

2. Rotationsfähigkeit

Ir. F. B. J. GIJSBERS

2.1 Einleitung

Wenn man von der Umlagerung der inneren Schnittkräfte durch Verdrehen der plastischen Gelenke in Stahlbetonbalken ausgeht, dann soll man nachweisen, dass die tatsächliche Rotationsfähigkeit ausreichend ist. Im folgenden wird die Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken in Stahlbetonbalken behandelt, die auf Biegung und Schub beansprucht werden.

2.2 Plastische Verformungen auf Grund einer Schnittberechnung

Eine naheliegende Methode zur Berechnung der Rotationsfähigkeit eines plastischen Gelenkes ist diejenige, wobei die Krümmungen in den aufeinander folgenden Schnitten bestimmt werden. Dazu muss der Zusammenhang zwischen Biegemoment und Krümmung bekannt sein. Dieser Zusammenhang ist basiert auf den Spannungs-Dehnungslinien der Materialien Stahl und Beton. Beispiele von Spannungs-Dehnungslinien sind im Bild 2.1 aufgetragen. Der Beton hat eine relativ geringe Zugfestigkeit und einen abfallenden Teil im Druckgebiet. Der Stahl hat eine relativ grosse plastische Verformungsfähigkeit. Mit Hilfe der Annahme dass die Dehnung in jedem Punkt des Schnittes direkt proportional der Distanz zur Nulllinie ist, kann man die Beziehung zwischen der Krümmung eines Schnittes und, mittels Dehnungen und Spannungen, das Biegemoment festlegen (Bild 2.2). In jeder Schnitt kann man die Krümmung ermitteln, wenn der Verlauf der Biegemomente bekannt ist, so dass auch der Verlauf der Krümmungen bekannt ist (Bild 2.3). Das schraffierte Teil der Krümmungsfläche stimmt genau mit der plastischen Rotation überein.

Im einfachen Fall eines geradlinigen Verlaufs der Biegemomente ist die plastische

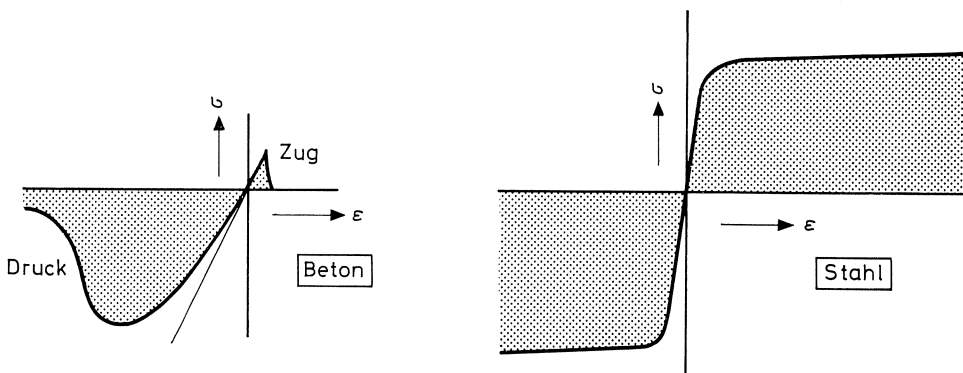


Bild 2.1. Spannungs-Dehnungslinien.

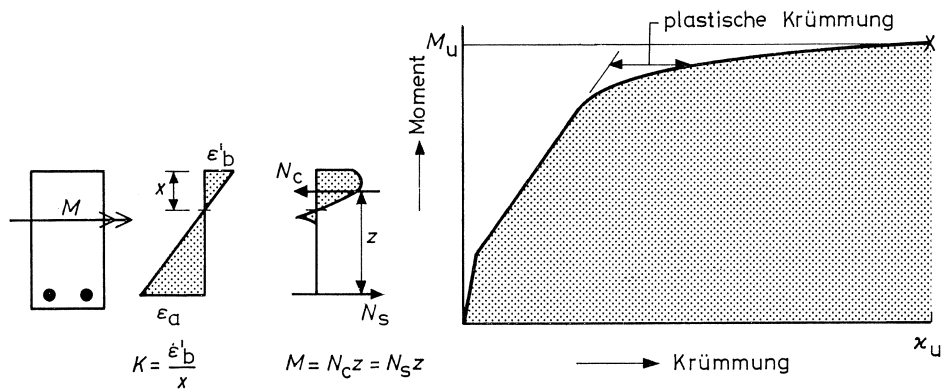


Bild 2.2. Zusammenhang zwischen Biegemoment und Krümmung.

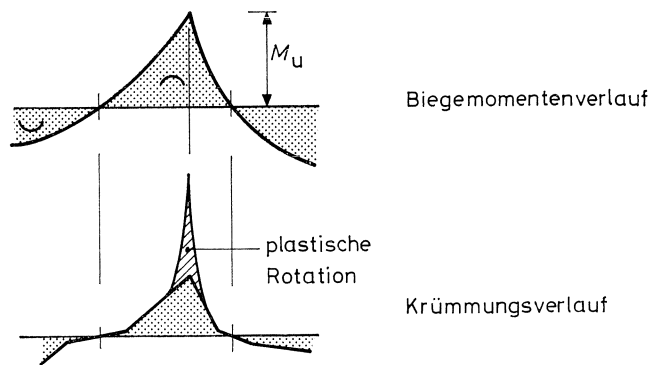


Bild 2.3. Krümmungsverlauf und Biegemomentenverlauf.

Rotation direkt proportional der Distanz zwischen dem Biegemomentenmaximum und den Biegemomentennullpunkt, also umgekehrt proportional der Grösse der Querkraft, wenn das plastische Biegemoment im Gelenk unverändert bleibt.

Die beschriebene Methode berücksichtigt nur die Spannungen und Verformungen durch Biegung, und nicht die infolge der auch anwesenden Querkraft. Die Querkraft zeigt sich durch Bildung schräger Risse (Bild 2.4), wodurch ebene Schnitte nicht

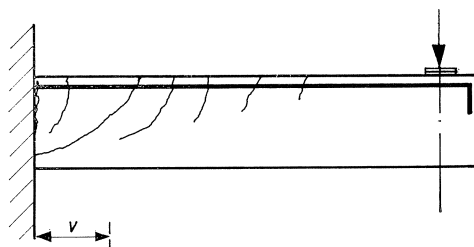


Bild 2.4. Schrägrisse durch Querkraft.

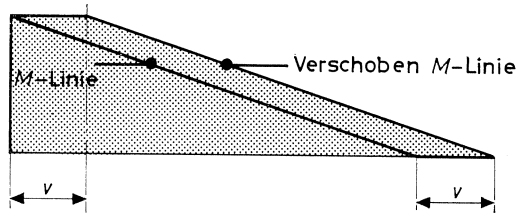


Bild 2.5. Tatsächliche und verschobene M -Linie.

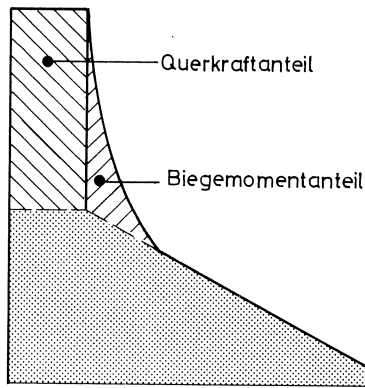


Bild 2.6. Krümmungen durch verschobene M -Linie.

mehr eben sind, und Stahl- und Betonspannungen nicht mehr konform mit dem Verlauf der Biegemomente sind, sondern konform mit einem fiktiven Verlauf, der etwas verschoben liegt in Bezug auf den tatsächlichen Verlauf (Bild 2.5).

Eine Methode, um den Einfluss der Querkraft auf die Verformungen zu berücksichtigen, ist eine Schnittberechnung, basiert auf der verschobenen Biegemomentlinie, die durch das Versatzmass festgelegt wird (Bild 2.6). Hierdurch bekommt man eine Rotationsfähigkeit die grösser ist als die durch Biegung allein. Die Grösse des Querkraftanteiles der Rotationsfähigkeit ist schwierig zu bestimmen. In der Literatur findet man oft einen konstanten Wert, unabhängig von der Grösse des Schubs und der Schubtragfähigkeit. Der Einfluss des Schubs und der Schubtragfähigkeit kann beurteilt werden durch Betrachtung der tatsächlichen Schubübertragung in dem plastischen Gelenk. Dabei ist die Druckzone des Gelenkes sehr wichtig.

2.3 Einfluss von Schub und Schubtragfähigkeit

Ein plastisches Gelenk wird im allgemeinen auf Biegung und Querkraft beansprucht.

Im Bild 2.7 sind die inneren Kräfte in dem Gelenk gezeigt. Die Querkraft wird übertragen durch:

- Schubbewehrung T_t
- Druckzone T_b
- Reibung in den Rissen T_f
- Verdüblung der Hauptbewehrung T_d

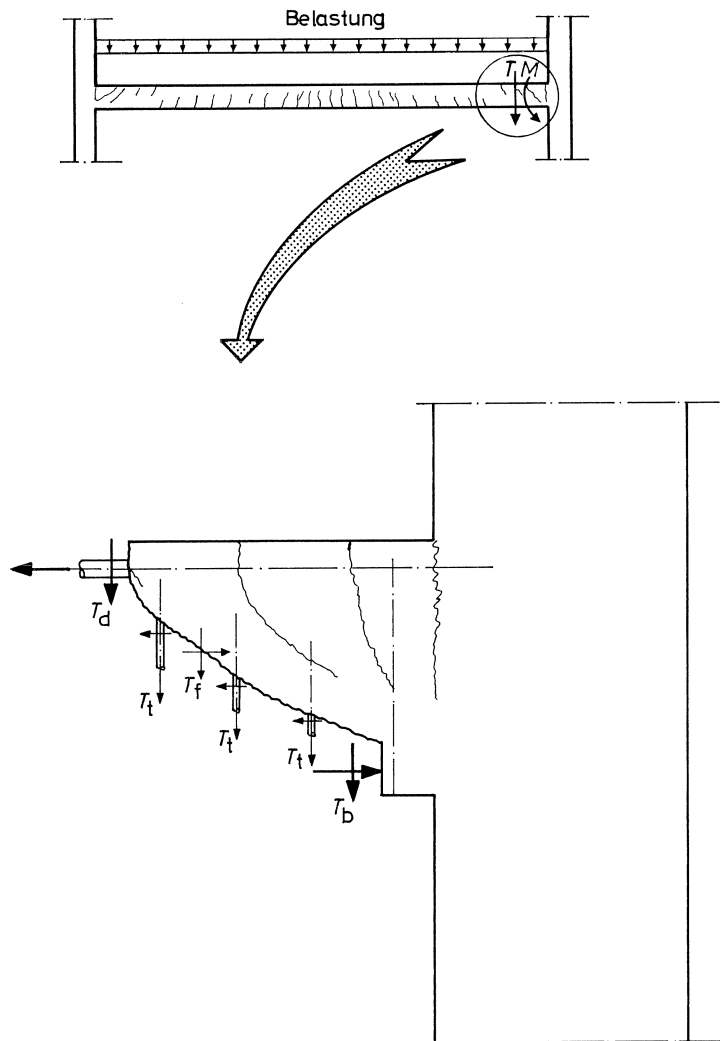


Bild 2.7. Kräfte in dem plastischen Gelenk.

Jetzt werden nur die Fälle betrachtet, in denen das Versagen durch Bruch der Druckzone verursacht wird. Dazu muss bekannt sein, was die Kapazität der Druckzone ist, und auch wie gross die Kräfte sind, worauf die Druckzone beansprucht wird.

Während der Belastungszunahme ändert sich die Verteilung der genannten Querkraftanteile dauernd (Bild 2.8). Im allgemeinen wird, nachdem die Rissbildung angefangen hat, der Schubbewehrungsanteil zunehmen, weil die Rissweiten zunehmen. Der maximale Schubbewehrungsanteil ist die Fließkraft der Schubbewehrung.

Durch zunehmende Rissweiten wird die Reibung in dem Riss im Vergleich mit den anderen Anteilen abnehmen. Im plastischen Bereich wird auch die Verdübelung der Hauptbewehrung abnehmen. Die Konsequenz ist, dass im plastischen Be-

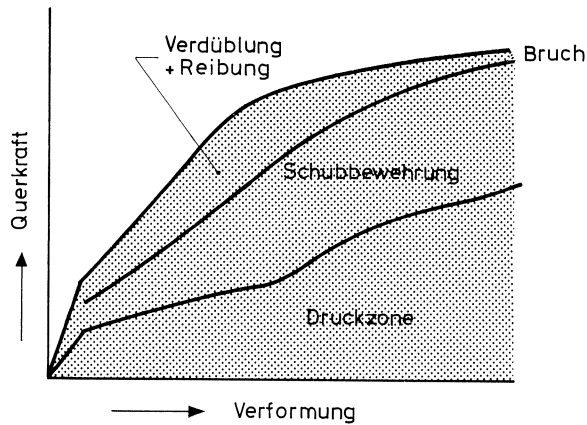


Bild 2.8. Verteilung der Querkraft.

reich, wenn die Schubbewehrung fließt, der Druckzonenanteil zunehmen muss. Im elastischen Bereich wird das meistens auch der Fall sein.

Ausser der Querkraft wird die Druckzone auch beansprucht durch eine Normalkraft infolge des Biegemomentes. Hierdurch ist in der Druckzone eine Kombination von Druck- und Schubspannungen anwesend, die umzurechnen sind in Hauptspannungen (Bild 2.9). Der Erfolg ist eine Hauptdruckspannung und eine Hauptzugspannung. Diese Kombination der Hauptspannungen wird schliesslich zum Versagen der Druckzone führen.

Es wird jetzt klar sein, dass dieses Versagen sowohl im elastischen als auch im plastischen Bereich auftreten kann. Im ersten Fall wird man von einem Schubbruch sprechen (dazu gehört keine plastische Rotation), im zweiten Fall spricht man von einem Biegebruch (dazu gehört wohl eine plastische Rotation). Eigentlich sind beide Brucharten dieselben, ausgenommen, dass die Stahldehnungen im ersten Fall noch elastisch und im zweiten Fall auch plastisch sind.

Die Verbundenheit zwischen dem Schubproblem und dem Problem Rotationsfähigkeit kann auch klar gemacht werden mit Hilfe des Bildes 2.10. Wenn das Ver-

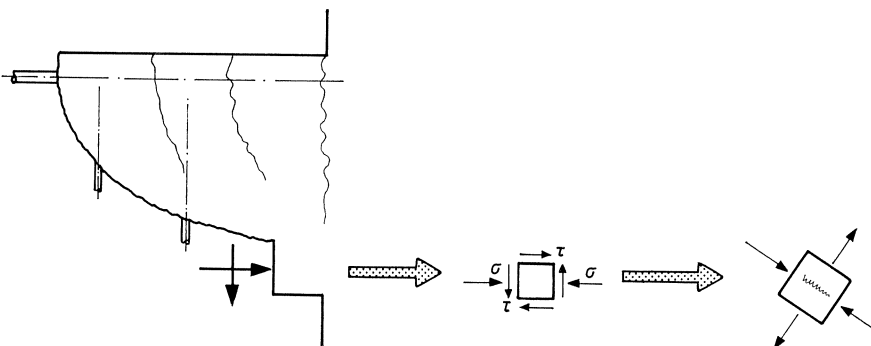


Bild 2.9. Hauptspannungen in der Druckzone.

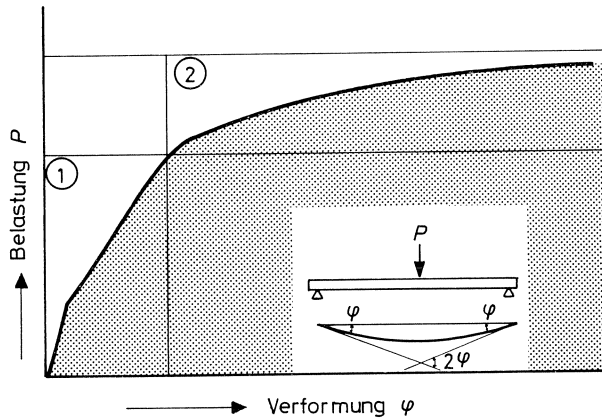


Bild 2.10. Schub und Rotationsfähigkeit.

sagen im Gebiet 1 statt findet, ist die Querkraft Ursache eines Festigkeitsproblems (Schubbruch); wenn das Versagen im Gebiet 2 statt findet, ist die Querkraft Ursache eines Verformungsproblems (Biegebruch). Es ist bekannt dass durch Erhöhung der Schubtragfähigkeit ein Schubbruch zu vermeiden ist und statt dessen ein Biegebruch zu bekommen ist. Im Bild 2.10 bedeutet dies, dass der Punkt auf der Kurve, wo Versagen auftritt, verschoben wird von Gebiet 1 nach Gebiet 2. Wenn man aber nur soviel Schubbewehrung anwendet, als notwendig ist, um gerade einen Schubbruch zu vermeiden, wird die Rotationsfähigkeit nur sehr klein sein, weil der Bruch dann ungefähr auftritt an dem Übergang von Gebiet 1 nach Gebiet 2. Wenn man aber die Schubtragfähigkeit weiter erhöht, wird auch die Rotationsfähigkeit grösser sein. Im Bild 2.10 bedeutet dies, dass der Punkt auf der Kurve, wo Versagen auftritt, nach rechts geschoben wird im Gebiet 2. Durch Anwendung von Schubbewehrung wird die Druckzone von Schub entlastet werden. Hierdurch wird die Druckzone erst bei einer höheren Belastung (im Gebiet 1) oder bei einer grösseren Verformung (im Gebiet 2) versagen.

Es gibt also zwei Einflüsse:

- Ein plastisches Gelenk, beansprucht mit einer grösseren Querkraft, wird eine kleinere Rotationsfähigkeit haben.
- Die Rotationsfähigkeit eines plastischen Gelenkes kann vergrössert werden durch Vergrösserung der Schubtragfähigkeit des angrenzenden Balkenteiles.

(Wenn die Schubarmierung aus Bügeln besteht, ist noch ein anderer günstiger Effekt anwesend. Durch genügend Bügel wird die Druckzone gleichsam eingeschlossen wodurch sowohl höhere Spannungen als auch höhere Dehnungen möglich sind. Dieser Effekt erhöht dadurch auch die Rotationsfähigkeit.)

Zum Schluss werden die besprochenen Einflüsse von Schub und Schubtragfähigkeit

auf die Rotationsfähigkeit an einigen Versuchsergebnissen geprüft. Es handelt sich hier um 18 Balken mit Rechteckquerschnitt auf zwei Stützen mit einer konzentrierten Last in der Mitte. 6 Balken hatten keine Schubbewehrung, 6 Balken hatten wenig, 6 Balken relativ viel Schubbewehrung. In jeder Serie von 6 Balken war die Schubtragfähigkeit konstant. Der auftretende Schub im plastischen Bereich variierte durch variierende Balkenlänge.

Die Schubtragfähigkeit ist berechnet mit

$$T_u = \left(0,3f_{sm} + \frac{A_t}{bs} \cdot f_{at} \right) bh$$

Hierin ist:

- T_u = Schubtragfähigkeit
- f_{sm} = Zugfestigkeit des Betons
- f_{at} = Zugfestigkeit des Bügelstahls
- b = Breite des Querschnittes
- h = Nutzhöhe des Querschnittes
- A_t = Querschnitt eines Bügels
- s = Bügelabstand

In Tabelle 2.1 sind die Balkenangaben vermeldet.

Tabelle 2.1

Balkennummer	f'_{cm} * (N/mm ²)	f_{sm} ** (N/mm ²)	$\frac{A_t}{bs} \cdot f_{at}$ (N/mm ²)	τ_u (N/mm ²)	τ_{gem} (N/mm ²)	θ (10 ⁻³ rad)	Ref.
123					0,70	6,3	
133					0,57	19,2	
143	22	2,1	0	0,6	0,45	21,1	2.1
223					0,66	9,0	
233					0,49	9,0	
243					0,45	20,3	
I-20					4,21	5	
I-30					3,27	3	
I-40	38	2,9	1,06	1,94	2,12	2	2.2
I-60					1,79	58	
I-80					1,35	60	
I-120					0,90	65	
IA-20					5,73	8	
IA-30					3,35	12	
IA-40	38	2,9	2,12	3,0	2,72	32	2.2
IA-60					1,94	58	
IA-80					1,43	82	
IA-120					0,89	105	

Alle Balken 1% Hauptbewehrung.

* f'_{cm} = Würfeldruckfestigkeit (150 mm Abmessung)

** $f_{sm} = (1 + 0,05f'_{cm})$ N/mm²

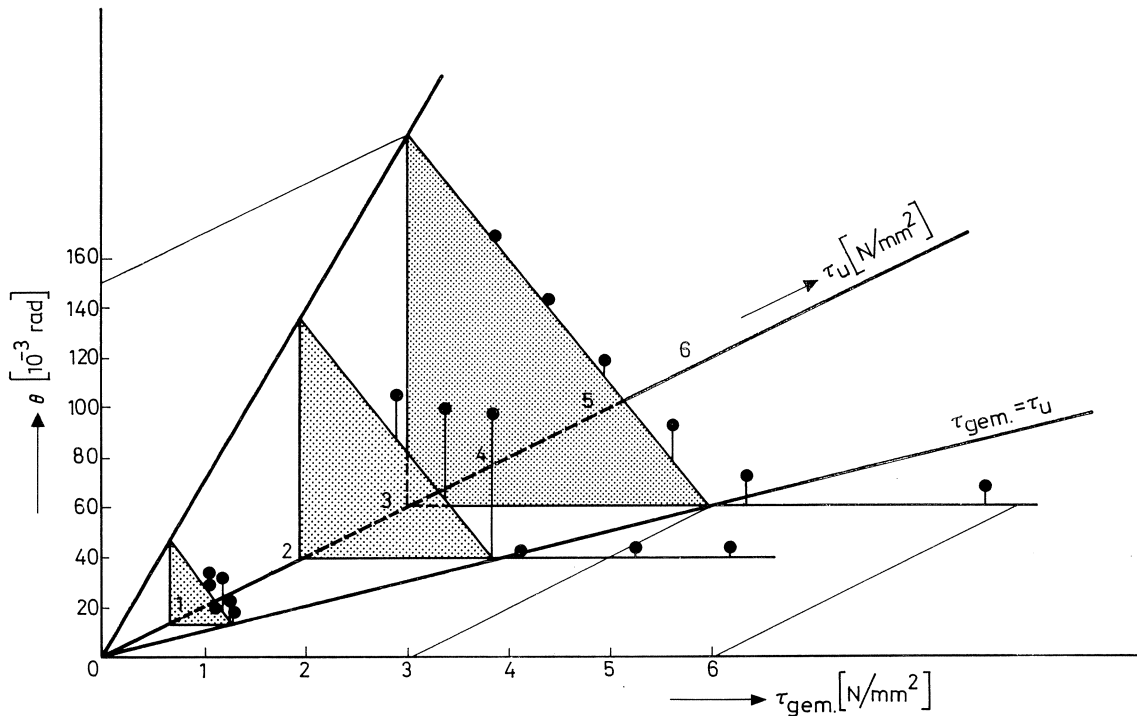


Bild 2.11. Versuchsergebnisse.

Im Bild 2.11 ist aufgetragen worden:

- die gemessene plastische Rotation θ an einer Seite der Balkenmitte;
- die gemessene Querkraft T_{gem} mit $\tau_{gem} = \frac{T_{gem}}{bh}$;
- die Schubtragfähigkeit nach obenstehender Formel mit $\tau_u = \frac{T_u}{bh}$.

Bild 2.11 zeigt die besprochenen Einflüsse gut:

- In jeder Serie mit konstanter Schubtragfähigkeit ist die Rotationsfähigkeit grösser, wenn die auftretende Querkraft kleiner ist.
- Bei gleicher Querkraft haben Balken mit grösserer Schubtragfähigkeit eine grössere Rotationsfähigkeit.
- Wenn Schubtragfähigkeit und auftretende Querkraft gleich sind ist die Rotationsfähigkeit nur sehr gering.

Die Schlussfolgerung ist, dass, wenn plastische Gelenke in Stahlbetonbalken Rotationsfähigkeit haben müssen, die Schubtragfähigkeit von dem angrenzenden Balkenteil grösser sein muss als die zugehörige Querkraft. Das kann z.B. dadurch bewerkstelligt werden, dass der Betonanteil in der Schubtragfähigkeit vernachlässigt wird; das heisst, dass die ganze Querkraft durch Schubbewehrung aufgenommen wird.

Literatur

- 2.1 GIJSBERS, F. B. J.: Onderzoek naar de rotatiecapaciteit van op buiging belaste liggers met een rechthoekige doorsnede van met FeB 400 HK gewapend grindbeton. TNO-IBBC rapport nr. BI-74-6.
- 2.2 BURNETT, E. F. P., Bending by Beginners. Paper No. 115, University of Waterloo, Canada, February 1973.