

ORIËNTEREND ONDERZOEK NAAR DE WRINGSTERKTE VAN BETON

U.D.C. 624.012.4: 624.042: 624.072.2

In dit artikel worden de resultaten gegeven van een oriënterend onderzoek betreffende de wringsterkte van betonbalken.

Dit onderzoek heeft aangetoond dat het gedrag bij wringing in het stadium van breuk bij ongewapende betonbalken goed door het zandheuvel-analoon van Nadai wordt beschreven.

0 Inleiding

Er is in de laatste jaren een duidelijk groter wordende belangstelling te constateren voor wringingsverschijnselen in betonconstructies. De bestudering van het gedrag van betonconstructies heeft aangetoond dat wringing hierin vaak een rol speelt. Men denke wat dit betreft bijv. aan constructies waarbij platen min of meer buigingsstijf zijn verbonden aan balken die zelf min of meer wringingsstijf zijn opgelegd.

Bij het Instituut TNO voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies is in het begin van 1963 een onderzoek naar het gedrag van gewrongen ongewapende en gewapende betonbalken aangevangen. In het volgende komt slechts een gedeelte van het verrichte theoretische en experimentele onderzoek ter sprake, namelijk het bepalen van breukmomenten in het geval van zuivere wringing van ongewapende betonbalken. De experimenten werden uitgevoerd met behulp van balkjes vervaardigd van microbeton.

1 Theoretische beschouwing

In het volgende wordt een poging gedaan antwoord te geven op de vraag wat het gedrag tot aan het bereiken van de uiterste draagkracht is van een gewrongen balk van ongewapend beton.

De wringing van prismatische staven met homogene doorsnede bij geïdealiseerde materiaaleigenschappen is theoretisch toegankelijk gebleken. Voor de wiskundige behandeling zij verwezen naar handboeken [1, 2, 3].

Hier wordt gebruik gemaakt van de eenvoudige visuele presentatie van de resultaten, die bij een ideaal-elastisch materiaal mogelijk is met de zeepvlies-analogie (PRANDTL) en voor een ideaal-plastisch materiaal met de zandheuvel-analogie (NADAI).

Fig. 1 resumeert de kenmerken van deze analogieën, toegelicht aan een gewrongen rechthoekige doorsnede. De mogelijkheid om de zandheuvelanalogie toe te passen op gewrongen staven van ongewapend beton is afhankelijk van de voor dit materiaal te kiezen breukhypothese.

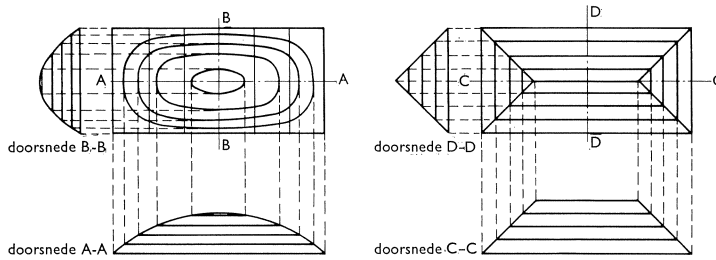


Fig. 1. Analogieën voor de schuifspanningsverdeling over de gewrongen rechthoekige doorsnede.

Links: zeepvliesanalogon (ideaal elastisch materiaal).

1. De grootte van de wringschuifspanning in een punt van de doorsnede is evenredig met de maximum helling van de zeepvliesheuvel ter plaatse.
2. In ieder punt van de doorsnede is de schuifspanning gericht volgens de raaklijn aan de hoogtelijn van de heuvel aldaar.
3. Het wringende moment werkzaam over de doorsnede is evenredig met de inhoud van de heuvel.

Rechts: zandheuvelanalogon (ideaal plastisch materiaal).

1. De helling der 'taluds' is overal gelijk, dus ook de grootte van de wringschuifspanning in de doorsnede.
2. In ieder punt van de doorsnede is de schuifspanning gericht volgens de hoogtelijn (contour) van de heuvel, aldaar.
3. Het wringende moment werkzaam op de doorsnede is evenredig met de inhoud van de heuvel.

Aanvankelijk zal, zoals de zeepvliesanalogie laat zien, de maximale spanning slechts in een zone van beperkte omvang worden bereikt. De vraag is nu of vóór breuk nog een zodanige vervorming in die zone op zal treden dat ook in andere zones de maximale spanning bereikt kan worden, m.a.w. of het beton bij dit speciale belastingsgeval als 'plastisch' kan worden beschouwd.

Het antwoord op deze vraag is slechts te vinden door het gedrag van de gewrongen ligger tot en met breuk experimenteel na te gaan.

Het experiment leert dat de breuk van een gewrongen, ongewapende betonbalk plotseling optreedt. Het ontstane breukvlak blijkt gewelfd (scheluw) te zijn en in drie opvolgende zijvlakken een hoek van 45° met de balkas te maken (zie fig. 2). Het lijkt aannemelijk dit breukverschijnsel in verband te brengen met de treksterkte van het beton, omdat immers de richting van de hoofdtrekspanning loodrecht staat op de scheurrichting in genoemde drie zijvlakken.

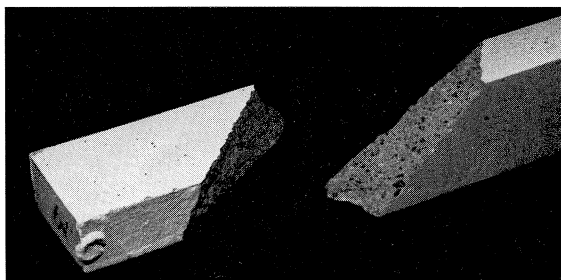


Fig. 2. Scheluw breukvlak van een ongewapende, stukgewrongen ligger van microbeton.

Het is gebruikelijk om nu te veronderstellen, dat deze hoofdtrekspanning bij breuk onder wringing dezelfde waarde bereikt als in het geval van zuivere trek [4]. Dan is dus ook de maximale schuifspanning gelijk aan de betonsplijtsterkte σ_{br} .

Rest nog de vaststelling van de schuifspanningsverdeling over de doorsnede van de gewrongen balk onmiddellijk vóór breuk optreedt. Volgens MARSHALL [5] is deze verdeling een 'vol-plastische', wat onder meer zou blijken uit het feit dat de breuk langs de omtrek van de balk overal tegelijk optreedt en niet begint ter plaatse van de middens der lange zijden en zich van daar uit voortplant.

Een verder argument voor de toepassing van de plasticiteitstheorie is de omstandigheid dat de schuifvervorming, welke tot uiting komt in de axiale hoekverdraaiing, groter blijkt te zijn dan volgens de elasticiteitstheorie mag worden verwacht.

Op grond van de bovengenoemde overwegingen, die trouwens al een twintigtal jaar oud zijn, komt men tot de volgende betrekking voor het wring-breukmoment:

$$M_w(\text{breuk}) = \sigma_{br} \cdot W_w \text{ ('plastisch')} \quad (1)$$

Hierin stelt W_w ('plastisch') het uit de zandhevelanalogie bepaalde wringingsweerstandsmoment voor.

2 Experimenteel onderzoek; uitkomsten

Een van de doelstellingen van het onderzoek was om formule (1) voor het wring-breukmoment aan de hand van het experiment te toetsen, waarbij niet alleen rechthoekige en vierkante balken zijn betrokken, maar ook profielen met inspringende hoeken, te weten T-balken en balken met kruisvormige doorsnede.

Een overzicht van de gebruikte apparatuur geven de fig. 3 en 4. Bij de proeven met de apparatuur van fig. 3 wordt de *vervorming* ingesteld. Dit geschiedt met behulp van het schroefmechanisme, aangebracht op het zware gewicht dat op de vloer ligt. De verplaatsing wordt via de verticale staaf, de hefboom en het wiel in een hoekverdraaiing van het balkuiteinde omgezet. De benodigde kracht moet gemeten worden, en de hiervoor gebruikte constructie moet (in verhouding tot de betonbalk) redelijk stijf zijn. Voor deze meting wordt het halverwege de verticale staaf aangebrachte portaaltje gebruikt, waarvan de buigvervormingen van de horizontale strippen met rekstrookjes worden gemeten. Door ijking vooraf is het verband tussen de kracht en de aflezingen bepaald.

Er is naar gestreefd de inklemming bij het niet draaiende uiteinde van het balkje buigingslap uit te voeren, om over de gehele staaf lengte uitsluitend wringende momenten te laten optreden.

De axiale hoekverdraaiingen zijn optisch gemeten met behulp van op het balkje aangebrachte zoneplaatjes (deze meettechniek werd reeds uitvoerig in HERON beschreven; vgl. jaargang 10 (1962), nummer 2, het artikel van ir. W. J. BERANEK: Modellen van polystyreenschuim).

Bij de proeven met de apparatuur van fig. 4 wordt de *belasting* voorgeschreven. De meting beperkt zich tot de bepaling van de massa van het in de emmer gestroomde water op het ogenblik van breuk.

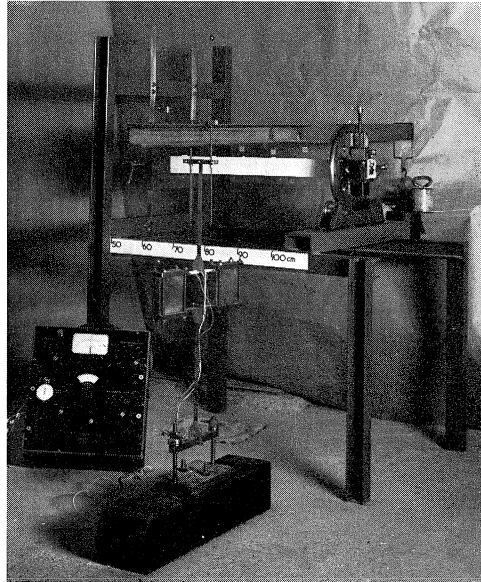


Fig. 3. Apparatuur voor zuivere wringing, waarbij de *vormverandering* de ingestelde variabele is.

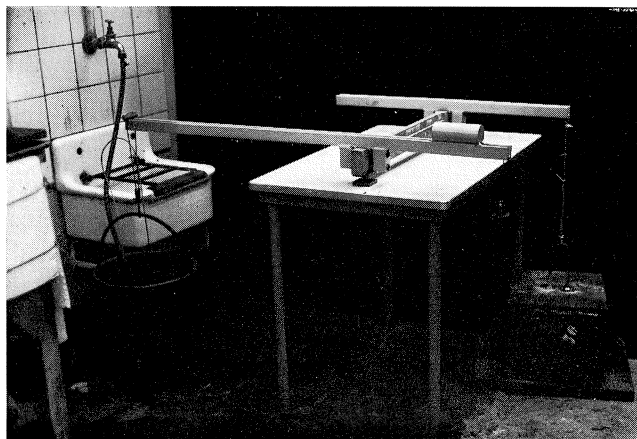


Fig. 4. Apparatuur voor zuivere wringing, waarbij de *belasting* de voorgeschreven variabele is.

Er zijn in totaal 38 ongewapende betonbalkjes beproefd, onderverdeeld in 5 series. Het materiaal was microbeton, waarvan de toeslag een fijnheidsmodulus $f_m = 3,34$ had. Het cementgehalte was 390 kg Enci portlandcement, klasse A per m^3 beton, terwijl per kg cement $0,5 \text{ cm}^3$ stabilax aan de betonspecie was toegevoegd. De water-cementfactor van de specie bedroeg 0,47.

De series 1 en 2 bestonden in totaal uit 7 balkjes van vierkante resp. rechthoekige doorsnede. De afmetingen, de betonkwaliteit en de proefresultaten zijn in tabel 1 samengevat. De proeven zijn uitgevoerd met de belastingsapparatuur van fig. 3. Beoogd werd hiermee het vormveranderingsgedrag alsmede de overgang van het elastische naar het plastische gebied te bestuderen. De verkregen meetresultaten (het wringende moment en de bijbehorende specifieke hoekverdraaiing) zijn in een diagram uitgezet. Aldus ontstond de grafiek fig. 5; zij is de weergave van het gemiddelde van de resultaten van serie 2. In het diagram zijn twee gebieden te onderscheiden, namelijk het vrijwel rechte deel O-P en het zwak gekromde deel P-Q; breuk treedt op bij Q. Het ligt voor de hand het gebogen deel in verband te brengen met 'plastisch' gedrag van het beton.

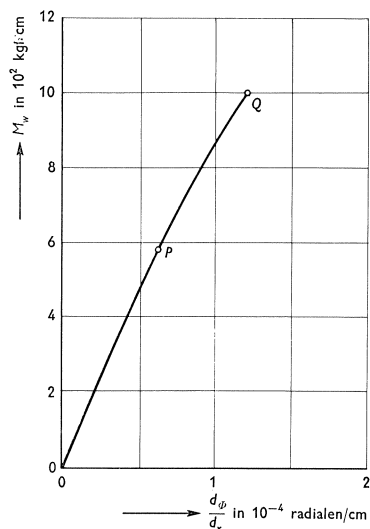


Fig. 5. Het wringende moment als functie van de ingestelde specifieke hoekverdraaiing (gemiddelde van de resultaten van serie 2).

In geval van een rechthoekige doorsnede geldt in het elastische gebied vrij nauwkeurig als formule voor het wringingsweerstandsmoment (zeepvliësanalogon):

$$W_w (\text{elastisch}) = \frac{1}{3} \left\{ 1 - 0,63 \left(\frac{b}{h_t} \right) + 0,25 \left(\frac{b}{h_t} \right)^2 \right\} b^2 h_t \quad (2)$$

Hierin is b de kleinste en h_t de grootste zijdelengte van de doorsnede.

Het uit de zandheuvelanalogie afgeleide wringingsweerstandsmoment van eenzelfde rechthoekige doorsnede is:

$$W_w (\text{'plastisch'}) = \frac{1}{2} b^2 \left(h_t - \frac{1}{3} b \right) \quad (3)$$

Voor de ontworpen balkafmetingen $b = 3,5 \text{ cm}$ en $h_t = 6,5 \text{ cm}$ geldt dan:

$$W_w (\text{elastisch}) = 19,5 \text{ cm}^3$$

en $W_w (\text{'plastisch'}) = 32,7 \text{ cm}^3$

Voor de werkelijke proefstaafafmetingen zijn de in tabel 1 vermelde waarden van evengoemde grootheden gevonden.

Als maximale schuifspanning wordt 30 kgf/cm^2 aangehouden, gelijk aan de bij enkele proefkubussen gemeten splijtsterkte. Zodoende vindt men voor het maximale elastisch op te nemen wringmoment bij de nagestreefde balkafmetingen:

$$M_w(\text{elastisch}) = 30 \times 19,5 = 585 \text{ kgf} \cdot \text{cm},$$

terwijl het volgens de plasticiteitstheorie maximaal op te nemen wringmoment wordt:

$$M_w(\text{'plastisch'}) = 30 \times 32,7 = 981 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

Uit figuur 5 blijkt dat deze beide berekende waarden goed overeenstemmen met de punten P resp. Q. Op grond hiervan mag worden geconcludeerd dat het traject O-P de elastische fase, en het traject P-Q de elasto-plastische fase van de gewrongen balk voorstelt.

In het betreffende analogon betekent het bereiken van het punt P: het zeepvlies heeft ter plaatse van de middens van de lange zijden van de doorsnede de maximum helling. Het verder opvoeren van het wringende moment heeft tot gevolg dat in steeds meer punten van het zeepvlies de maximale helling gaat optreden.

Dit in de dwarsdoorsnede van buiten naar binnen voortschrijdende gevolg van 'plastificering' is voltooid wanneer in alle punten het zeepvlies de maximum helling heeft bereikt; in plaats van de gewelfde vorm vertoont het nu de gedaante van de zandheuvel op rechthoekige grondslag.

Uit het voorgaande is te concluderen, dat punt Q met deze fase overeenkomt. Daar het materiaal zich onder de gegeven omstandigheden bros gedraagt, valt een voortzetting van het diagram na punt Q niet te verwachten; een zodanige voortzetting blijkt ook experimenteel niet te worden geconstateerd.

De berekende waarde M_w ('plastisch') zou derhalve overeen moeten komen met de gemeten waarde van het breukmoment M_w (breuk). Zoals fig. 5 aangeeft is deze overeenstemming voor het gemiddelde van serie 2 aanwezig.

Als consequentie van deze gedachtengang zal bij de vermelding van de betreffende grootheden geen verschil meer worden gemaakt tussen 'plastisch' stadium of breukstadium. Dienovereenkomstig zullen de eerdere aanduidingen 'breuk' of 'plastisch' worden samengevat door éézelfde index-notatie: ν_l .

Tabel 1 geeft een uitgewerkt overzicht van de resultaten van serie 1 en 2. Voorts is aangegeven welke maximale schuifspanning τ_{ν_l} nodig is ter oplevering van het bereikte breukmoment. Hierbij valt op hoe goed deze waarde aansluit bij de treksterkte van het materiaal, waarvoor hier is aangehouden de splijtsterkte.

Tabel 1

serie nr.	nage-streefde balkaf-metingen (cm)	kubus-druk-sterkte σ_u' (kgf/cm ²)	kubus-splijt-sterkte σ_{br} (kgf/cm ²)	balk nr.	M_{br} (kgf·cm)	W_{el} (cm ³)	W_{pl} (cm ³)	$\tau_{pl} = M_{br}/W_{pl}$ (kgf/cm ²)	τ_{pl}/σ_{br}
1	5,0 bij 5,0	465	36,5	1	1508	26,4	42,9	35,1	0,96
				2	1187	25,8	42,1	28,2	0,77
				3	1450	26,3	42,8	33,8	0,93
2	3,5 bij 6,5	420	30,0	1	1047	19,6	32,9	31,8	1,06
				2	999	19,1	32,0	31,2	1,04
				3	951	19,2	32,2	29,5	0,98
				4	999	19,6	33,3	30,0	1,00

De series 3, 4 en 5 zijn in hoofdzaak beproefd met de belastingsapparatuur van fig. 4. Deze series bestonden uit balken van verschillend, nl. rechthoekig, T-vormig resp. kruisvormig profiel [6]. Ook was de verharding ervan op verschillende wijze tot stand gekomen, terwijl bovendien het vochtgehalte werd gevarieerd.

Uit het breukmoment (het enige aan de meting ontleende resultaat) is langs de beschreven weg de waarde van de maximale schuifspanning bepaald. De overeenstemming met de splijtsterkte was hier minder goed dan bij de series 1 en 2. De balken van rechthoekige doorsnede leverden voor τ_{pl} een enigszins kleinere, de overige balken een enigszins grotere waarde dan de splijtsterkte. Een verklaring hiervoor ontbreekt vooralsnog. De gedachte, dat balken met in doorsnede inspringende hoeken een relatief kleine wringsterkte zouden hebben – welk idee gebaseerd zou kunnen zijn op de (aan de elasticiteitstheorie te ontleen) veronderstelling van grote spanningsconcentraties in de hoeken – vindt in het onderhavige onderzoek blijkbaar geen steun. Overigens is hierbij gebleken, dat bij toenemend vochtgehalte van het beton de wringsterkte vermindert.

3 Literatuur

1. TIMOSHENKO, S. en J. N. GOODIER, Theory of Elasticity. Tweede druk, New York 1951.
2. SZABO, J., Höhere Technische Mechanik. Berlijn 1955.
3. NADAI, A., Theory of flow and fracture of solids. New York 1950.
4. JAEGER, K., Festigkeitsnachweis im Stahlbetonbau. Wenen, 1948.
5. MARSHALL, W. T., The torsional resistance of plastic materials, with special reference to concrete. Concrete and Constructional Engineering. Jaargang 36, no. 4, (april 1944).
6. HAAGSMA, S. C., Oriënterend onderzoek naar de wringsterkte van ongewapend beton. TNO-IBBC, Rapport no.: BI-64-2.