

# 1. Durchlaufträger

Ir. TH. MONNIER

## 1.1 Einleitung

Das kennzeichnende Verhalten von Stahlbeton wird deutlich bei der Besprechung des Verhaltens und der Tragkraft von Durchlaufträgern aus Stahlbeton. Im Rahmen der Vortragsreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton kann jedoch nur eine allgemeine Betrachtung zur Diskussion gestellt werden.

Der Endbericht der CUR-Kommission A 19, in deren Zusammenarbeit diesbezügliche Untersuchungen ausgeführt wurden, gibt einen vollständigen Bericht und wird demnächst erscheinen als CUR-Bericht Nr. 83.

## 1.2 Verformungen des Stahlbetons

Die Verteilung der Kräfte in Durchlaufträgern wird bestimmt durch das Gleichgewicht der Kräfte *und* durch den Zusammenhang der Verformungen. Der Aspekt der Verformungen macht es notwendig, zuerst die Biegesteifigkeit des Stahlbetons zu

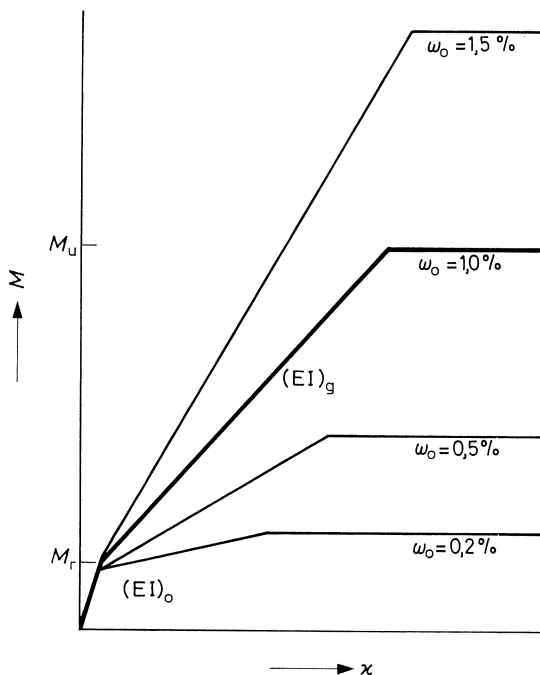


Bild 1.1. Moment-Krümmungsdiagramme von Stahlbeton für 4 verschiedene Bewehrungsprozent-sätze und rechteckige Querschnitte.

betrachten, in Bezug auf die Grösse der inneren Kräfte. Hiernach sind experimentelle Untersuchungen ausgeführt worden [1.1].

In Bild 1.1 sind vier Beispiele von Moment-Krümmungsdiagrammen gegeben, die die gesuchte Beziehung für verschiedene Bewehrungsprozentätze zeigen. Die gezeigten Diagramme sind einigermaßen schematisiert zu drei geraden Linien.

In Anfang hat der ungerissene Beton die Biegesteifigkeit  $(EI)_0$ . Beim Rissmoment  $M_r$  wird der Einfluss der Rissbildung merkbar. Die Biegesteifigkeit nimmt ab. Im gerissenen Stadium kann am besten gearbeitet werden mit der Neigung  $(EI)_g$  des zweiten Astes, die konstant ist. Für die meisten, praktischen Bewehrungsprozentätze ist diese Neigung eine einfache lineare Funktion des Bewehrungsprozentatzes und der Querschnittsabmessungen. Der horizontale, dritte Ast des Diagrammes deutet das Stadium an, wobei der Stahl fließt; dieser Ast endet wenn der Beton oder der Stahl die Bruchgrenze erreicht hat. Dieses Verhalten sorgt für die Zähigkeit und die Verformungskapazität des Stahlbetons.

### 1.3 Die Momentenverteilung in Durchlaufträgern

Die Konsequenzen einer derartigen Beziehung zwischen Biegesteifigkeit und inneren Kräften sind in Bild 1.2 dargestellt. Diese Figur gibt ein Bild der Verteilung der Momente im Mittelfelde eines Durchlaufträgers mit gleichen Stützweiten. Die Grösse der gleichmässig verteilten Belastung ist senkrecht angegeben, das Stützmoment waagrecht nach rechts und das Feldmoment waagrecht nach links angegeben. Die

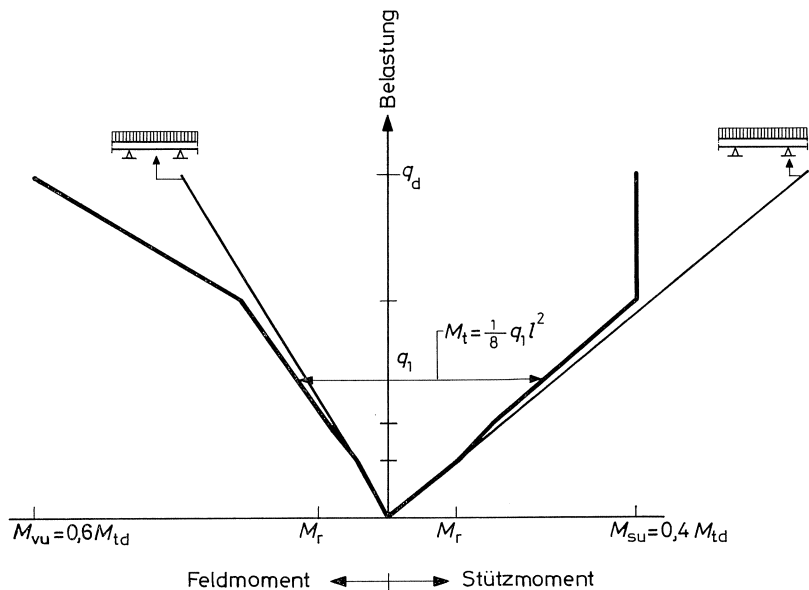


Bild 1.2. Die wirkliche Momentenverteilung in einem Durchlaufträger unter gleichmässiger Vollbelastung.

Belastung auf allen Feldern hat die gleiche Grösse. In Abweichung von den linear-elastischen Momenten ist über den Auflager eine Bewehrung angewendet für 0,4 der Momentensumme  $M_{td} = \frac{1}{8}ql^2$  anstatt für  $\frac{2}{3}$ ;  $q_d$  ist die geforderte Tragkraft. In den Feldern ist eine Bewehrung angewendet für 0,6 der Momentensumme  $M_{td}$  anstatt für  $\frac{1}{3}$ .

In Bild 1.2 deuten die dünnegezogene Linien die linear-elastischen Momenten an, also berechnet als ob die Konstruktion ungerissen bleibt. Die dickgezogene Linien deuten die Momenten an die in Wirklichkeit auftreten als die Belastung aufgebracht wird und weiter zunimmt.

Es treten Abweichungen in Bezug auf die linearen Momente auf. Diese sind eine Folge der Rissbildung, man spricht von der Umlagerung der Momente. Auf Grund des erforderlichen Gleichgewichtes bleibt die Summe des Feld- und Stützmomentes immer  $\frac{1}{8}ql^2$ . Die Umlagerung wird gross wenn der Betonstahl anfängt zu fließen, in diesem Falle über dem Auflager. Dort bildet sich ein plastisches Gelenk, indem dank der Möglichkeiten aus dem  $M$ - $\kappa$ -Diagramm über eine gewisse Länge eine plastische Rotation auftritt. Das Fliessmoment  $M_{su}$  ist stabil. Die weitere Zunahme der Belastung kommt jetzt ausschliesslich aufs Konto der Feldbewehrung. Das geht so weiter bis auch im Felde das Fliessmoment erreicht wird. Voraussetzung ist jedoch dass kein vorzeitiger Bruch auftritt oder dass die Rotationsfähigkeit der plastischen Gelenke genügend gross ist. Die gesamte Bewehrung bestimmt also die Tragkraft. In diesen Fällen gibt es also eine gewisse Freiheit in der Verteilung der Bewehrung in Feldern und über Stützen.

#### 1.4 Durchgeführte Untersuchungen

Nach der experimentellen Untersuchung der Beziehung zwischen Moment und Krümmung sind im Untersuchungsprogramm auch Durchlaufträger von Stahlbeton erprobt worden. Das bezog sich auf Träger über drei Stützen [1.2].

Nach dem Experiment zeigten die Träger das Aussehen von Bild 1.3. Der Bruchmechanismus, der sich gebildet hat, ist klar sichtbar. Die Verformungen, die in den plastischen Gelenken aufgetreten sind, ermitteln einen Eindruck der Rotationsfähigkeit, die der Beton besitzen kann.

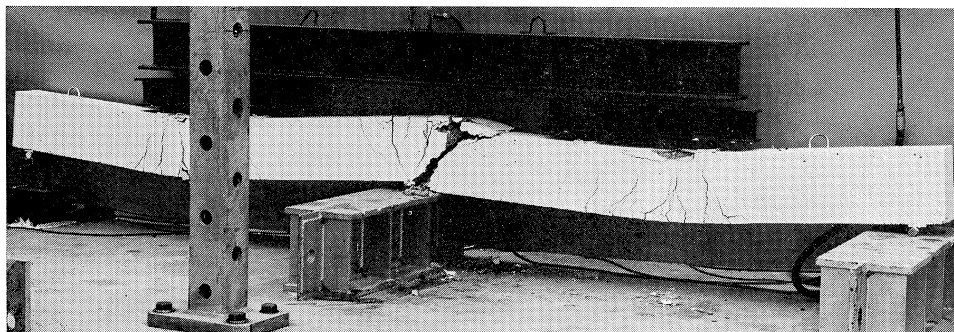


Bild 1.3. Zweifeldriger Durchlaufträger nach dem Bruch.

Bild 1.4 zeigt ein Resultat einer der erprobten Träger und zwar die Momentenverteilung als Funktion der Belastungsgröße. Die Punkte zeigen die registrierte Momentenverteilung. Die dickgezogenen Linien zeigen die Momentenverteilung, die theoretisch erwartet werden kann, wenn man ausgeht vom dreiteiligen Moment-Krümmungsdiagramm. Die angewandte Bewehrung war in diesem Falle abgestimmt worden auf die linear-elastische Momentenverteilung. Die gemessene Momentenverteilung liegt in der Nähe der linear-elastischen Verteilung. Das Stützmoment ist etwas kleiner als theoretisch zu erwarten war. Diese Tendenz zeigte sich auch bei den anderen Trägern. Die Ursache liegt im Einfluss der Schubkräfte.

Besonders wichtig ist es, dass die auftretende Momentenverteilung tatsächlich eine gute Näherung der linear-elastischen Verteilung ist, wenn die Bewehrung einer linear-elastischen Verteilung entspricht.

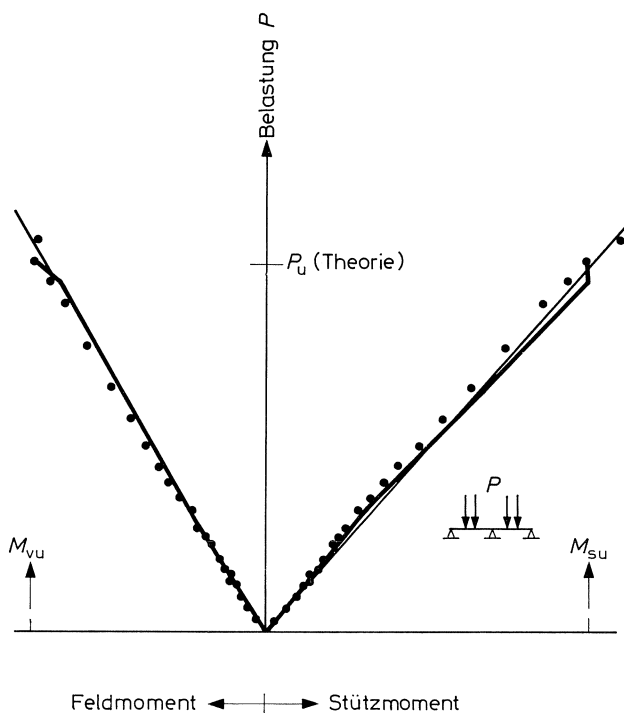


Bild 1.4. Experimentell-bestimmte Momentenverteilung in einem Durchlaufträger von Stahlbeton; die Punkte zeigen die Messwerte.

Als Teil des Programms ist auch ein Computerprogramm zusammengestellt worden, womit nicht-linear gerechnet werden kann. In dieses Programm ist der Einfluss der Schubkraft auf die Steifigkeit mittels eines Korrekturfaktors eingebaut. Auf diese Art konnten die gemessenen Kraftverteilungen und die auftretenden Verformungen gut nachgerechnet werden.

Die kürzlich gegründete CUR-Kommission A 26 „Betonmechanica“ kann vielleicht eine bessere Methode anwenden um den Einfluss der Schubkräfte zu berücksichtigen. In Zusammenarbeit mit dieser Kommission wird der Schubeinfluss auf das Verhalten von Stahlbetonkonstruktionen studiert und praktisch anwendbar gemacht.

### 1.5 Benutzung der „Freiheit des Bewehrens“

Was kann jetzt angefangen werden mit den erwähnten Möglichkeiten, um freier zu bewehren? Zuerst fällt auf, dass beim Dimensionieren von Durchlaufträgern die Bewehrungsverteilung im Hinblick auf die Tragkraft etwas variiert werden kann. Gewöhnlich denkt man dabei an das Verschieben von Stützbewehrung nach den Feldern. Es gibt jedoch auch Gründe, um oberhalb der Stützen verhältnismässig viel Bewehrung anzuwenden im Hinblick auf Brandbeanspruchung. Unter diesen Umstände ist die Stützbewehrung besser geschützt und liefert einen zuverlässigen Beitrag zur Feuersicherheit.

Eine zweite Möglichkeit ist eine gewisse Ersparnis an Bewehrung in Bezug auf das Bewehren auf extreme lineare Momente, die zu verschiedenen Lastfällen gehören. Die Summe der dazugehörige Fliess- oder Bruchmomente ist ja grösser als das minimal erforderliche Moment von  $\frac{1}{8}q_d l^2$ .

Die „Freiheit des Bewehrens“ gibt auch Möglichkeiten zur Standardisierung von Bewehrungskorben und -matten. Dieser Punkt ist jedoch im allgemeinen schwer zu konkretisieren. Übrigens hat der Rationalisierung von Bewehrung mit Recht die Aufmerksamkeit in der Forschung.

Im Rahmen der Untersuchung der Durchlaufträger der CUR-Kommission A 19 ist hauptsächlich gearbeitet, um Methoden anzugeben, die die gewünschte Freiheit beim Bewehren in der Praxis möglich machen sollen. Der Punkt dabei war nicht das Bruchstadium; dafür genügt – wie gezeigt – eine Gleichgewichtsbetrachtung zur Bestimmung der Tragkraft. Die Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Behauptung ist jedoch, dass genügend Rotationsfähigkeit vorhanden ist. Dazu müssen die auftretenden Rotationen und die Rotationsfähigkeit mit einander geprüft werden. Ausserdem müssen Anforderungen im Benutzungsstadium kontrolliert werden. Das hat zur Folge dass über ein grosses Gebiet die Momentenverteilung als Funktion der Belastung bekannt sein muss. Die Schwierigkeit ist, dass es keine einfache Methode gibt, um das direkt zu berechnen.

Es sind zwei Verfahren ausgearbeitet, um Durchlaufträger zu dimensionieren:

- eine angedeutete Variation der linear-elastischen Momentenverteilung;
- eine Anzahl von Berechnungsregeln, die zusammengestellt sind auf Grund von Vorberechnungen (mit einem Computer) gemäss der nicht-linearen Elastizitätstheorie und gültig für bestimmte Fälle.

Nur das ersterwähnte Verfahren wird hier etwas auseinandergesetzt.

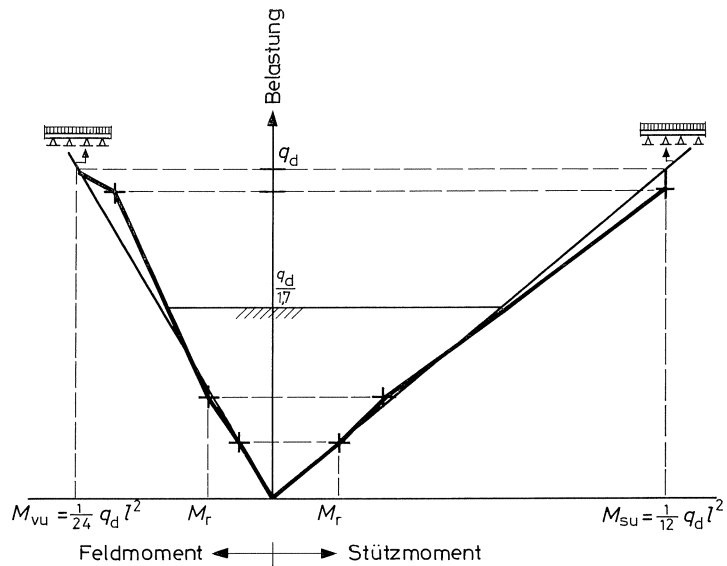


Bild 1.5. Die auftretende Momentenverteilung (angedeutet mit dicken Linien) weicht nur geringfügig ab von der linear-elastischen Momentenverteilung (angedeutet mit dünnen Linien), wenn der Träger übereinstimmend der letzterwähnten Verteilung bewehrt wird. Die Belastung  $q_d/1,7$  ist die Nutzlast.

Tabelle 1.1: Gemessene Abweichungen im Gebrauchszustand bei Probeträgern

Litt.	Trägernr.	Lastschema	Verhältnis		Anwesende		Gem. Moment/	
			der linear-elast. Momente $\frac{M_{s.el}}{M_{v.el}}$	Bruch- Momente $\frac{M_{su}}{M_{vu}}$	Momenten- kapazität Stütz <sup>1</sup>	Feld <sup>1</sup>	Lin.-elast. Mom. $\frac{M_s^2}{M_{s.el}}$	Mom. $\frac{M_v^2}{M_{v.el}}$
1.3	HH4		1,20	1,00	0,89	(1,07)	0,94	1,04
	HL3		1,20	1,12	0,96	(1,03)	1,01	0,98
1.4	nr. 1, serie 1		0,46	0,57	(1,19)	0,96	1,04	1,0
	nr. 2, serie 1		0,46	0,78	(1,50)	0,89	1,13	1,0
	nr. 3, serie 1		0,46	1,00	(1,78)	0,82	1,23	0,96
	nr. 4, serie 1		0,46	1,40	(2,20)	0,72	1,60	0,89
1.5	CP1		0,43	0,36	0,84	(1,03)	0,82	1,08
	CQ1		0,67	0,61	0,93	(1,02)	0,81	1,13
1.2	B1		1,44	1,44	(1,01)	0,99	0,96	1,00
	B2		1,44	0,67	0,57	(1,23)	0,77	1,10
	B3		1,91	0,67	0,54	(1,55)	0,78	1,30

<sup>1</sup> = anwesendes Bruchmoment (nach VB 1974)/benötigtes Bruchmoment des gleichen Trägerquerschnittes mit gleicher Tragkraft, jedoch bewehrt in Übereinstimmung mit der linear-elastischen Momentenverteilung.

<sup>2</sup> im Gebrauchszustand gemessen.

## 1.6 Praktische Anwendung

Das ersterwähnte Verfahren geht davon aus, dass die Momentenverteilung in einem Durchlaufträger, der für einen bestimmten Lastfall bewehrt ist auf Grund der linear-elastischen Momente, bei diesem Lastfall auch eine Momentenverteilung zeigt, die den linear-elastischen Momenten entspricht (siehe Bilder 1.4 und 1.5).

Ausserdem kann festgestellt werden, dass eine kleine Variation in der Bewehrungsverteilung keine grosse Unterschiede ergibt. In Tabelle 1.1 ist auch eine Anzahl Fälle gesammelt, um diese Behauptung zu illustrieren.

Eine akzeptable Variation der Momentenverteilung ist auf 25% gestellt.

In Bild 1.6 ist die Momentenverteilung gezeigt für ein Mittelfeld eines Durchlaufträgers mit gleichen Stützweiten und eine gleichmässig verteilte Belastung. Zwei Lastfälle sind betrachtet worden.

1. Vollast.
2. Die Felder sind abwechselnd voll und nur für 50% belastet gedacht worden. Die dünnegezogene Linien zeigen die linear-elastischen Verteilungen. Das extreme Feldmoment beträgt dann  $\frac{1}{16}q_d l^2$  und das extreme Stützenmoment  $\frac{1}{12}q_d l^2$ , zusammen liefern diese Momente eine Bruchmomentensumme von  $\frac{7}{8}q_d l^2$ . Beim Dimensionieren ist jedoch eine derartige Bewehrungsverteilung gewählt worden, dass die Bruchmomente in den Feldern und bei den Stützen gleich  $\frac{1}{16}q_d l^2$  sind. Das ergibt die

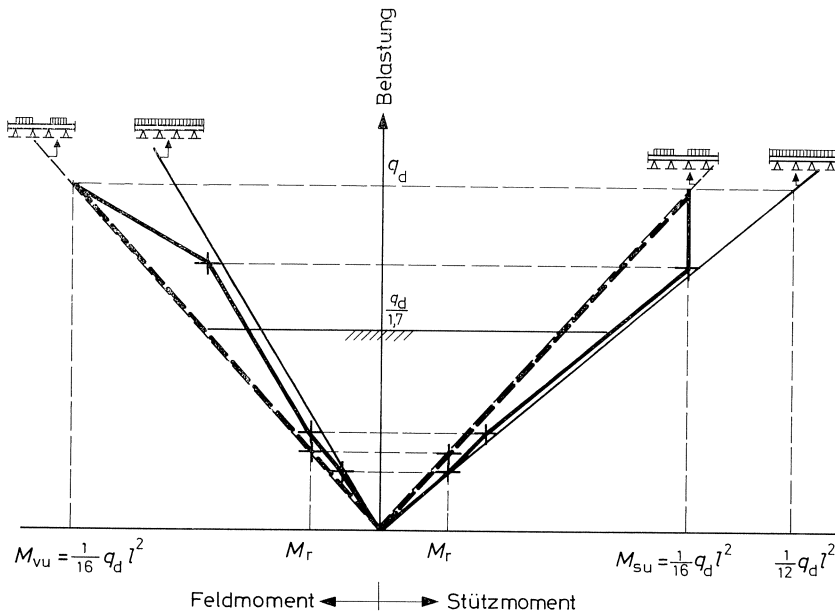


Bild 1.6. Beispiel der Momentenverteilung in einem Durchlaufträger von Stahlbeton mit gleichen Bewehrungsmengen in den Feldern wie über den Stützen. Die Belastung  $q_d/1,7$  ist die Nutzlast.

minimale Momentensumme  $\frac{1}{8}q_d l^2$ . Die auftretenden Momente, die zu dieser Verteilung gehören, sind in Bild 1.6 angedeutet mit dicken Linien. Durchgezogene Linien beziehen sich auf Vollast, Strichlinien auf den Lastfall mit einem Belastungsverhältnis 0,5. Bei dem Lastfall mit dem Belastungsverhältnis 0,5 weichen die auftretende Momente nur sehr wenig ab von den linear-elastischen Werten. Bei diesem Lastfall stimmt die Bewehrungsverteilung ganz überein mit der linear-elastischen Verteilung. Bei Vollast ist die Umlagerung im Gebrauchszustand ebenfalls gering, obwohl die Bewehrungsverteilung um 25% abweicht von der linear-elastischen Verteilung.

Diese Tendenz gilt allgemein. In dem gezeigten Beispiel stimmt das alles sehr gut, da die gleichen Bewehrungsmengen auch im gerissenen Stadium eine konstante Biegesteifigkeit entlang den Trägern liefern.

Das Fließen der Bewehrung tritt in diesem Falle auf bei ungefähr 80% der Bruchlast und verursacht selbstverständlich eine durchgreifende Moment-Umlagerung. Die Kontrolle der Nutzungsforderungen kann jedoch auch bei Vollast ohne Bedenken ausgeführt werden, ausgehend von der linear-elastischen Momentenverteilung. Das ist die tatsächliche Wichtigkeit dieser Näherungsweise.

Die Stahlspannung im Gebrauchszustand lässt sich jetzt auf einfache Weise berechnen. Die neue Ausgabe der Niederländischen Betonvorschriften geben in Bezug auf die Gebrauchslast Formeln für die Rissbreite und die minimal erforderliche Nutzhöhe, worin diese Stahlspannung eingeführt werden muss.

Die erforderliche Rotationsfähigkeit kann erhalten werden durch einen passenden Höchstbewehrungsprozentsatz zu wählen. Je niedriger dieser Prozentsatz, um so mehr Rotationsfähigkeit steht zur Verfügung. Eine derartige Forderung lässt sich am einfachsten ausdrücken in der Höhe der Betondruckzone. Das ist üblich da diese Höhe unabhängig von der Form des Querschnittes ist.

Beim betrachteten Verfahren ist als Maximalwert gewählt  $0,6k_{x_{\max}}$ , dabei ist für  $k_{x_{\max}}$  die maximale, relative Höhe der Betondruckzone zuzulassen (beim Höchstbewehrungsprozentsatz im allgemeinen). Die relative Höhe der Betondruckzone lautet dann  $k_{xu}$ , dass heisst  $x/h$ , im Bruchzustand.

Bild 1.7 zeigt welche Rotationsfähigkeit an die Rechteckquerschnitten wird zugeteilt als Funktion von  $k_{xu}/k_{x_{\max}}$ . Dabei ist gerechnet worden mit einer Länge des plastischen Gelenkes die gleich gross ist wie die Nutzhöhe und mit einer äussersten Betonstauchung von 3,5‰.

Beide Annahmen verschaffen einen Wert für die Rotationsfähigkeit der sicher zu nennen ist. Dabei gilt die Voraussetzung, dass die Träger genügend stark auf Schub dimensioniert worden sind.

Die Kenntnis der Rotationsfähigkeit im allgemeinen muss jedoch noch stark verbessert werden. Mittlerweile wird das Thema Rotationsfähigkeit darum näher studiert. Im betrachteten Falle eines Mittelfeldes tritt bei Vollbelastung Fließen zuerst oberhalb den Stützen auf und zwar bei  $\sim 80\%$  der Bruchlast. Das Aufbringen der letzten 20% erfordert eine Rotationsfähigkeit von ungefähr  $5.10^{-3}$  rad, dafür genügt der Grenzwert  $0,6k_{x_{\max}}$  also.



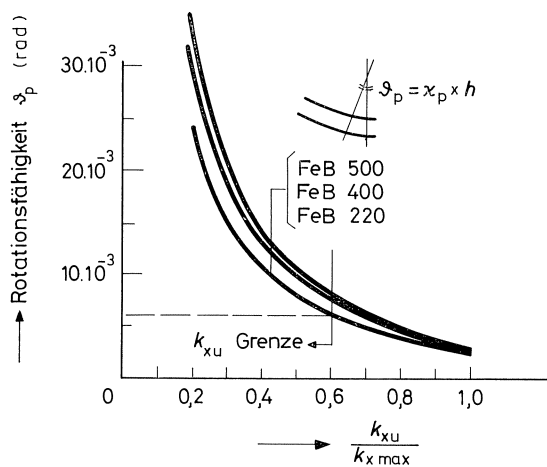


Bild 1.7. Die Rotationsfähigkeit als Funktion des Höhenmasses der Betondruckzone im Bruchzustand, für mehrere Stahllarten.

Im allgemeinen muss jedoch festgestellt werden, dass die vereinfachte, sichere Berechnung zur Folge haben kann, dass diese Marge in der Berechnung zu knapp ausfällt. In Experimenten ergibt dies jedoch keine Probleme.

Das erwähnte Verfahren ist gut verwendbar und ist in die Neufassung der Niederländischen Betonvorschriften VB 1974 aufgenommen worden.

### Literatur

- 1.1 MONNIER, TH.: The moment-curvature relation of reinforced concrete. Heron 1970, no. 2.
- 1.2 MONNIER, TH.: The behaviour of continuous beams in reinforced concrete. Heron 1970, no. 1.
- 1.3 LEONHARDT, F., WALTHER, R. und DILGER, W.: Schubversuche an Durchlaufträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 163.
- 1.4 MATTOCK, A. H.: Redistribution of design bending moments in reinforced concrete continuous beams. Proceedings, Institution of Civ. Engrs. no. 6314, Vol. 13, Mai 1959.
- 1.5 MACCHI, G.: Elastic distribution of moments on continuous beams. Flexural mechanics of reinforced concrete. Proceedings of the International Symposium, Miami, Florida, Nov. 1964.