

4. Stabilitätsnachweis van Rahmensystemen

Ir. A. K. DE GROOT

4.1 Einleitung

Im dem Stabilitätsnachweis von Stahlbeton-Rahmensystemen spielen Verformungen eine wichtige Rolle, wodurch eine Verformungsberechnung nach der Theorie II. Ordnung notwendig ist. Die niederländische Norm NEN 3861 (VB 1974) nennt diese Theorie die „Nicht-lineare Elastizitätstheorie“. Diese Theorie ist ohne weitere Vereinfachungen wegen des grossen Rechenaufwandes nur anwendbar mit Hilfe einer Rechenanlage. Darum sind in der niederländischen Norm auch zwei Näherungsverfahren erlaubt:

- Lineare Elastizitätstheorie
- Zusatzausmitte-Verfahren

In diesem Vortrag wird zuerst kurz die „nicht-lineare“ und „lineare Elastizitätstheorie“ angedeutet, und danach wird das Zusatzausmitte-Verfahren besprochen.

4.2 Nicht-lineare Elastizitätstheorie

Es wird vorausgesetzt, dass sich die Dehnungen der einzelnen Fasern des Querschnittes wie ihre Abstände von der Nulllinie verhalten. Die Beziehung zwischen Spannung und Dehnung ist mit Spannungs-Dehnungslinien festgelegt.

In Bild 4.1 ist das in den Niederlanden gebrauchte bilineare Diagramm für Beton angegeben. Dieses Diagramm ergibt die Möglichkeit, die Faktoren, welche die Festigkeit beeinflussen, getrennt von den Faktoren einzuführen, welche die Stärke bestimmen. Im Bild 4.2 sind Spannungs-Dehnungslinien angegeben, wie sie aus einer Prüfung folgen. Sie zeigen immer eine Streuung. Der Rechenwert der Festigkeit wird festgelegt mit dem charakteristischen Wert, definiert als 5% Fraktile. In der Berechnung soll die Zugfestigkeit vernachlässigt werden.

Der Vorteil der „nicht-linearen Elastizitätstheorie“ ist, dass mit einem Berechnungs-

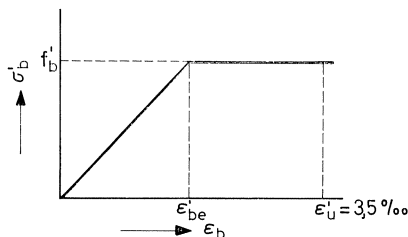


Bild 4.1. Bilineares σ'_b - ϵ'_b Diagramm.

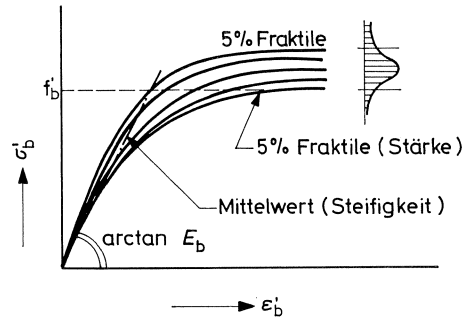


Bild 4.2. Wirkliche $\sigma'_b - \epsilon'_b$ Diagramme und deren Schematisierung.

gang nicht nur die Festigkeit, sondern auch die Stabilität kontrolliert worden ist. Ein Nachteil ist vielleicht, dass eine Rechenanlage notwendig ist.

4.3 Lineare Elastizitätstheorie

Die Berechnung wird dadurch vereinfacht, dass die wirklichen Momenten-Krümmungsbeziehungen schematisiert werden zu einer geraden Linie. Man muss nur dafür sorgen, dass die Annäherung auf der sicheren Seite liegt. Der Endpunkt soll innerhalb des wirklichen Moment-Krümmungsdiagramms liegen (Bild 4.3). Auch ist ein bilineares vereinfachtes Moment-Krümmungsdiagramm gestattet (Bild 4.4).

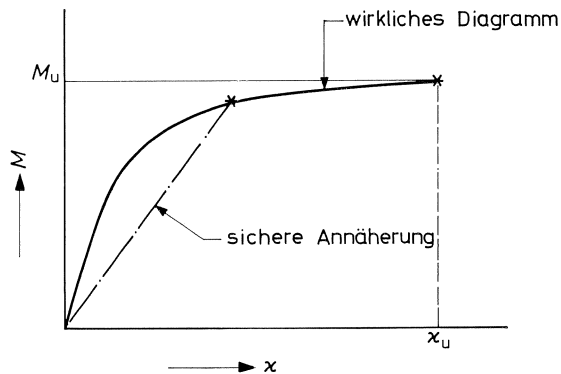


Bild 4.3. Sichere Annäherung $M - \chi$ Diagramm.

4.4 Zusatzausmitte-Verfahren

4.4.1 Allgemein

Für zwei Typen Rahmensystemen ist ein Näherungsverfahren entwickelt worden, gegründet auf das Zusatzausmitte-Verfahren, nämlich für:

- unverschiebliche Rahmensysteme (Abschnitt 4.4.2)
- verschiebliche Rahmensysteme (Abschnitt 4.4.3).

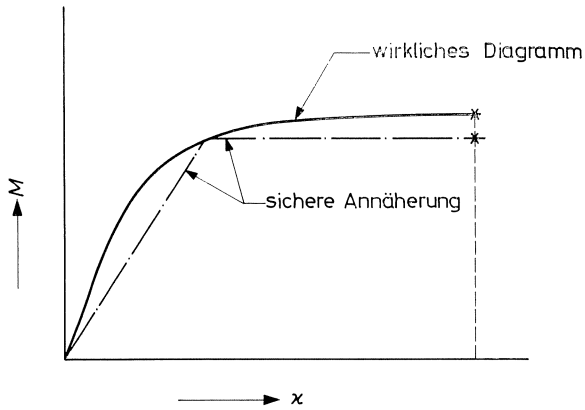


Bild 4.4. Sichere Annäherung M - x Diagramm.

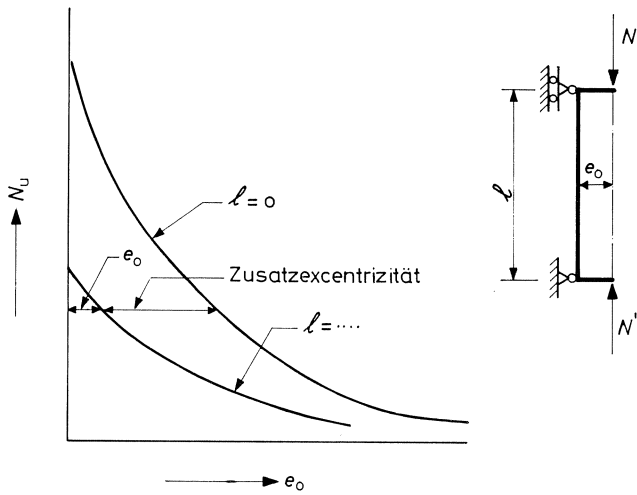


Bild 4.5. Das Zusatzausmitte-Verfahren.

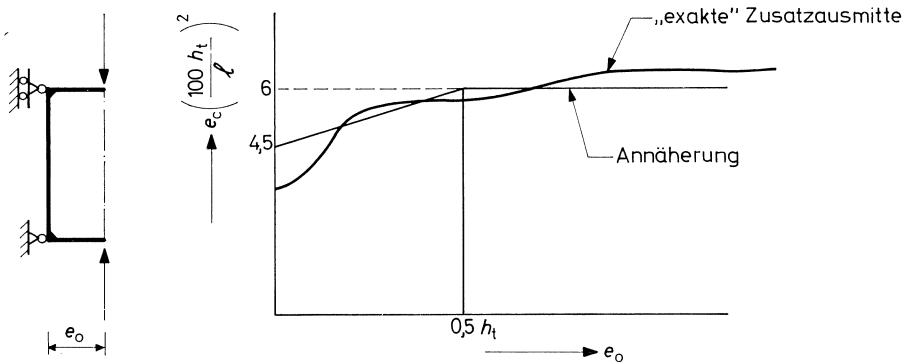


Bild 4.6. Annäherung Zusatzausmitte.

Die Differenz zwischen der $l=0$ Linie und der $l=\dots$ Linien, wobei die $l=\dots$ Linie mit der „nicht-linearen Elastizitätstheorie“ (Theorie II. Ordnung) berechnet worden ist, ist die „exakte“ Zusatzausmitte die im allgemeinen das Bild zeigt, das in Bild 4.6 angegeben ist. In der VB 1974 wird eine Näherungsformel angegeben, die zwei geknickte Geraden im Bild 4.6 zeigt. In den Niederlanden ist nicht versucht worden, mittels Knicklängen eine Formel anzugeben, die für alle Stützentypen gültig ist.

Drei Stützentypen sind untersucht worden und haben ihre eigene Formel bekommen (siehe Bild 4.7). In allen Formeln sieht man den Faktor ψ . Hiermit wird der Einfluss der Querschnittform in Betracht gezogen. Für den rechteckigen Querschnitt gilt $\psi = 1$. In den Formeln kommt die Bewehrung nicht vor, weil es ein Entwurfparameter ist.

Die Formeln haben keine Schlankheitsbegrenzung wie in Deutschland. Eine Untergrenze wurde nicht für nötig empfunden, da die Formeln ebenso einfach sind wie die Formeln für die Untergrenze. Eine Obergrenze ist also nicht nötig, da die Formeln immer auf der sicheren Seite liegen, für grosse Schlankheitsgrade sogar sicherer. Da in DIN 1045 die zusätzliche Ausmitte als eine Annäherung der wirklichen Stabauslenkung gilt, ist eine Obergrenze $\lambda = 70$ eingeführt worden.

Zum Schluss die allgemeine Bemerkung, dass wenn man das Zusatzausmitte-Verfahren benützt, man die Bewehrung über die ganze Stützenlänge anbringen muss, mit Ausnahme von Typ 3, wo auch eine Parabelverteilung genommen werden darf.

Lastfall	ξ	e_o
<p>1</p> <p>$e_1 = e_o$ $e_1 = -e_o$</p>	$\xi = \frac{0,1 h_t + 0,75 e_o + 0,25 e_1}{0,1 h_t + e_o}$ <p>$e_1 = e_o \rightarrow \xi = 1$ $e_1 = -e_o = \infty \rightarrow \xi = 0,5$</p>	$e_c = 3 \left[1,5 h_t + e_o (4\psi - 3) \right] \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2$ <p>Wenn $e_o \geq 0,5 h_t$: $e_c = 6 h_t \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2 \psi$</p>
<p>2</p>	$\xi = \frac{C}{C - N_d' l}$ <p>$C = \infty \rightarrow \xi = 1$ $C = N_d' l \rightarrow \xi = \infty$</p>	$e_c = 12 \left[1,5 h_t + e_o (4\psi - 3) \right] \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2$ <p>oder: $e_c = 12 h_t \left(1,5 + 0,5 \frac{e_1}{e_o} \right) \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2 \psi$ <p>Kleinster Wert massgebend.</p> </p>
<p>3</p>	$\xi = \frac{C}{C - 0,5 N_d' l}$ <p>$C = \infty \rightarrow \xi = 1$ $C = 0,5 N_d' l \rightarrow \xi = \infty$</p>	$e_c = 3 \left[h_t + e_o (4\psi - 2) \right] \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2$ <p>Wenn $e_o \geq 0,5 h_t$: $e_c = 6 h_t \left(\frac{l}{100 h_t} \right)^2 \psi$</p>
$\psi = 1$ für Rechteckquerschnitt		

$$e_t = \xi (e_o + e_c)$$

Bild 4.7. Formel für Zusatzausmitte.

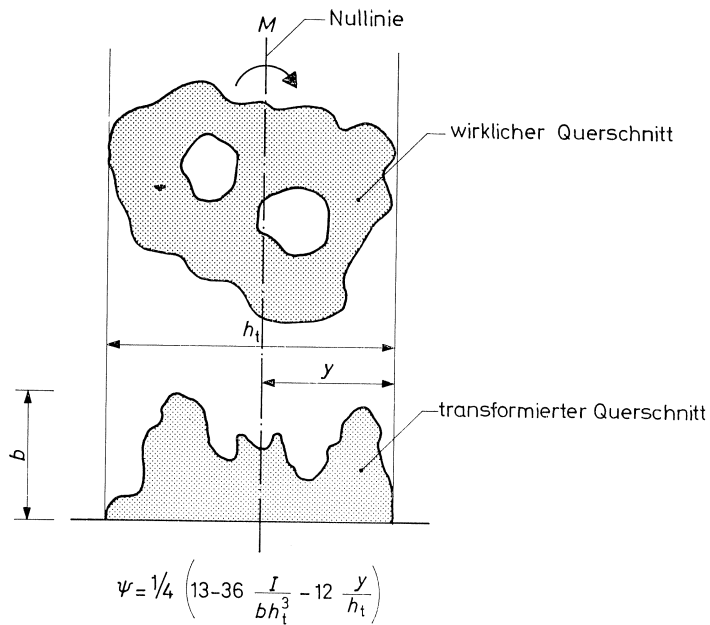


Bild 4.8. Einfluss der Querschnittform.

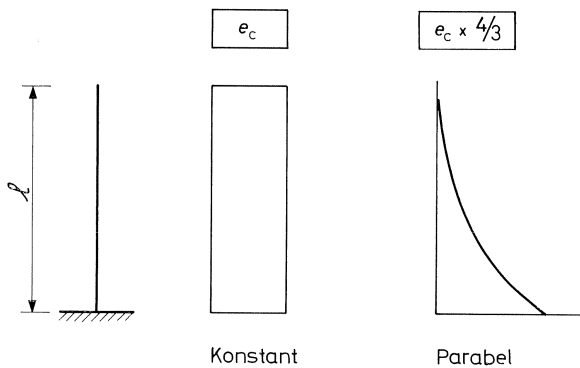


Bild 4.9. Verteilung der Bewehrung.

Man muss dann die Zusatzausmitte e_c , berechnet mit den Formeln aus Bild 4.7, mit einem Faktor $4/3$ multiplizieren (Bild 4.9).

4.4.2 Unverschiebliche Rahmensysteme

Im Bild 4.10 wird ein Beispiel von einem Rahmensystem gegeben, dessen Stabilität gesichert wird von einem aussteifenden Bauteil.

In der Berechnung können zwei Aspekte unterschieden werden:

- die ausgesteiften Stützen
- das aussteifende Bauteil (Kern).

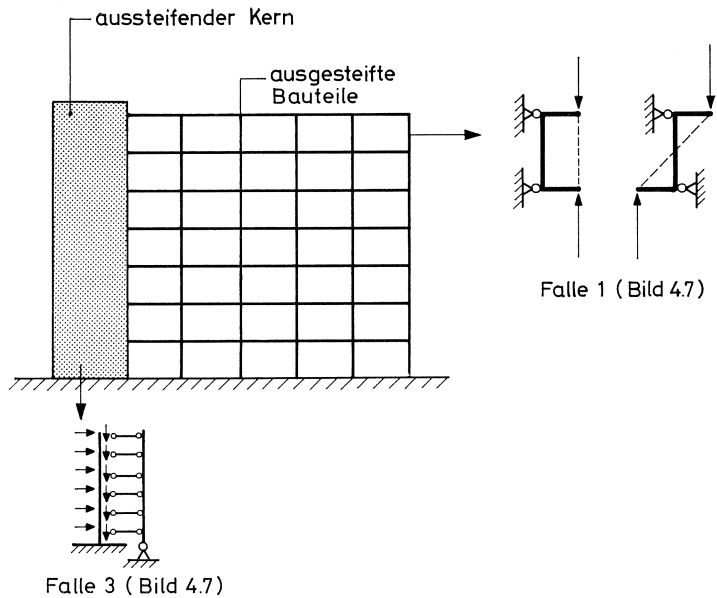


Bild 4.10. Unverschiebliches Rahmensystem.

Die aussteifenden Stützen

Mit der Theorie I. Ordnung werden für die mit γ multiplizierte Gebrauchslast die Schnittgrößen berechnet. Danach ist eine begrenzte Momentenumlagerung in den Trägern gestattet. Auf diese Weise bekommt man zweiseitig gelagerte Stützen mit den Momenten M_1 und M_2 am Stabende. Für diese Stützen können die Formeln für Lastfall 1 aus Bild 4.7 benutzt werden. Der Einfluss von dem Verhältnis M_1/M_2 wird betrachtet mit dem Koeffizienten ξ . Für $M_1 = M_2$ (in Bild 4.7 Lastfall 1, $e_1 = e_0$) gilt $\xi = 1$. Für $M_1 = -M_2$ und $N' = 0$ (in Bild 4.7 Lastfall 1, $e_1 = -e_0 = \infty$) gilt $\xi = 0,5$.

Für die Gesamtausmitte gilt:

$$e_t = \xi(e_0 + e_c) \quad (4.1)$$

wobei

e_0 = die grösste Anfangsausmitte

e_c = die Zusatzausmitte.

Da $\xi < 1$, kann Gleichung (4.1) einen Wert ergeben, welche kleiner als e_0 ist. In diesem Fall muss $e_t = e_0$ genommen werden. In Bild 4.11 wird dies erklärt.

Das aussteifende Bauteil

Für das aussteifende Bauteil werden die Formeln für Lastfall 3 aus Bild 4.7 benutzt.

Statt der Formel:

$$\xi = \frac{C}{C - 0,5N'_d l} \quad (4.2)$$

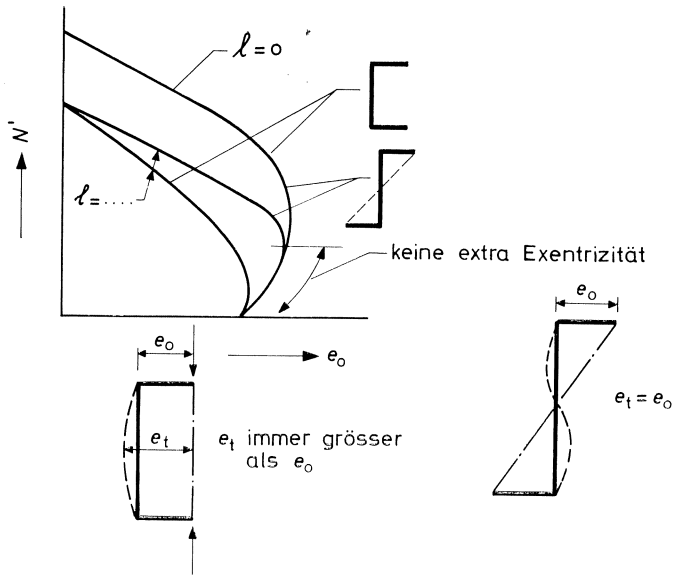


Bild 4.11. e_t darf nicht kleiner sein als e_o .

muss aber die Formel:

$$\xi = \frac{C}{C - 0,5Ql} \quad (4.3)$$

benützt werden.

In Bild 4.12 wird dies etwas erklärt.

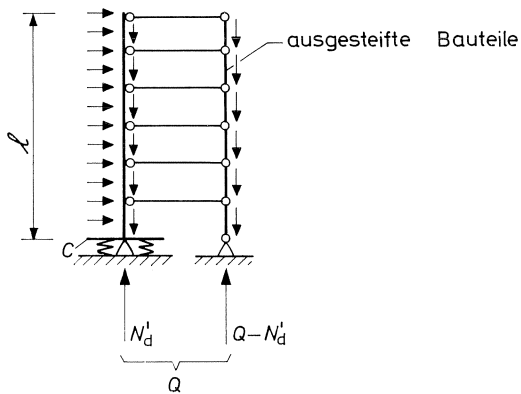


Bild 4.12. $\xi = \frac{C}{C - 0,5Ql}$

4.4.3 Verschiebliche Rahmensysteme

Im Bild 4.13 wird schematisch das Verfahren gezeigt. Das Rahmensystem wird aus

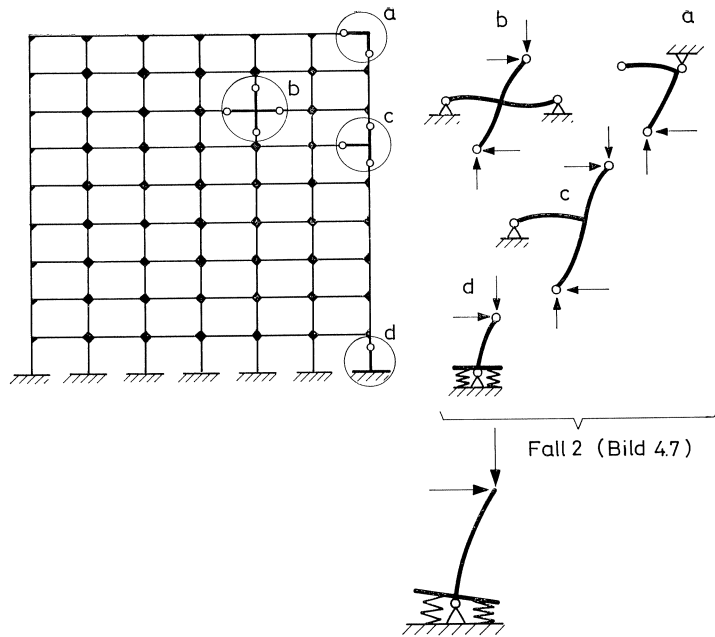


Bild 4.13. Verschiebliches Rahmensystem.

vielen kreuzförmigen Bauteilen aufgebaut gedacht, die als eine eingespannte Stütze berechnet werden können. Die Formeln folgen aus Bild 4.7, Lastfall 2. Mit dem Faktor ξ wird wieder der Einspanngrad betrachtet. Für starr eingespannt gilt $\xi = 1$.

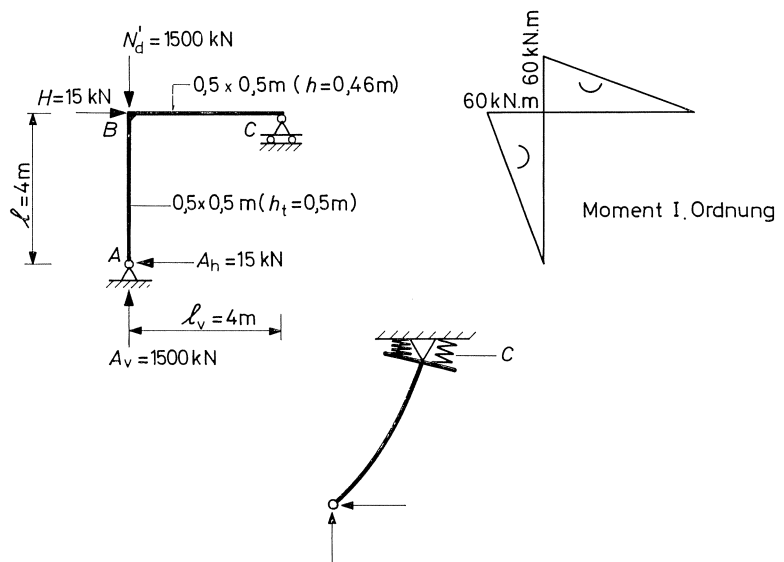


Bild 4.14. Einfaches Beispiel.

Für $C = N_d/l$ gilt $\xi = \infty$. Der Einspanngrad hängt völlig ab von der Menge der Bewehrung im Träger, da die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigt werden soll. Für die Biegesteifigkeit gilt:

$$EI = 0,5E_aAh^2 \quad (4.4)$$

wobei

E_a = Elastizitätsmodul Betonstahl

A = Zugbewehrung

Wenn man sehr wenig Bewehrung in den Träger bringt, entstehen sehr grosse Zusatzmomente. Mit einem einfachen Beispiel kann das erläutert werden (Bild 4.14). Das Moment I. Ordnung ist 60 kNm. Wenn man wenig Bewehrung in dem Träger nimmt ($\omega_0 < 0,53\%$ siehe Bild 4.15), dann ist das Gesamtmoment (I. und II. Ordnung) grösser als das Fliessmoment, und das Rahmentragwerk ist unsicher. Für $\omega_0 \geq 0,53\%$ entsteht ein sicheres Rahmentragwerk. Für $\omega_0 = 0,53\%$ ergibt Stärke und Steifigkeit dieselbe Bewehrungsmenge.

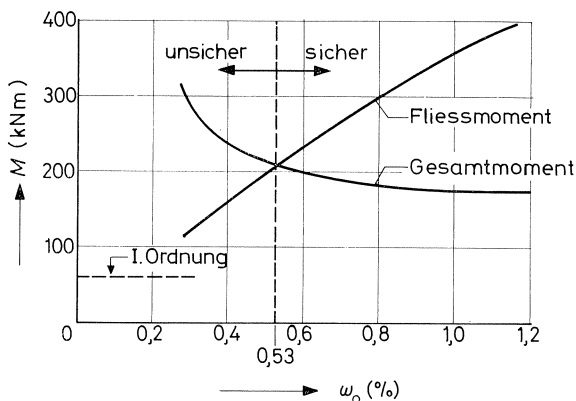


Bild 4.15. Stärke und Steifigkeit.

4.5 Schlussbemerkung

In diesen kurzen Zeit war es natürlich nicht möglich, alles ausführlich zu besprechen. Ich hoffe aber, dass Sie mir glauben wollen, dass wir gleich wie in Deutschland auch in den Niederlanden eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie, Versuchserfahrung und Praxis erreicht haben. Es wäre erwünscht, dass in der Zukunft beide Länder die CEB-Richtlinien benützen werden können.

Literatur

Stabilität. CUR rapport 77. Uitg. Betonvereniging, Zoetermeer, Aug. 1976.