

# 5. Spannbeton ohne Verbund

Ir. W. J. COPIER

Spannbeton ohne Verbund wird heutzutage oft angewandt in ebenen Deckenplatten. Hierzu kann man speziell für diesen Zweck entwickelte Systeme benutzen. Bei diesen Systemen befindet sich das Kabel in einer Hülle, die angefüllt ist mit Fett, um Korrosion zu verhüten. Der Raum zwischen Kabel und Hülle wird also nicht injiziert, so dass der Verbund zwischen Stahl und Beton fehlt. Stahl und Beton sind nur miteinander verbunden durch die Verankerungen. Bei Belastung ist die Zunahme der Stahlspannung über die Kabellänge nicht ähnlich den auftretenden Momenten, im Gegensatz zu Spannbeton mit Verbund. Beim Spannbeton ohne Verbund bleibt deshalb die Zunahme der Stahlspannung beschränkt. Die äusserste Tragfähigkeit wird nicht bestimmt durch Bruch des Kabels sondern durch Bruch des Betons. Beim Spannbeton ohne Verbund werden die Kabel deshalb nicht völlig ausgenutzt. Diesem finanziellen Nachteil gegenüber steht der Vorteil, dass man nicht injizieren braucht. Wenn die Anzahl der Kabel gross ist, zum Beispiel in ebenen Deckenplatten, kann Spannbeton ohne Verbund wirtschaftlich sein. Im allgemeinen gilt das nicht für Balken.

Das Vorhergehende zeigt, dass Spannbeton mit und ohne Verbund unterschiedlich berechnet werden muss. In groben Umrissen kann die Berechnung von Spannbeton ohne Verbund wie folgt beschrieben werden:

- Erfahrungsgemäss wird eine Dicke  $h_t$  benutzt, die grösser als  $\frac{1}{45}$  der Stützweite  $l_t$  ist. In Amerika ist das über längere Zeit ausprobiert worden. Störende Schwingungen treten im allgemeinen nicht auf. Auch die Vorschriften über Schallisolierung werden meistens erfüllt.
- Die minimale Spannkraft und die Lage der Kabel werden bestimmt durch die Forderung, dass in einer Platte unter einer gewissen Belastung keine Rissbildung auftreten darf. Die mittlere Betondruckspannung liegt im allgemeinen zwischen 1.5 und 3.5 N/mm<sup>2</sup>.
- Die äusserste Tragfähigkeit wird durch die auftretende Stahlspannung beim Bruch bestimmt. Wenn die Tragfähigkeit unzureichend ist, können mehr Kabel angewandt werden oder kann zusätzlich ungespannte Bewehrung mit Verbund gebraucht werden. Betonstahlmatten oder Kabel ohne Hülle und Fett sind dazu geeignet.

Der Unterschied zwischen der Berechnung von Spannbeton mit und ohne Verbund ist an den meisten Punkten nicht gross. Beim Spannbeton ohne Verbund kann jedoch die auftretende Stahlspannung im Augenblick des Betonbruches nicht mehr aus einer Gleichgewichtsbetrachtung in einem Schnitt bestimmt werden. Unter der Nutzlast steigt die Kraft im Stahl von der Anfangskraft  $P$  bis zur Kraft  $P + \Delta P$ . Die Zunahme  $\Delta P$  kann bestimmt werden durch Zusammenzählen aller Verformungen

des Betons neben dem Kabel über die gesamte Kabellänge. Mit Hilfe von Experimenten ist ein mathematische Modell entwickelt worden, mit dem man die äusserste Tragfähigkeit ebener Deckenplatten berechnen kann.

Bis heute sind 8 Experimente ausgeführt worden. Die Platten waren in einer Richtung gespannt. Auch die Kabel wurden in dieser Richtung angebracht. Vier Platten wurden mit drei Feldern ausgeführt. Die vier übrigen Platten umfassten nur ein Feld. Alle Unterstützungen wurden gelenkig gelagert ausgeführt. Die Stützweite war 6,12 m und die Dicke war 0,14 m. Bei den Versuchen wurden die folgenden Parameter variiert:

- Kabelanzahl bei gleicher Plattenbreite
- Menge der Betonstahlmatten
- Belastung, alle Felder oder nur ein oder einige gleichmässig belastet.

Das Bild 5.1 zeigt die Schalung und die Bewehrung einer Platte ohne Betonstahlmatten. Das Bild 5.2 zeigt eine Platte wobei auch Betonstahlmatten benutzt wurden. Das Bild 5.3 vermittelt einen Eindruck der Probe und der Prüfungsausrüstung.

Während der Versuche wurden die folgenden unbekanntenen Grössen gemessen:

- Auflagerkräfte
- Zunahme der Kabelkraft ( $\Delta P$ )
- Durchbiegung
- Verformungen des Betons an oberer und unterer Fläche der Platte
- Rissbildung.

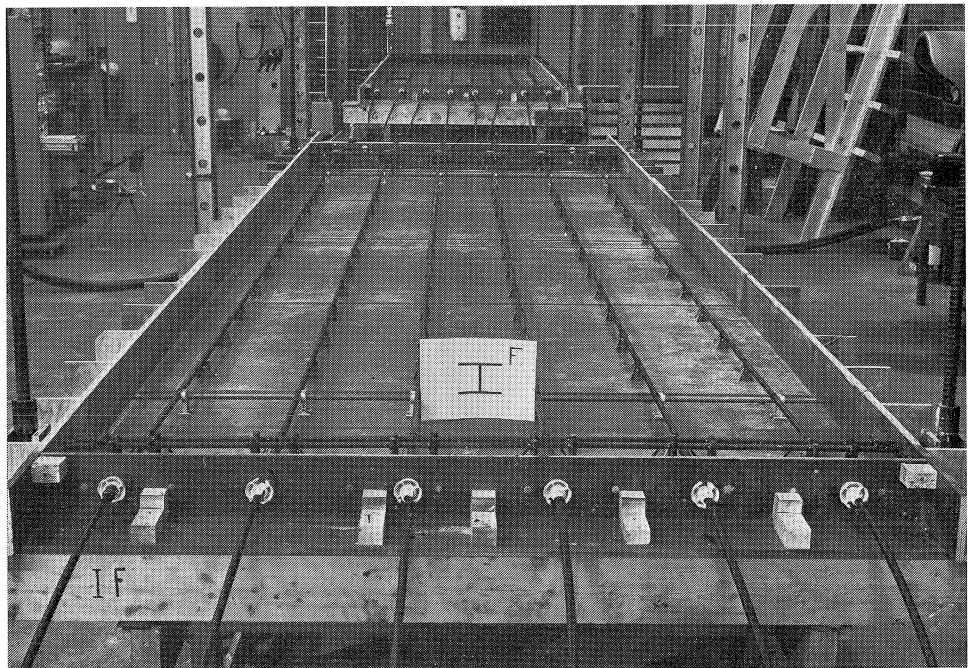


Bild 5.1. Schalung und Bewehrung einer Platte ohne Betonstahlmatten.

Bild 5.2. Schalung und Bewehrung einer Platte mit Betonstahlmatten.

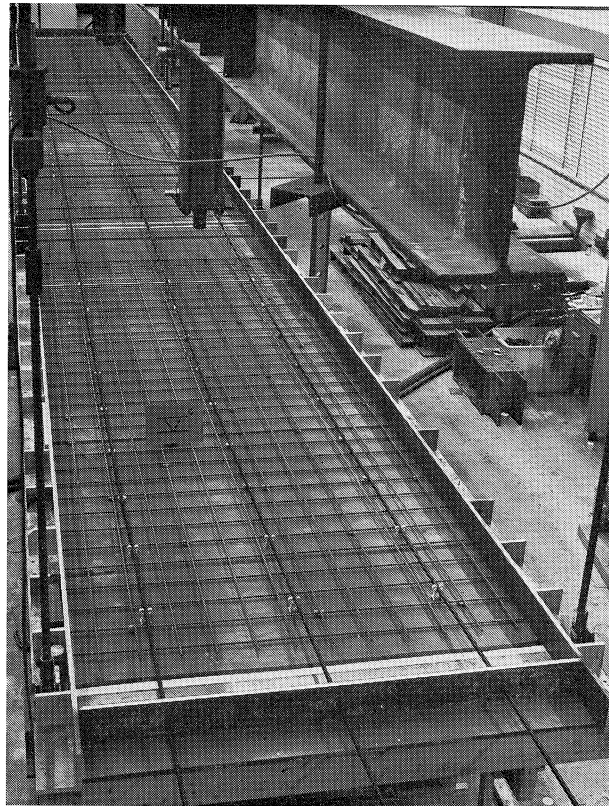
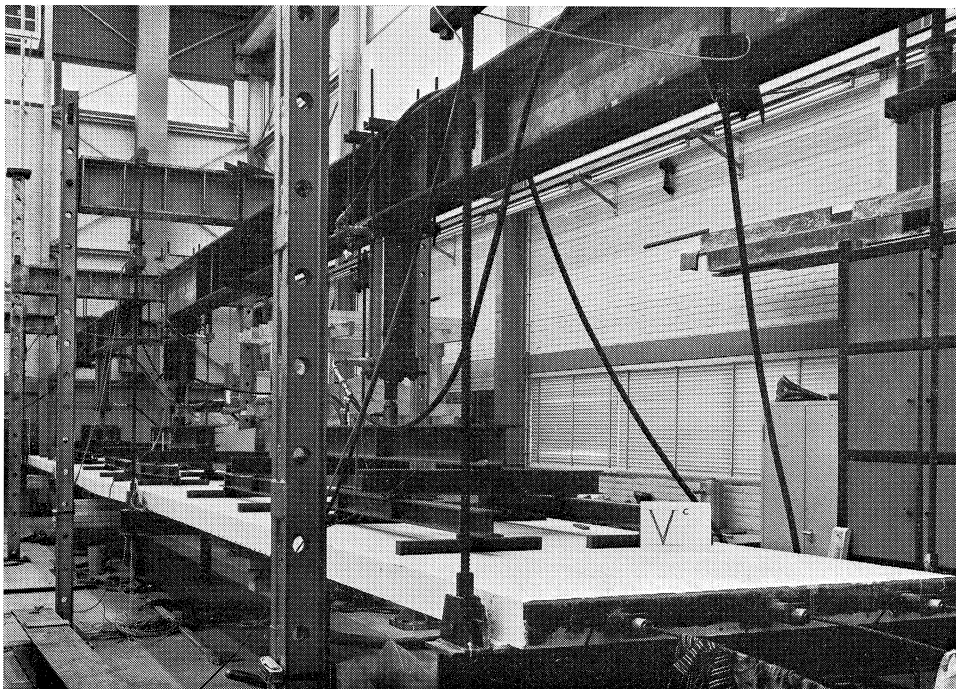


Bild 5.3. Ein Eindruck der Probe und der Prüfungs-ausrüstung.



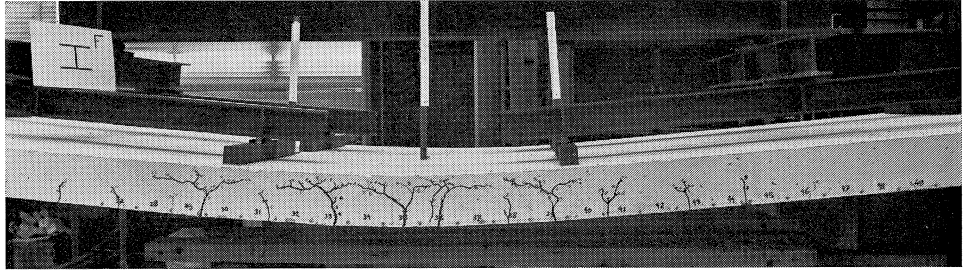


Bild 5.4. Eine Platte mit einer grossen Risszone  $l_s$ .

Unter der Belastung zeigen die Platten in Abhängigkeit der benutzten Parameter einen Unterschied in Rissbildung. Es ist möglich, dass Risse auftreten über eine grössere Länge (Bild 5.4) oder dass nur ein grösserer klaffender Riss gebildet wird an der Stelle des grössten Biegemoments (Bild 5.5). Aus den durchgeführten Experimenten zeigt es sich, dass die äusserste Tragfähigkeit bei Spannbeton ohne Verbund in hohem Masse bestimmt wird durch die Länge, über welche Risse auftreten. Die Länge der Risszone oder Verformungszone wird im folgenden mit  $l_s$  angedeutet. Die Zone  $l_s$  entwickelt sich von Null bis zu einer bestimmten Länge, wobei irgendwo in der Risszone Bruch des Betons auftritt an der gedrückten Seite. Aus den durchgeführten Experimenten zeigte sich auch, dass die Zunahme der Kabelkraft in hohem

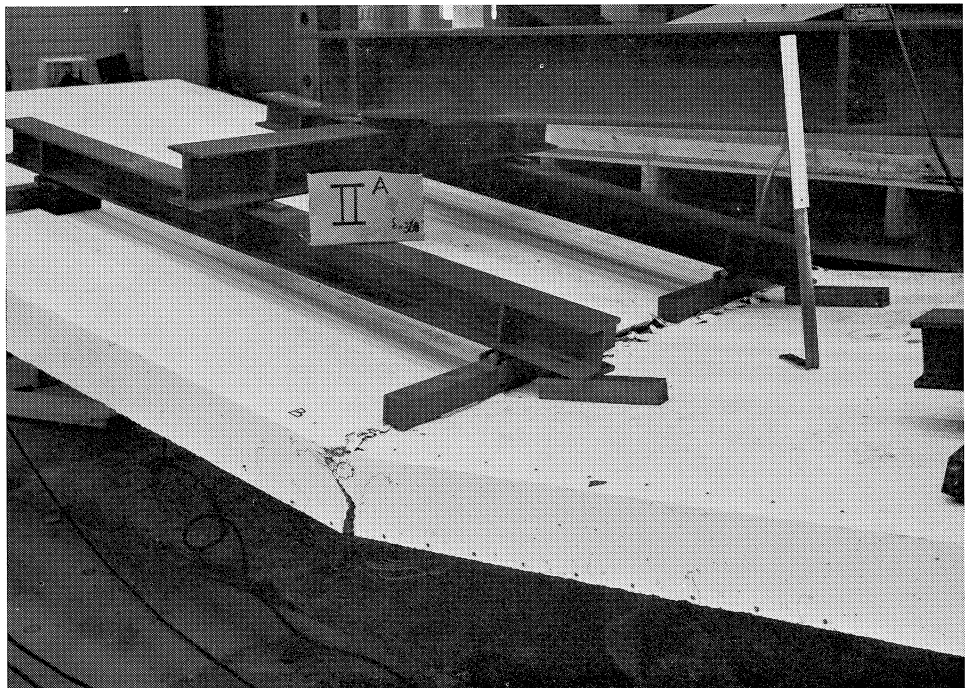


Bild 5.5. Eine Platte mit einer grossen klaffenden Riss, die Risszone  $l_s$  ist klein.

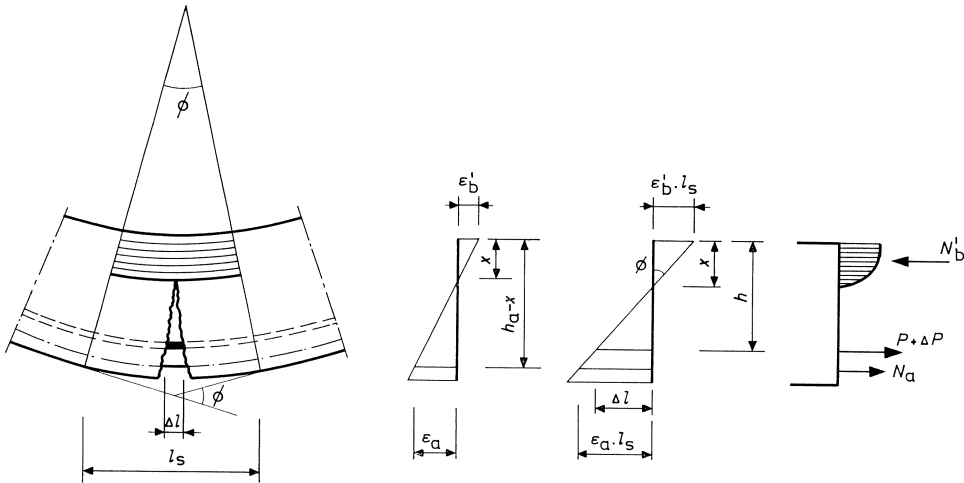


Bild 5.6. Betrachtung einer bestimmten Verformungszone.

Masse von der Länge  $l_s$  abhängig ist. Diese Zunahme ist eine Funktion der über  $l_s$  zusammengezählten Rissweiten in der Höhe des Kabels. Mit Hilfe des Bildes 5.6 kann diese Funktion abgeleitet werden. Die mittlere Dehnung  $\epsilon'_b$  an der oberen Fläche des Betons über die Zone  $l_s$  erfolgt aus den Messungen während der Experimente. Die Höhe der Betondruckzone wird mit  $x$  angenommen. Die Gesamtrotation  $\varphi$  über die Zone  $l_s$  ist dann

$$\varphi = \frac{\epsilon'_b \cdot l_s}{x}$$

Ist  $h$  die Lage der Kabel, dann wird die Verlängerung  $\Delta l$  der Kabel durch die Rotation  $\varphi$  über die Zone  $l_s$  gleich

$$\Delta l = \varphi(h - x)$$

In einem Feld treten im allgemeinen mehrere Verformungszonen auf. Im Bild 5.7 wird das gezeigt für ein Feld einer Platte, welche mehrere Felder umfasst. Für das mathematische Modell wird jedoch nur ein einziges Feld betrachtet. Der Grund dafür wird später erläutert. Die Gesamtverlängerung der Kabel wird jetzt durch Zusammenzählen aller Verlängerungen in den verschiedenen Verformungszonen in einem Feld bestimmt. Die Dehnung der Kabel findet man durch dividieren der Gesamtverlängerung durch die Kabellänge  $L$  zwischen zwei Verankerungen. Auf Grund dieser Zerlegung entspricht die Zunahme der Kabelkraft  $\Delta P$  der Gleichung:

$$\Delta P = \frac{EA}{L} \sum_{j=1}^n \Delta l_j = \frac{EA}{L} \sum_{j=1}^n \varphi_j (h_j - x_j)$$

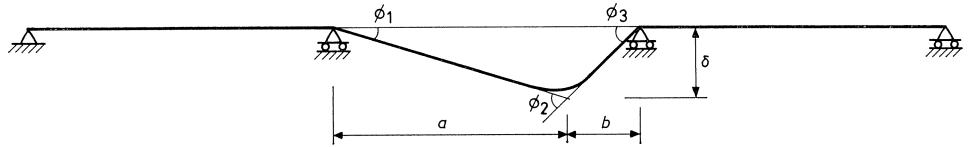


Bild 5.7. Durchbiegung und Rotationen in einem bestimmten Feld.

Mit Hilfe der Höchstdurchbiegung  $\delta$  können alle Rotationen auf einfache Weise mit einander ausgedrückt werden. So stellt sich aus dem Bild 5.7 die folgende Gleichung heraus:

$$\varphi_1 = \frac{b}{a+b} \varphi_2$$

Im allgemeinen kann man diese lineare Gleichung wie folgt schreiben:

$$\varphi_j = g_{ij} \varphi_i$$

Mit dieser Gleichung kann man die Zunahme der Kabelkraft ausdrücken in einer willkürlichen Rotation  $\varphi_i$  aus der Summe der Rotationen  $\varphi_j$  ( $j = 1 \dots n$ ) in einem Feld. Die Zunahme der Kabelkraft als Funktion einer Rotation  $\varphi_i$  wird  $\Delta P_i$  genannt. Es ist klar, dass gilt:

$$\Delta P_i = \frac{EA}{L} \varphi_i \sum_{j=1}^n g_{ij} (h_j - x_j) \quad (5.1)$$

Diese Gleichung wird die *Zusammenhangsgleichung* genannt. In einem Feld tritt Bruch in der Zone auf, wo zuerst die Rotationskapazität erreicht wird. Diese Rotationskapazität wird bestimmt durch den Bruch des Betons oder durch den Bruch des Stahls, indem auch Betonstahlmatten benutzt sind. Der Bruch des Betons tritt auf, wenn die Dehnung  $\varepsilon'_{bu}$  erreicht wird. Stahlbruch tritt auf, wenn irgendwo in der Zone  $l_s$  die Dehnung  $\varepsilon_{au}$  erreicht wird. Die Zone, wo zuerst Bruch auftritt, wird mit  $i$  angedeutet. Entsprechend Bild 5.6 ergibt sich, dass die Gleichungen für die äusserst Rotation  $\varphi_i$  wie folgt sind

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &\leq \frac{\varepsilon'_{bu} \cdot l_{si}}{x_i} \\ \varphi_i &\leq \frac{\varepsilon_{au} \cdot l_{si}}{h_{ai} - x_i} \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Diese Gleichungen werden die *Kapazitätsgleichungen* genannt. Die Werte  $\varepsilon'_{bu}$  und  $\varepsilon_{au}$  sind materialabhängig. Die Werte  $l_{si}$  sind in hohem Masse von folgenden Faktoren abhängig:

- Verlauf der Biegemomente
- Grösse der Spannkraft
- Menge des ungespannten Stahles.

Das Wichtigste ist der Verlauf der Biegemomente. Über einem Auflager tritt meistens ein Spitzenmoment auf. Die Länge  $l_s$  ist in der Grössenordnung 2. h und wird kaum beeinflusst durch die beiden anderen Faktoren. Wenn die Platte gleichmässig belastet wird, dann ist der Momentenverlauf in der Feldmitte ziemlich flach. Die Länge  $l_s$  ist dann in der Grössenordnung 10. h bis 15. h. Betrachtet man jetzt die Zusammenhangsgleichung (5.1) und die Kapazitätsgleichungen (5.2) dann zeigt sich, dass alle Höhen der Betondruckzonen  $x_j$  ( $j = 1 \dots n$ ) noch unbekannt sind. Mit Hilfe einer Gleichgewichtsbetrachtung in den Zonen  $j$  ( $j = 1 \dots n$ ) werden die notwendigen Gleichungen aufgestellt. Entsprechend Bild 5.6 findet man mit einer Gleichgewichtsbetrachtung

$$\Delta P_i = N'_{bj} - N_{aj} - P \quad j = 1 \dots n \quad (5.3)$$

Diese Gleichungen werden die *Gleichgewichtsgleichungen* genannt. Die Kraft  $N'_{bj}$  in der Betondruckzone, und die Kraft  $N_{aj}$  in dem ungespannten Stahl, sind beide eine Funktion der Höhe der Betondruckzone  $x_j$ .

Wenn alle Gleichungen resümiert werden, ergibt sich

$$\Delta P_i = \frac{EA}{L} \varphi_i \sum_{j=1}^n g_{ij}(h_j - x_j) \quad \text{Zusammenhang}$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \frac{\varepsilon'_{bu} \cdot l_{si}}{x_i} \\ \varphi_i &= \frac{\varepsilon_{au} \cdot l_{si}}{h_{ai} - x_i} \end{aligned} \right\} \quad \text{Kapazität}$$

$$\Delta P_i = N'_{bj} - N_{aj} - P \quad \text{Gleichgewicht}$$

Aus diesen  $(n+1)$  Gleichungen sind die Unbekannten  $\Delta P$ ,  $x_1 \dots x_n$  auflösbar. In jeder Zone  $j$  aus der Sammlung ( $j = 1 \dots n$ ) kann die Rotationskapazität bestimmend werden für die äusserste Tragfähigkeit der Platte. Deshalb müssen die beiden Grenzwerte für  $\varphi_i$  in jeder Zone der Reihe nach angenommen werden. Jedesmal wird ein Wert für  $\Delta P$  gefunden. Der Minimalwert für  $\Delta P$ , bestimmt aus der Lösung der  $2n$  Systeme  $(n+1)$  quadratischer Gleichungen, ist der richtige Wert. Ist der richtige Wert für  $\Delta P$  gefunden, dann kann man mit den zugehörigen Werten für  $x_j$  ( $j = 1 \dots n$ ) das Momentengleichgewicht einer Platten aufstellen. Die äusserste Belastung  $q_u$  ist dann bekannt. Hierbei ist erforderlich, dass

$$\gamma = \frac{q_u}{g+p} \geq \gamma_{\text{erforderlich}}$$

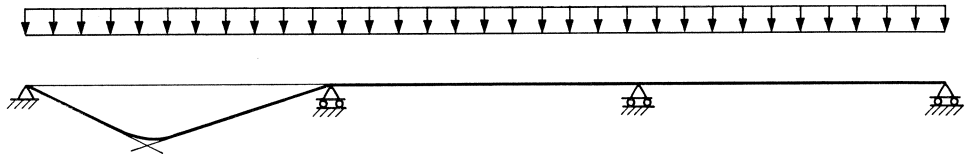


Bild 5.8. Gleiche Vorspannkraft; kein ungespannter Stahl. Nur ein einziges Feld zerbricht.

Dabei ist  $g$  das Eigengewicht und  $p$  die Nutzlast. Das bisher aufgestellte System gilt wie vorher gesagt auch für ein einziges Feld aus einer Durchlaufplatte. Das ist an Hand der Experimente festgestellt worden.

Falls kein ungespannter Stahl benutzt wurde, zeigte nur ein einziges Feld Risse und grosse Durchbiegungen (Bild 5.8). Alle Felder hatten eine gleiche Belastung. Die zwei Endfelder hatten eine gleiche Spannkraft und Kabellage. Jedoch trat Bruch nur in einem Feld auf. Das kann wie folgt erklärt werden. Durch kleine Änderungen in den Dimensionen und in der Betonzugfestigkeit kann das Rissmoment etwas verschieden sein. In einem bestimmten Feld tritt dann etwas früher Rissbildung auf, wodurch sich die Biegesteifigkeit schnell verringert. Es entsteht eine grössere Durchbiegung, wodurch die Spannkraft mit  $\Delta P$  zunimmt. Das Rissmoment im nicht gerissenen Feld nimmt dann auch zu. Wenn die Zunahme des Rissmoments jetzt

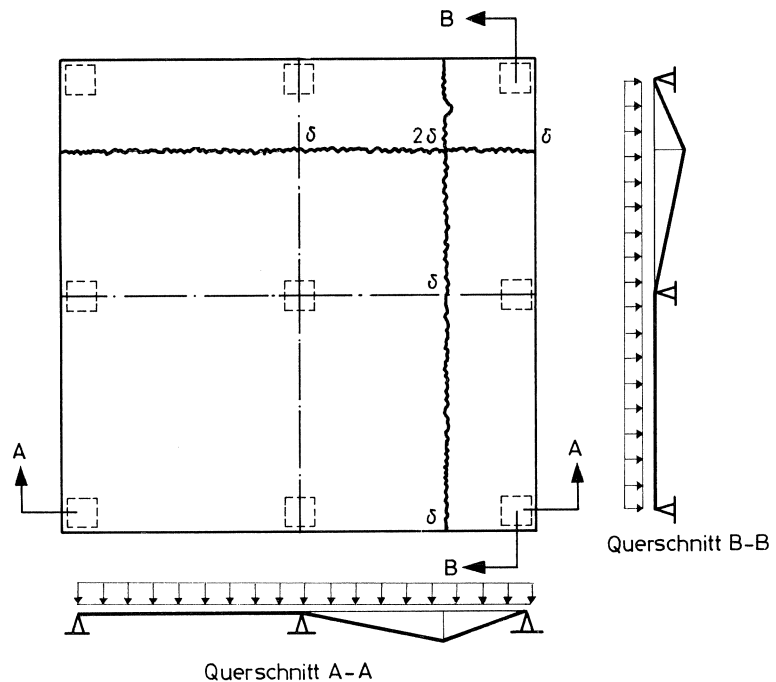


Bild 5.9. Gleiche Vorspannkraft; kein ungespannter Stahl. Nur ein einziges Feld zerbricht.



grösser ist als die Zunahme des äusseren Biegemoments, dann tritt keine Rissbildung im ungerissenen Feld auf. Nur in einem einzigen Feld tritt Bruch auf. Wird jedoch auch ungespannter Stahl angewandt, dann tritt dieser Effekt nicht auf. Laut der niederländischen Vorschrift muss man sowohl belastete wie unbelastete Felder berücksichtigen. Es ist klar, dass dann der Bruch eines Feldes massgebend ist. In diesem Zusammenhang ist es interessant, ein Versuchsergebnis von Scordelis und Lin [5.1] zu nennen. Das Bild 5.9 zeigt eine Platte, gelagert auf neun Stützen. In zwei Richtungen wurde Spannstahl ohne Verbund angewandt. Auch hier wurde keine ungespannte Bewehrung benutzt. Das Ergebnis war, dass nur ein einziges Feld versagte. Diese Möglichkeit konnte laut den Experimenten an einer in einer Richtung tragenden Platte erwartet werden. Für den Konstrukteur ist das eine grosse Vereinfachung, da das Dimensionieren jedes Feldes der Reihe nach geschehen kann. Eine zweite Vereinfachung findet man, wenn Betonstahlmatten benutzt werden mit einer äussersten Gleichmassdehnung von mindestens 25%. Im allgemeinen ist dann Bruch des Betons massgebend.

Das Lösen der quadratischen Gleichungen kann mit einer iterativen Methode geschehen. Hierzu ist jetzt ein einfaches Computerprogramm entwickelt worden, das in groben Umrissen wie folgt funktioniert. Betrachtet man die Zusammenhangsgleichung, dann sieht man, dass die Funktion  $\Delta P_i$  abnimmt bei zunehmenden Höhen  $x_i$  und  $x_j$ . Die Funktionen  $\Delta P_i$  der Gleichgewichtsgleichungen dagegen nehmen zu bei zunehmenden Höhen  $x_i$  und  $x_j$  (siehe Bild 5.10). Für eine bestimmte

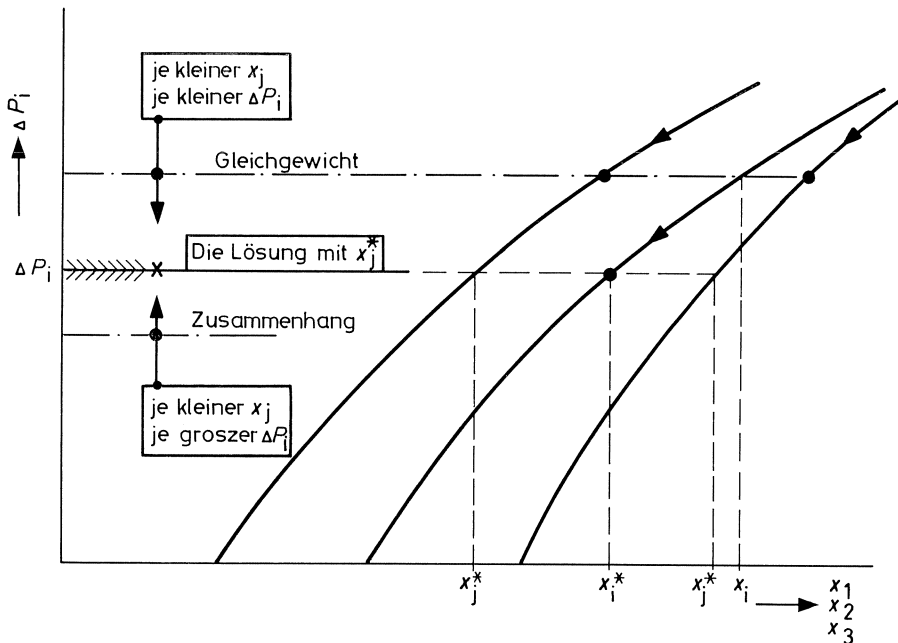


Bild 5.10. Schilderung der Lösungsmethode der quadratischen Gleichungen.

Wahl des Parameters  $x_i$  findet man die Werte  $x_j$  in solcher Weise, dass alle Gleichgewichtsgleichungen denselben Wert  $\Delta P_i$  ergeben. Den gewählten Wert  $x_i$  und den gefundenen Wert  $x_j$  ( $j \neq i$ ) substituiert man jetzt in der Zusammenhangsgleichung. Diese Gleichung gibt dann auch einen Wert für  $\Delta P_i$ . Beide Werte  $\Delta P_i$  werden miteinander verglichen. Jetzt wählt man sich einen anderen Wert für die Höhe  $x_i$  bis der Wert  $\Delta P_i$  aus den Gleichgewichtsgleichungen und der Wert  $\Delta P_i$  aus der Zusammenhangsgleichung miteinander übereinstimmen. Die Lösung der Systems ist dann bekannt. Eine Komplikation tritt jedoch auf, wenn zum Beispiel die Betonstahlmatte zerbricht. Durch Zunehmen der Durchbiegung und der Stahlspannung in den Spannkabeln ist es möglich, dass in einigen Fällen sich wieder das Gleichgewicht einstellt. In diesem Fall sind die Gleichgewichtsgleichungen unterbrochen. Mit dem entwickelten Programm ist es möglich, auch diese Berechnung durchzuführen. In der Praxis darf dieser letzte Fall jedoch nicht auftreten. Man muss darauf achten, dass Stahl mit einer genügenden Gleichmassdehnung ( $\geq 25\%$ ) benutzt wird.

Im Vorhergehenden ist eine Schilderung der Phänomene gegeben, welche das Verhalten ebener Deckenplatten, ausgeführt in Spannbeton ohne Verbund, bestimmen. Es hat sich gezeigt, dass man sehr genau die äusserste Tragfähigkeit berechnen kann. Im Augenblick wird am Aufstellen einfacher Regeln für den Konstrukteur gearbeitet. Die Untersuchung richtet sich jetzt auf eine Analyse des Verhaltens von Spannbeton ohne Verbund im Brandfall. Die Entwicklung einer Berechnungsmethode für in zwei Richtungen gespannte Platten macht gute Fortschritte.

### Literatur

- 5.1 SCORDELIS A. C. und LIN, L. Y.: Behavior of a continuous slab prestressed in two directions. Journal of the American Concrete Institute, November 1959.