

7. Teilweise vorgespannter Beton

Ir. S. H. BRUNEKREEF

7.1 Einführung

In den Niederlanden ist gleich wie in vielen anderen Ländern die Anwendung von teilweise vorgespanntem Beton noch nicht zugelassen. Dafür sind einige Ursachen zu nennen:

- Es gab bisher noch keine gute Berechnungsmethode;
- Ob die Kombination von Spannbeton und Rissbildung unter Gebrauchslast zulässig ist, wird diskutiert;
- Die durch Experimente erhaltene Kenntnis auf diesem Gebiet wird noch nicht für genügend gehalten.

In der nahen Zukunft hoffen wir, im Anschluss an unsere neuen Betonvorschriften auch Richtlinien für teilweise vorgespannten Beton zu erhalten, um damit seine Anwendung möglich zu machen. Inzwischen hat die CUR (Kommission für Ausführung von Research von unserem Betonverein) einen Rapport publiziert, der eine Berechnungsmethode für teilweise vorgespannten Beton enthält. Diese Berechnungsmethode wurde an der TU Delft entwickelt, wobei ihre Richtigkeit an Experimenten nachgewiesen wurde. Darüber soll im folgenden berichtet werden.

7.2 Definitionen [7.4]

- Konstruktionen in teilweise vorgespanntem Beton:
„Spannbetonkonstruktionen, in welchen unter bestimmten Umständen infolge Biegemomenten Zugspannungen oder beschränkte Rissbildung akzeptiert wird.“
- Vorspannkraft:
„Die *totale* Normalkraft, welche in dem Betonquerschnitt wirkt.“

$$F = A_{a1} \cdot \sigma_{a1} + A_{a2} \cdot \sigma_{a2}$$

- Referenzkraft:
„Die Resultante von *allen* Kräften in den beiden Bewehrungen (A_{a1} und A_{a2}), wenn die *Betonspannung* im elastischen Schwerpunkt von *beiden* Bewehrungen gleich Null ist.“

7.3 Die Berechnungsmethode [7.1], [7.4]

In der an der TU Delft entwickelten Berechnungsmethode für Querschnitte von Trägern mit teilweiser Vorspannung kommen sowohl die schlaffe wie die Spannbewehrung in Anrechnung. Obwohl die Definition der teilweisen Vorspannung allein

Klasse	1	2	3	4		
M perm. + M lange Dauer						
M max.						
	Spann- beton	Teilweise vorgesp. Beton		Stahlbeton		

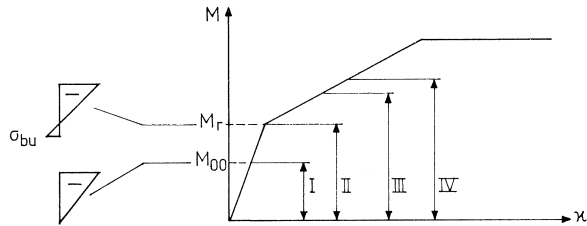


Bild 7.1. Einteilung der Stahlbetonbauweisen nach CEB.

über Zugspannungen und Rissbildung spricht und deshalb nichts über die Bewehrung sagt, ist eine gemischte Bewehrung in Anrechnung gebracht, um auch den Effekt von der schlaffen Bewehrung auf die Spannungsverluste kennen zu lernen.

Die Anwesenheit einer schlaffen Bewehrung wirkt sich positiv aus. Diese Bewehrung fungiert als ein innerer Druckflansch. Durch die Dehnung infolge Kriechen und Schwinden entsteht eine Druckspannung in der schlaffen Bewehrung, und gleichzeitig widersetzt sich diese Bewehrung der Dehnung. Dadurch ist die Verformung

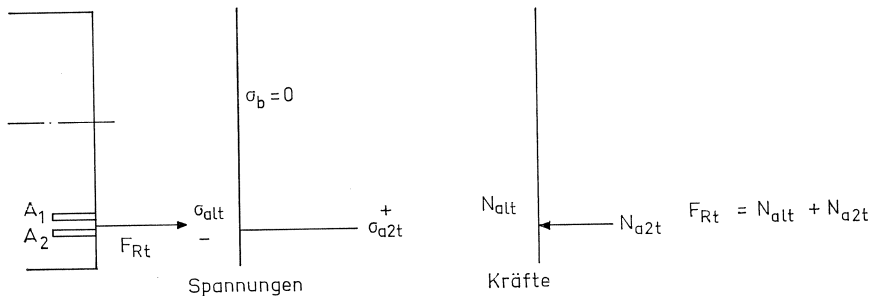


Bild 7.2. Referenzkraft F_{Rt} .

infolge Kriechen und Schwinden kleiner als bei Verwendung von Spannbewehrung allein.

Der Einfluss der Verluste infolge Relaxation, Kriechen und Schwinden ist in eine sogenannte Referenzkraft F_{Rt} aufgenommen. (Bild 7.2)

$$F_{Rt} = F_{RO} \cdot e^{-x} + \left(\frac{M \cdot e_0}{I_b} + \frac{\varepsilon_{k\omega} \cdot E_b}{\varphi_{\infty}} \right) \cdot \frac{A_b}{f} \cdot (1 - e^{-x}) \quad (7.1)$$

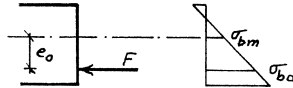
worin:

$$F_{RO} = F_{Rt} \quad \text{für } t = 0 \quad F_{RO} = A_{a2} \cdot (\sigma_{aa} - \Delta\sigma_a)$$

$\Delta\sigma_a$ = Spannungsverlust infolge Relaxation

$$x = \frac{n \cdot \omega \cdot f \cdot \varphi_t}{1 + n \cdot \omega \cdot f} \quad \varphi_t = \text{Kriechzahl} \quad \varepsilon_{kt} = \text{Schwindmass}$$

$$f = 1 + \frac{A_b \cdot e_0^2}{I_b} = \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bm}}$$



Die Kraft F_{Rt} ist eine imaginäre Kraft, bei der der Einfluss der Verluste infolge Relaxation, Kriechen und Schwinden nur *einmal* berechnet zu werden brauchen.

Alle Grenzzustände können einfach mit F_{Rt} festgelegt werden, auch die Grenzzustände im gerissenen Zustand. Im ungerissenen Zustand können die Spannungen und Momente einfach festgelegt werden mit dem Referenzmoment M_{Rt} :

$$M_{Rt} = F_{Rt} \cdot e_0 \cdot \frac{f}{f-1} \quad (7.2)$$

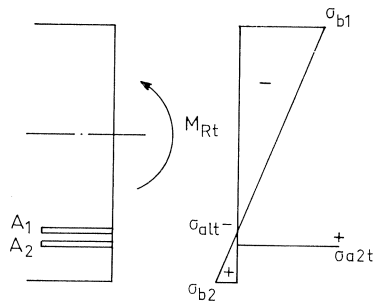


Bild 7.3. Referenzmoment.

$$\sigma_{b1} = - \frac{F_{Rt} \cdot (v' + e_0)}{A_b \cdot e_0}$$

$$\sigma_{b2} = + \frac{F_{Rt} \cdot (v - e_0)}{A_b \cdot e_0}$$

$$\sigma_{a1} = (F_{Rt} - F_{RO}) / A_a$$

$$\sigma_{a2} = \left(F_{Rt} + F_{RO} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) / A_a$$

$$A_a = A_{a1} + A_{a2}$$

Die Kraft $N_{a1t} + N_{a2t}$ infolge M_{Rt} ist: $F_{Rt} = A_{a1} \cdot \sigma_{a1t} + A_{a2} \cdot \sigma_{a2t}$. Die Spannungen infolge M_{Rt} liegen zwischen den Spannungen infolge M_{00} ($\sigma_{b2} = 0$) und M_r (Rissmoment).

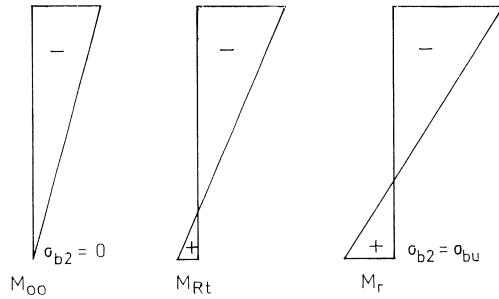


Bild 7.4. Spannungen infolge M_{00} , M_{Rt} und M_r .

M_{00} ist deshalb kleiner als M_{Rt} :

$$M_{00} = \frac{F_{Rt} \cdot e_0}{f-1} \cdot \frac{v+v \cdot f+e_0}{v+n\omega(v-e_0)} = F_{Rt} \cdot v \cdot \frac{e_0+k'}{v+n\omega(v-e_0)} \quad (7.3)$$

Wenn

$$F_{Rt} < \frac{\sigma_{bu} \cdot A_b \cdot e_0}{v-e_0}$$

ist M_r grösser als M_{Rt} :

$$M_r = M_{00} + \sigma_{bu} \cdot \frac{I_b(1+n\omega f)}{v+n\omega(v-e_0)} \quad (7.4)$$

Wenn das Moment einmal grösser als M_r gewesen ist und der Träger wird entlastet, dann schliessen, so wird angenommen, sich die Risse bei $M = M_{00}$.

Die Krümmungen können auch mit F_{Rt} festgelegt werden. Die Formeln dafür sehen nicht so einfach aus, weil Kriechen und Schwinden zusammen mit F_{Rt} eine Krümmung ergeben, die nicht gleich Null ist, obwohl die Spannungen wohl Null sind.

Die Krümmung infolge F_{Rt} ist:

$$\chi_{Rt} = \frac{(F_{Rt} - F_{R0}) \cdot e_0}{E_b I_b \cdot n \cdot \omega \cdot f} + \frac{M \cdot (1 - e^{-x})}{E_b I_b \cdot n \cdot \omega \cdot f^2} \quad (M = M_g + M_r) \quad (7.5)$$

Im gerissenen Zustand können die Grenzzustände am besten mit F_{Rt} bestimmt werden.

Die Höhe von die Druckzone h_x kann berechnet werden aus:

$$I = \frac{M}{F_{Rt}} = \frac{A_{bx} \cdot v_x \cdot (h - h_x + v_x + k'_x)}{A_{bx} \cdot v_x - n \cdot A_a \cdot (h - h_x)} = II \quad (7.6)$$

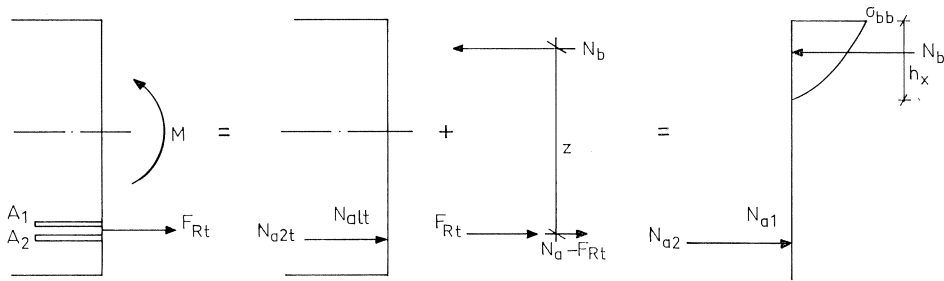


Bild 7.5. Spannungen im gerissenen Zustand.

M ist das Moment, wofür im gerissenen Zustand die inneren Spannungen und die Rissbreite berechnet werden müssen. Aus M und F_{Rt} kann Term I berechnet werden, und für verschiedene Werte von h_x kann Term II auch berechnet werden. Durch Gleichstellung von Term I und II kann h_x berechnet werden.

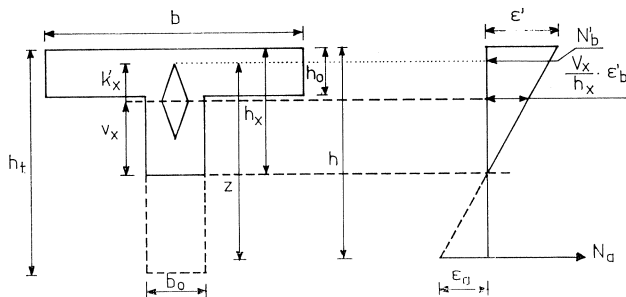


Bild 7.6. Verformungen im gerissenen Zustand.

Die Rissbreite ist u.a. abhängig von der Zunahme der Spannung in der Bewehrung.

Experimentell wurde eine Beziehung zwischen der Rissbreite und der Zunahme der Stahlspannung von M_{00} ab ($\Delta\sigma_{a1}$) bestimmt. Die Frage aus der Praxis, ob bei einem Moment M die zulässige Rissbreite w nicht überschritten wird, kann damit einfach kontrolliert werden. Dafür muss $\Delta\sigma_{a1}$ erst berechnet werden aus M und h_x .

Der Biegebruch von Trägern aus teilweise vorgespanntem Beton soll eingeleitet werden durch das Fließen der schlaffen Bewehrung. Wenn die schlaffe Bewehrung fließt, soll die Spannbewehrung die Proportionalitätsgrenze erreichen, und die Spannung in dieser Bewehrung soll dann nicht mehr proportional mit der Dehnung sein. Dadurch kann das Biegemoment noch grösser werden. Die Verformungen und die Dehnung der Druckzone nehmen dann nicht linear zu und werden stets grösser.

Wenn die Dehnung der Druckzone die Stauchgrenze erreicht, ist die Tragfähigkeit der Druckzone erreicht. Das Biegebruchmoment ist dann erreicht, und die Konstruk-

tion wird versagen, wenn die Konstruktion statisch bestimmt war. Das Biegebruchmoment kann berechnet werden aus:

$$M_u = N_{au} \cdot z_u \quad \text{worin} \quad N_{au} = A_{a1} \cdot f_e + A_{a2} \cdot f_{0,2} \quad (7.7)$$

Die Grösse von z_u ist abhängig von der Geometrie des Querschnitts.

7.4 Die Versuche

Im Stevinlabor der TU Delft sind im Jahr 1975 Versuche an teilweise vorgespannten Trägern durchgeführt worden. Das Hauptziel dieser Versuche war, die entwickelte Berechnungsmethode zu prüfen und die Rissbildung von Trägern aus teilweise vorgespanntem Beton zu studieren.

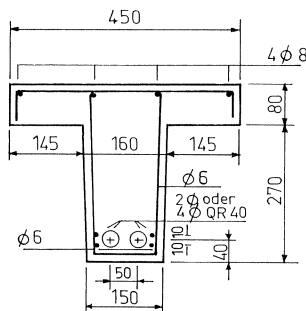
Im Versuchsprogramm wurden 10 Plattenbalken untersucht. Die Balken wurden allein unter statischer Belastung untersucht. Querschnitt und Vorspannung wurden nicht variiert, nur die schlaaffe Bewehrung und damit der Vorspanngrad λ wurde variiert ($0,65 < \lambda < 1$). Dabei ist:

$$\lambda = \frac{A_{a2} \cdot f_{0,2}}{A_{a2} \cdot f_{0,2} + A_{a1} \cdot f_e}$$

Dass für diese Versuche Plattenbalken gewählt wurden, hat verschiedene Ursachen. Einige davon sind:

- Ein T-Querschnitt ist einfach und preiswert herzustellen,
- Die schlaaffe Bewehrung fungiert als ein innerer Druckflansch,
- Der Quotient M_r/M_u liegt günstig.

Nicht so vorteilhaft ist, dass bei Plattenbalken nicht so viel Platz im Steg vorhanden ist und dadurch die Bewehrung manchmal in die zweite Lage kommen muss. Dadurch wird der innere Hebelsarm kleiner, als man es gern hätte.



Betonqualität B 37,5
Die vorspannbewehrung besteht aus 2 Litzen 1/2".
Spannverfahren CCL.

Bild 7.7. Querschnitt aller Träger.

Die Litzen wurden vorgespannt, als der Beton 3 Tage alt war. Während dieser 3 Tage wurden die Träger in der Schalung gut nass gehalten. Nach dem Vorspannen wurden die Träger unter einer Plastikfolie gelagert ($T = 20^\circ\text{C}$, rel. $F = 40\%$). Als der Beton 3 Wochen alt war, wurden die Litzen injiziert und die Träger für die Untersuchung fertig gemacht.

Mit solchen Versuchen gibt es immer Probleme im Zusammenhang mit den zeitabhängigen Verlusten. Niemals ist genau bekannt, wie gross die Verluste infolge Relaxation, Kriechen und Schwinden sind.

In diesem Fall versuchte man dies durch Messungen an den Trägern während der Lagerung heraus zu bekommen („Rückseite“ auf Bild 7.8). Vor dem Vorspannen wurde ein Teil der Schalung entfernt und Messuhren wurden auf dem Träger montiert. Diese Messuhren wurden regelmässig während der Spannarbeiten und der Lagerungsdauer abgelesen. Damit ist die zeitabhängige Verformung eines Teils der Träger bekannt. Bis eine Woche vor der Untersuchung wurden gleichzeitig die Kräfte in den Litzen gemessen. Nach dem Injizieren kann die Vorspannkraft F durch Extrapolieren gefunden werden (Bild 7.9).

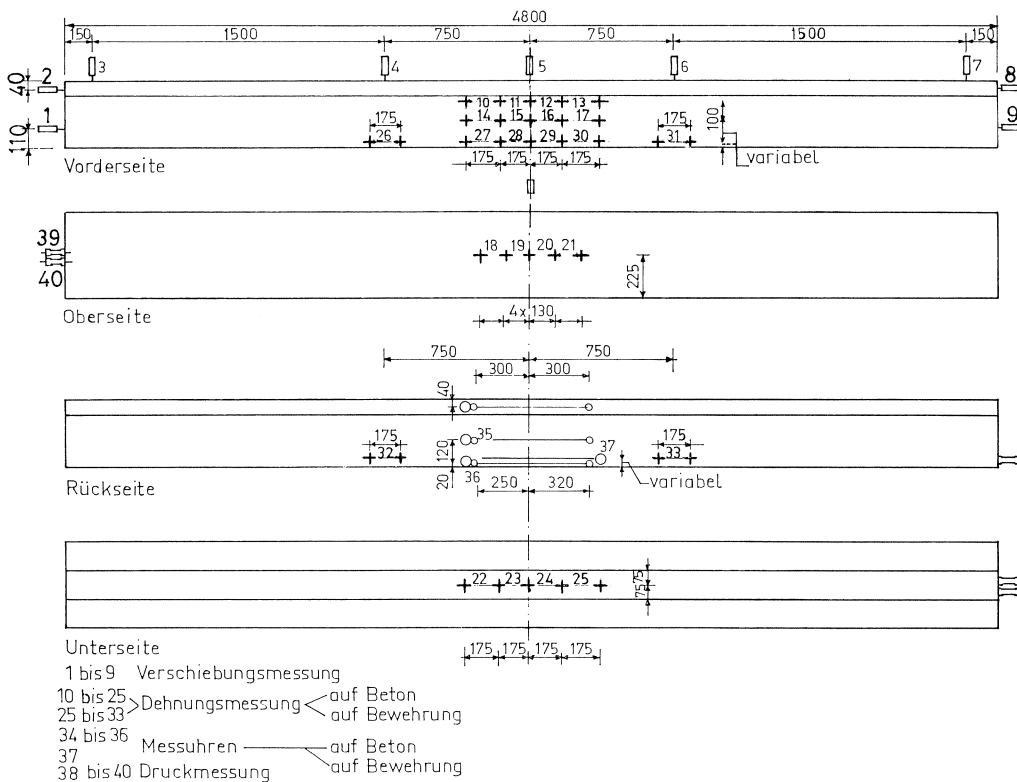


Bild 7.8. Messstellen.

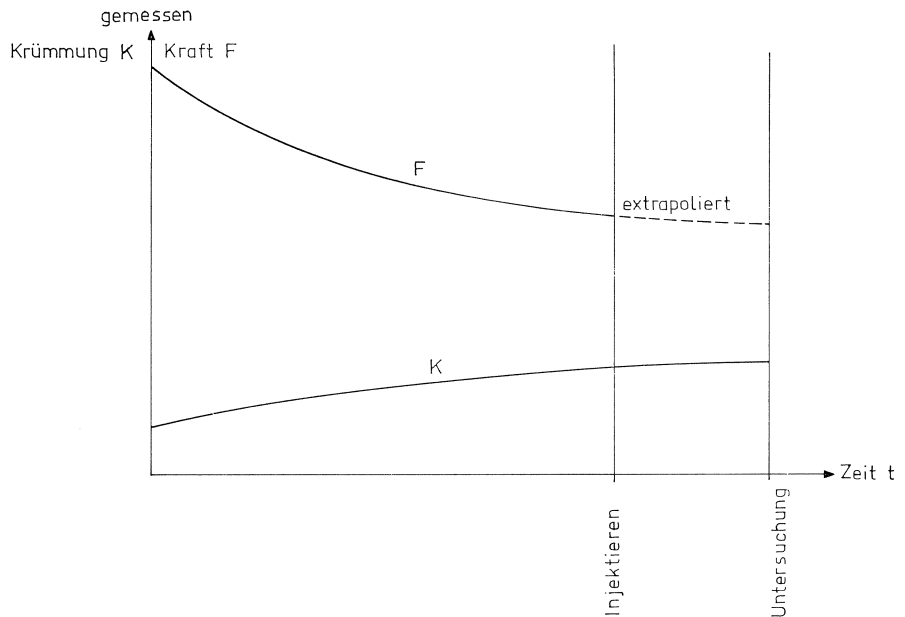


Bild 7.9. Zeitlicher Verlauf der Krümmung und der Kraft im Spannstahl, schematisch.

Wenn der Verlust infolge Relaxation bekannt ist, können aus den Verformungsmessungen und Kraftmessungen die Verluste infolge Kriechen und Schwinden berechnet werden. Bei diesen Versuchen war es nämlich nicht möglich, die Träger in einem Klimaraum zu lagern und somit auf die übliche Weise die Grösse der Kriech- und Schwindmaße zu bekommen.

Die experimentell gefundenen Krümmungen und Kräfte können jedoch mit den theoretischen Werten verglichen werden. Die Übereinstimmung zwischen beiden Resultaten war sehr gut.

Nach 4 Wochen Erhärtung des Betons fand die Untersuchung statt (Bild 7.10).

Gemessen wurden:

- die Belastung,
- die Durchbiegungen und Verschiebungen,
- die Beton- und Stahldehnungen,
- die Rissbreite (Bild 7.8).

Damit kann das Verhalten der Träger im ungerissenen und im gerissenen Zustand und die Verteilung der inneren Kräfte und Spannungen bestimmt werden. Auch wurde der Frage nachgegangen, ob die Relation zwischen der Zunahme der Stahlspannung und der Rissbreite, die in Zürich gefunden worden war, bei den Delfter Versuchen auch gefunden wird.

Die experimentellen Resultate stimmen sehr gut überein mit den Resultaten der

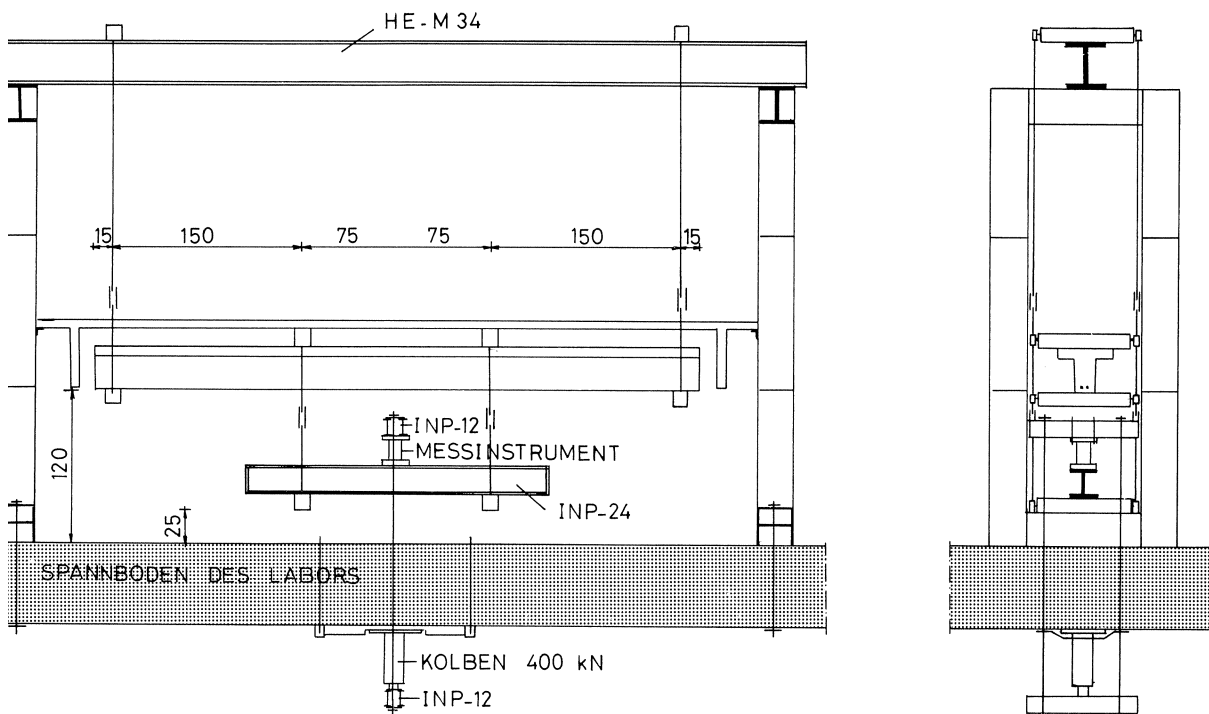


Bild 7.10. Versuchsaufstellung.

theoretischen Berechnungen. Die Züricher Relation zwischen der Zunahme der Stahlspannung und der Rissbreite genügt auch, aber bei grösseren Bewehrungsgraden sind die aus dieser Relation folgenden Rissbreiten viel grösser als die gemessenen Rissbreiten. Eine Verbesserung ist möglich, wenn man den Einfluss des Stabdurchmessers und des Bewehrungsgrads gleich wie in den niederländischen Stahlbetonvorschriften berücksichtigt:

$$w_{\max} < k \cdot \frac{\varphi}{\omega} \cdot w_{\text{rel}}$$

Relation zwischen $\Delta\sigma_{a1}$ und w_{\max} : (ETH Zürich)

$$\Delta\sigma_{a1} = 150 \text{ N/mm}^2 \quad w_{\max} < 0,15 \text{ mm}$$

$$\Delta\sigma_{a1} = 200 \text{ N/mm}^2 \quad w_{\max} < 0,24 \text{ mm}$$

$$\Delta\sigma_{a1} = 240 \text{ N/mm}^2 \quad w_{\max} < 0,36 \text{ mm}$$

Im Anschluss an diese Versuche wurden weitere Versuche durchgeführt um die Querkrafttragfähigkeit von Trägern aus teilweise vorgespanntem Beton zu studieren. Das Ziel dieser Versuche ist, verschiedene Methoden für die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit von Plattenbalken zu untersuchen. Die Resultate dieser Versuche sind noch nicht ausgearbeitet. Bild 7.11 zeigt, in welchem Gebiet diese Versuche liegen.

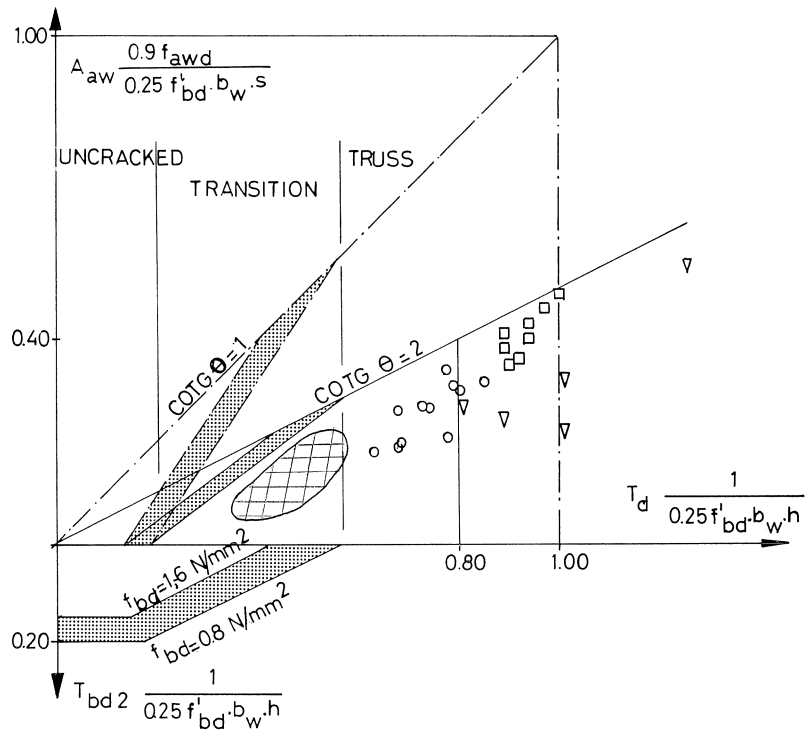


Bild 7.11. Beziehung zwischen Biegel- und Längsbewehrung und Querkraft.

7.5 Zusammenfassung

Querschnitte von Trägern aus teilweise vorgespanntem Beton können ziemlich einfach berechnet werden, wenn die Referenz-Kraft F_{Rt} verwendet wird. In die Kraft F_{Rt} geht der Einfluss der schlaffen Bewehrung und aller Spannungsverluste ein. Mit dieser Berechnungsmethode können sowohl der ungerissene als auch der gerissene Zustand berechnet werden.

Experimente haben gezeigt, dass diese Berechnungsmethode ausreicht. Damit ist auch gezeigt, dass eine an der ETH Zürich gefundene Relation zwischen der Zunahme der Stahlspannung und der Rissbreite auch für die in Delft untersuchten Träger gilt.

Literatur

- 7.1 BRUGGELING, A. S. G.: Het gedrag van betonkonstrukties. Vorlesungen über Betonkonstruktionen, TU Delft, 1975.
- 7.2 CAFLISCH, R. und THÜRLIMANN, B.: Biege-(Schub)versuche an teilweise vorgespannten Betonbalken. ETH-Bericht Nr. 6504-1 bis 5. Zürich.
- 7.3 WALTHER, R. und BHAL, N. S.: Teilweise Vorspannung. DAFStb. H. 223, Berlin, 1973.
- 7.4 CUR rapport: Gedeeltelijk voorgespannen beton. (Erscheint demnächst).

Verwendete Bezeichnungen

A	Querschnitt
b	Druckplattenbreite
b_0	Stegbreite
e_0	Exzentrizität der Bewehrung
I_b	Trägheitsmoment des Betonquerschnitts
h_t	Gesamthöhe des Querschnitts
h	Nutzhöhe des Querschnitts
k	$I_b/A_b \cdot v'$ $k' = I_b/A_b \cdot v$
v	Unterer Schwerpunktabstand des Betonquerschnitts $v' = h_t - v$
E	Elastizitätsmodul
n	E_a/E_b
F	Vorspannkraft
N	Normalkraft
M	Biegemoment
ω	Bewehrungsgrad A_a/A_b
$f_e, f_{0,2}$	echte und konventionelle Streckgrenze der Bewehrung
σ_{bu}	Biegezugfestigkeit des Betons

Index a: Diese Grösse hat Beziehung auf die Bewehrung

Index b: Diese Grösse hat Beziehung auf den Beton

Index 1: Diese Grösse hat Beziehung auf die schlaffe Bewehrung

Index 2: Diese Grösse hat Beziehung auf die Spannbewehrung