliteit

a. Er zijn verschillende storende factoren te noemen die in de praktijk niet helemaal te vermijden zijn, en die een belangrijke verkleinende invloed hebben op de stijfheid en de stabiliteit van een wand, maar waarmee bij de theoretische beschouwing geen rekening is gehouden. B.v.

- het niet verticaal zijn van wanden (zie fig. 20a)
- het niet evenwijdig zijn van de aansluitingsvlakken boven en onder (fig. 20b)
- beschadigingen aan de randen (20c)
- het niet vlak zijn van de aansluitingsvlakken (fig. 20d en 20e)

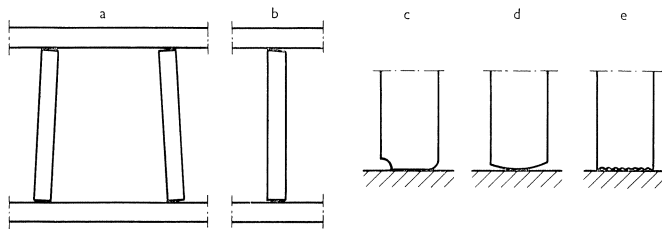


Fig. 20.

Zelfs bij onze modelproeven, waar bijzondere aandacht werd besteed aan de bewerking van de aansluitingsvlakken tussen de wandjes en de vloerplaten, kon niet worden vermeden dat er een belangrijke afwijking is opgetreden in de stijfheid van de constructie t.o.v. de theoretisch berekende.

De genoemde factoren (behalve het niet verticaal zijn van wanden) zijn te verminderen door elk element te stellen op een laag verse fijnkorrelige betonspecie die tevoren op het oplegvlak is aangebracht. De specie vult dan de eventueel overgebleven ruimte tussen wand en vloer.

Verticale belasting op de vloeren en temperatuurverschillen in de vloeren boven elkaar introduceren initiële φ_{Avloer} en δ , waardoor eveneens kleinere waarden voor α en H_{max} worden gevonden.

b. Bij de beschouwing van de eigen stabiliteit van een gebouw is uitgegaan van het schema van de draagconstructie volgens fig. 1. De resterende elementen van het gebouw (gevels en scheidingswanden, fig. 21) zijn weggelaten, hoewel deze de stabiliteit van de draagconstructie sterk kunnen vergroten.

De invloed hiervan op het verloop van het H - δ -diagram is in fig. 22 en 23 weergegeven. Een gevel is hier voorgesteld als een veer die aan de bovenkant van een draagwand deze steunt met een kracht $H' = k \cdot \delta$. Zowel de stijfheid als de maximale horizontale kracht (α en H_{max}) kunnen op deze wijze sterk worden vergroot.

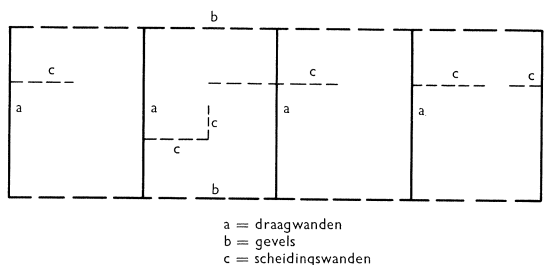


Fig. 21.

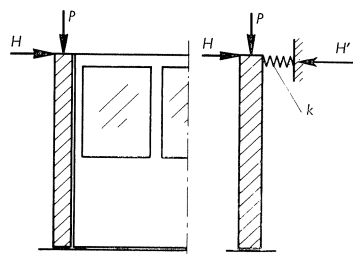


Fig. 22.

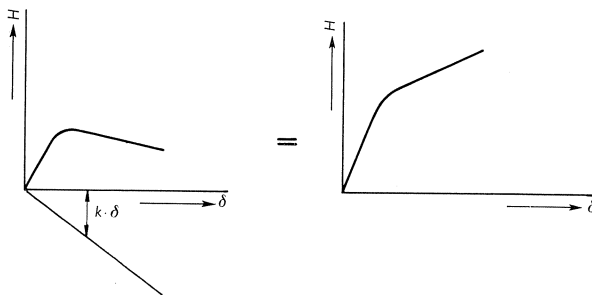


Fig. 23.

Men kan H_{\max} ook vergroten door tussen wand en vloer een verbinding aan te brengen die tot op zekere hoogte trekspanningen kan opnemen. In dat geval kan $2e_{\max}/d > 1$ worden, zodat men een H - δ -diagram krijgt volgens fig. 24. De twee karakteristieke rechte lijnen zijn hier II en IV. Met de gebroken lijn is hier het verloop van het diagram weergegeven wanneer in Q de trekspanningen weg zouden vallen. Dan geldt voor het verdere verloop het diagram in fig. 15b.

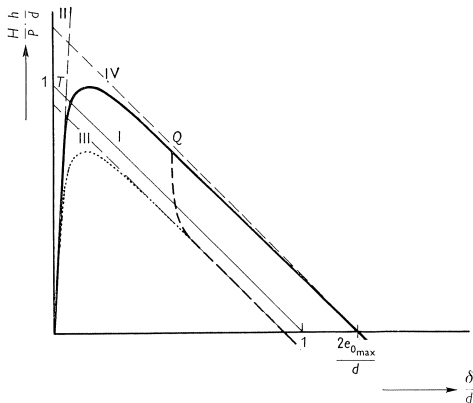


Fig. 24. ————— de doorsnede kan trekspanningen opnemen: $(2e_{\max}/d) > 1$
 - - - - - het verloop van het diagram wanneer bij P de trekspanningen wegval-
 len
 het diagram uit fig. 15b.

4 Conclusie

Onder ideale omstandigheden, d.w.z. wanneer aan de voorwaarden die in de theoretische beschouwing zijn gesteld wordt voldaan, is het gedrag van een draagwand, die door een verticale belasting P geklemd is tussen twee aangrenzende vloeren, in de formules (36) en (37) vastgelegd.

Bij de werkelijke constructies zijn deze ideale omstandigheden nooit helemaal aanwezig. Zelfs bij de proeven, waar bijzondere aandacht is besteed aan de afwerking van de aansluitingsvlakken tussen de wandjes en de vloerplaten, is t.g.v. de onnauwkeurigheden een lagere waarde voor H_{\max} en een aanzienlijk lagere α gevonden dan de theoretisch berekende. Een verbetering kan men hierin bereiken door het aanbrengen van een laag verse fijnkorrelige beton-specie op de oplegvlakken, voordat een volgend element op zijn plaats wordt gesteld. De specie voegt zich naar de vorm van de aansluitingsvlakken, en vult de anders overgebleven ruimte tussen wand en vloer.

Wanneer men de resultaten van de modelproeven toepast op een 20 cm dikke en 260 cm hoge wand, dan volgt uit (44):

$$H_{\max} > 0,75 \cdot \frac{20}{260} \cdot P = 0,0575P$$

Met andere woorden: een 20 cm dikke wand kan een horizontale kracht groter dan 5% van de verticale belasting weerstaan, voordat hij omvalt. Deze kracht wordt echter volgens (46) pas bereikt bij een aanzienlijke verplaatsing:

$$\delta \approx 0,075 \cdot 20 = 1,5 \text{ cm}$$

Het is niet bekend met welke nauwkeurigheid in de praktijk de theoretisch gestelde voorwaarden kunnen worden benaderd. Bovendien zijn in de praktijk verschillende vloeroverspanningen en verschillende wanddikten in eenzelfde gebouw aan te treffen. Ook moet worden rekening gehouden met initiële momenten in wanden t.g.v. de verticale belasting op vloeren en de temperatuurverschillen in de boven elkaar staande vloeren t.o.v. elkaar.

Een en ander beperkt de betekenis van de bij de proeven bereikte resultaten en maakt verder speurwerk noodzakelijk, voordat een geprononceerde uitspraak kan worden gedaan over de mogelijkheid om bij de stabiliteitsberekening van een gebouw aan de draagwanden een zekere mate van eigen stabiliteit als meewerkende factor toe te kennen.

Lijst van gebruikte notaties

		Dimensie:
b	wandbreedte	cm
c	factor volgens SAHLIN (zie literatuurlijst [4])	—
d	wanddikte	cm
d'	gereduceerde wanddikte	cm
e_0	excentriciteit van de kracht P , t.o.v. de as van de wand, in het vlak tussen de wand en de aangrenzende vloer	cm
$E_v I_v$	stijfheidsfactor van een vloer per eenheid van wandbreedte	kgfcm ² /cm'
$E_w I_w$	stijfheidsfactor van een wand per eenheid van breedte	kgfcm ² /cm'
h	wandhoogte, afstand h.o.h. van twee vloeren	cm
H	horizontale kracht op een wand per eenheid van wandbreedte	kgf/cm'
l	vloeroverspanning, afstand h.o.h. van twee draagwanden	cm
M_x	moment in de wand	kgfcm/cm'
M_0	moment op de wand in het vlak tussen de wand en de vloer	kgfcm/cm'
n	aantal wanden per verdieping	—
P	verticale belasting op een wand per eenheid van breedte	kgf/cm'
P_k	knikkracht	kgf/cm'
$V_{k_{as}}$	kubussterkte van het materiaal na 28 dagen	kgf/cm ²
α	stijfheidsfactor van de constructie	—
δ	horizontale verplaatsing van twee opeenvolgende vloeren t.o.v. elkaar	cm
σ	gemiddelde spanning in een wand bij centrische belasting P , ($\sigma = P/d$)	kgf/cm ²
σ_v	spanning waarbij plastische vervorming optreedt	kgf/cm ²
$\varphi_{A_{vloer}}$	hoekverdraaiing van de vloer in punt A	rad
$\varphi_{A_{wand}}$	hoekverdraaiing van de wand in punt A	rad

Literatuurlijst

1. Ir. M. DRAGOSAVIĆ, Stabiliteit van wanden. Rapport T.N.O. no. BI-62-7.
2. Ir. M. DRAGOSAVIĆ en B. G. TEN DAM, Stabiliteit van wanden. Rapport T.N.O. no. BI-62-22.
3. Ir. D. DICKE, Stabiliteitsproblemen en de 1,5%-regel voor hoge gebouwen. Cement 13, 1 (1961) no. 7.
4. S. SAHLIN, Structural Interaction of Walls and Floor Slabs. Transactions nr. 35, Statens nämnd för byggnadsforskning, Stockholm 1959.