

# OVER MECHANISCHE MODELLEN BIJ DE BESCHRIJVING VAN HET NIET-ELASTISCHE GEDRAG VAN MATERIALEN EN OVER DE STRUCTUUR VAN BETON

*In dit artikel worden verschillende mechanische modellen behandeld, die gebruikt kunnen worden bij de beschrijving van het niet-elastische gedrag van materialen. Vervolgens wordt ingegaan op de chemisch-fysische structuur van het materiaal beton waarbij gewezen wordt op de nog onvoldoende kennis en de gecompliceerdheid van dit onderwerp. Hierdoor is het vooralsnog niet mogelijk om in beschouwingen over het niet-elastische gedrag van materialen door middel van modelvoorstellungen een in alle opzichten bevredigende behandeling van het kruipverschijnsel te verkrijgen.*

Bij de beschrijving van bepaalde verschijnselen kan men soms gebruik maken van analogieën, welke bestaan op geheel andere terreinen. Men vergelijkt dan het te beschrijven verschijnsel met een reeds bekend verschijnsel waarmee men aan het voorstellingsvermogen tegemoet komt en dit te meer naarmate het reeds bekende verschijnsel gemakkelijker is voor te stellen.

Bekend zijn de mechanische en elektrische analogieën. In de toegepaste mechanica kennen wij b.v. de zeepvlies-analogie bij de beschrijving van de spanningstoestand in een op wringing belaste doorsnede en de stijve plaat-analogie bij de beschrijving van het oppervlak, dat wordt voorgesteld door de spanningsfunctie van Airy. Aan deze analogieën ligt een zelfde basis-vergelijking ten grondslag.

Bij de beschrijving van het niet-elastische gedrag van een materiaal kan men vaak in belangrijke mate aan het voorstellingsvermogen tegemoet komen door vergelijking met mechanische modellen, waarbij de begrippen spanning en rek vervangen worden door belasting en verplaatsing. Deze mechanische modellen laten zien hoe de verschillende wijzen van deformerende, zoals de elastische, plastische en visco-elastische vervormingen kunnen samenwerken en hoe deze tenslotte in een bepaalde vervorming kunnen resulteren. Zij laten een kwalitatieve beschouwingwijze toe en, indien de uitkomsten van model en werkelijkheid voldoende met elkaar overeenstemmen, ook een kwantitatieve. Een verklaring van het niet-elastische gedrag van het beschouwde materiaal geven zij uiteraard niet; deze ligt besloten in de chemisch-fysische structuur van het materiaal.

De mechanische modellen, welke worden gebruikt om het visco-elastische gedrag van een materiaal voor te stellen, zijn gewoonlijk opgebouwd uit combinaties van twee elementen, die de twee hieraan ten grondslag liggende

basis-typen van vormverandering voorstellen, t.w.:

- een elastische veer voor de elastische vormveranderingen,
- een geperforeerde zuiger, in een cylinder, gevuld met een visceuze vloeistof, voor de visceuze vormveranderingen.

De veer volgt de wet van Hooke, de vloeistof de wet van Newton. Deze beide elementen kunnen nu op verschillende manieren worden gecombineerd om het waargenomen gedrag van een visco-elastisch materiaal te benaderen <sup>1)</sup>.

Voor de veer geldt

$$x_1 = \alpha P \dots \dots \dots (1)$$

waarin  $x_1$  de vormverandering,  $\alpha$  de veerconstante en  $P$  de belasting voorstelt.

Voor het visceuze element geldt

$$\frac{dx_2}{dt} = \Phi P \dots \dots \dots (2)$$

waarin  $\Phi$  de reciproke waarde van de viscositeitscoëfficiënt is.

Er zijn twee mogelijkheden om deze basistypen te combineren; ze kunnen in serie — dan wel parallel worden geschakeld.

In het eerste geval stelt de combinatie de z.g. Maxwell-eenheid voor, aangegeven in fig. 1. De totale vormverandering is dan:

$$x = x_1 + x_2 = \alpha P + \Phi \int_0^t P dt \dots \dots \dots (3)$$

Wordt  $P = P_0$  constant gehouden, dan is:

$$x = \alpha P_0 + \Phi P_0 t = \alpha P_0 \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) \dots \dots \dots (4)$$

waarin  $\tau = \alpha/\Phi$  en welke relatie wordt weergegeven in fig. 1. Bij constante belasting neemt de vormverandering (de kruip) dus lineair toe met de tijd. Vergelijking (4) gedifferentieerd geeft (5) en deze na integratie (6):

$$\frac{dx}{dt} = \Phi P + \alpha \frac{dP}{dt} \dots \dots \dots (5)$$

$$P = e^{-t/\tau} \left( P_0 + \frac{1}{\alpha} \int_0^t \frac{dx}{dt} e^{-t/\tau} dt \right) \dots \dots \dots (6)$$

waarin  $P_0 = P_{(t=0)}$ . Wanneer  $x = x_0$  constant wordt gehouden, is:

$$P = \frac{x_0}{\alpha} e^{-t/\tau} \dots \dots \dots (7)$$

als  $P_0 = x_0/\alpha$ , zodat de, bij een constant gehouden vormverandering behorende, belasting in de loop van de tijd afneemt. Dit is dus een relaxatieproces.

1) Zie hiervoor b.v. Freudenthal [1], waaraan het eerstvolgende is ontleend.

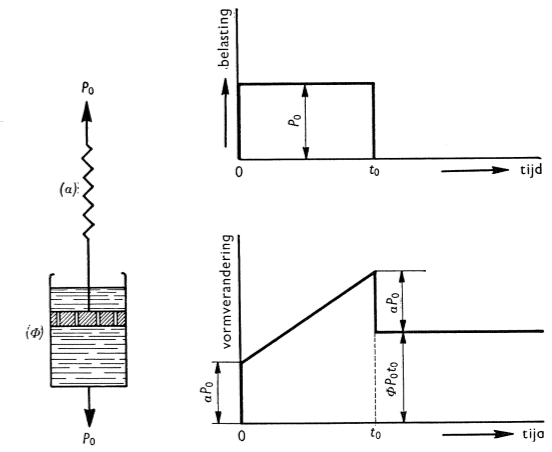


Fig. 1 Belastingdiagram met bijbehorend vormverandering-tijd diagram

### Notaties

- $x$  verplaatsing.
- $t$  tijd.
- $P$  belasting.
- $\alpha$  veerconstante.
- $1/\Phi$  viscositeitscoëfficiënt.
- $\tau$  relaxatietijd.
- $\epsilon$  specifieke vormverandering.
- $\sigma$  spanning.
- $\varphi(t)$  kruipfunctie.
- $\psi(t)$  relaxatiefunctie.

Worden de beide basis-elementen parallel geschakeld, dan ontstaat de z.g. Kelvin-eenheid, zie fig. 2. De veer voldoet aan:  $P_1 = x/\alpha$  en het visceuze element

aan:  $P_2 = \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{dx}{dt}$ , zodat

$$P = P_1 + P_2 = \frac{x}{\alpha} + \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{dx}{dt} \dots (8)$$

Na integratie wordt verkregen:

$$x = e^{-t/\tau} (x_0 + \Phi \int_0^t P e^{t/\tau} dt) (9)$$

waarin  $x_0 = x_{(t=0)}$ .

Is  $P = P_0$  constant, dan is:

$$x = x_0 e^{-t/\tau} + \alpha P_0 (1 - e^{-t/\tau}) \dots (10)$$

en voor  $x_0 = 0$ :

$$x = \alpha P_0 (1 - e^{-t/\tau}) \dots (11)$$

Deze vergelijking wordt weergegeven in fig. 2. De grootte  $\tau = \alpha/\Phi$  heeft de dimensie van een tijd en wordt de relaxatietijd genoemd. De grootte van  $\tau$  is in de figuur aangegeven en is gemakkelijk te verifiëren. Bij een constant gehouden belasting neemt de vormverandering dus weer toe met de tijd. Wordt op een tijdstip  $t = t_0$  ontlast, dan bedraagt de resterende vormverandering ten tijde  $t > t_0$ :

$$x = \alpha P_0 e^{-t/\tau} (e^{t_0/\tau} - 1) \dots (12)$$

Voor  $t \rightarrow \infty$  is  $x \rightarrow 0$ .

Bovenstaande visco-elastische vormveranderingen kunnen optreden bij elke grootte van de belastingen. Wanneer het gedrag van een *ideaal-plastisch* materiaal wordt beschreven met behulp van mechanische modellen, moet evenwel ook de „vloei-grens” als een constante waarde worden ingevoerd. Dit kan b.v. geschieden door:

- 1°. het introduceren van een wrijvingsweerstand tussen zuiger en cylinderwand, die de zuiger belet te bewegen zolang de belasting onder de „vloei-grens” blijft;
- 2°. een derde model in te voeren, dat bestaat uit een gewicht, dat op een vlak rust en dat verbonden is aan een veer en dat een wrijvingsweerstand ondervindt, gelijk aan de „vloei-grens”, die het gewicht belet te bewegen bij belastingen, die hier beneden zijn gelegen. Dit nieuwe element

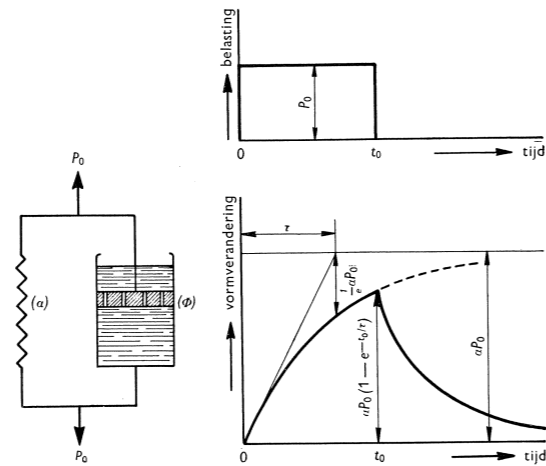


Fig. 2

Kelvin-eenheid Belastingsdiagram met bijbehorend vormverandering-tijd diagram

kan worden beschouwd als een z.g. St. Venant-eenheid, waarbij het gewicht in rust blijft en de vormverandering elastisch is, tot het moment, waarop de belasting de „vloei-grens” bereikt. Daarna zal ook bij een constante belasting de deformatie steeds toenemen. Deze is dan echter onafhankelijk van de tijd.

Werkelijke materialen bezitten gewoonlijk een meer gecompliceerd gedrag, dan dat, wat kan worden nagebootst met eenvoudige basismodellen. Een zodanig gedrag kan beter worden benaderd door het schakelen van meer basis-elementen of door het schakelen van meer Maxwell- en Kelvin-eenheden.

Worden b.v. een Maxwell-eenheid en een Kelvin-eenheid in serie geschakeld, zoals weergegeven in fig. 3, dan geldt voor een constante belasting  $P_0$ :

$$x = \alpha_1 P_0 + \Phi_1 P_0 t + \alpha_2 P_0 (1 - e^{-t/\tau}) \dots (13)$$

welk verband in de figuur is aangegeven. Wordt ontlast ten tijde  $t = t_0$ , dan zal de eerste term van deze vergelijking een elastische terugvering veroorzaken, de tweede term komt overeen met een blijvende deformatie en de derde term correspondeert met een in de loop van de tijd afnemende vormverandering.

In vele gevallen blijkt dat het rheologisch gedrag van een materiaal niet kan worden weergegeven door een model als het bovengenoemde en dat meer constanten (en dus een meer samengestelde schakeling) nodig zijn om

het gedrag weer te geven. Dit kan b.v. geschieden door het parallel schakelen van een aantal Maxwell-eenheden of door het in serie schakelen van meer Kelvin-eenheden of door een combinatie van beide typen. Iedere eenheid wordt gedefinieerd door de bijbehorende  $\alpha_i$  en  $\Phi_i$ . Ook St. Venant-eenheden kunnen in een dergelijke schakeling worden betrokken.

Bestaat het materiaal, waarvan het gedrag moet worden nagebootst met behulp van een model, uit een doorgaand star skelet, dan moet tenminste één elastisch element worden geschakeld met de Maxwell-eenheden. Dit wordt b.v. weer-

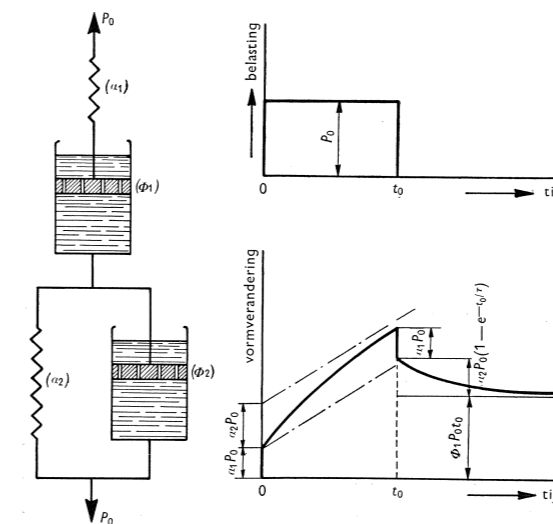


Fig. 3

Maxwell-en Kelvin-eenheid in serie Belastingsdiagram met bijbehorend vormverandering-tijd diagram

gegeven in fig. 4. Onder een constante belasting  $P = P_0$  volgt de vormverandering uit:

$$x = P_0 \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} (1 - e^{-t/\tau}) \right\} \dots \dots \dots (14)$$

waarin  $\tau = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\Phi_2}$  (zie fig. 4). Wordt ontlast ten tijde  $t = t_0$ , dan is voor  $t > t_0$  de resterende vormverandering:

$$x = P_0 \frac{\alpha_1^2}{\alpha_1 + \alpha_2} e^{-t/\tau} (e^{t_0/\tau} - 1) \dots \dots \dots (15)$$

zodat geen permanente vormverandering overblijft als  $t \rightarrow \infty$ .

Indien kan worden aangenomen, dat geen blijvende structuurveranderingen optreden in een materiaal onder een permanente, constante belasting, dan is de vormverandering op ieder moment te scheiden in twee delen: de onmiddellijke deformatie, die evenredig is met de spanning, die op dat ogenblik aanwezig is en de vertraagde deformatie, die een functie is van de tijd. De totale deformatie kan dan als volgt worden geschreven:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_0 \{ 1 + \varphi(t) \} \quad (16)$$

waarin  $\varphi(t)$  een tijdfunctie voorstelt, die toeneemt van 0 ten tijde  $t = 0$  tot een eindige waarde voor  $t \rightarrow \infty$ . De functie  $\varphi(t)$  wordt de kruipfunctie genoemd en vertegenwoordigt een in de tijd vertraagde component van de vormverandering.

Wanneer een constante deformatie  $\varepsilon$  wordt aangebracht ten tijde  $t = 0$ , kan de belasting, die correspondeert met deze vormverandering in twee delen worden gescheiden: het eerste deel, dat overeenkomt met de aanvankelijke belasting, die vereist is om de onmiddellijke deformatie  $\varepsilon$  te veroorzaken, het tweede deel, dat de afname van de belasting met de tijd aangeeft. De belasting kan dan als volgt, als een functie van de tijd, worden geschreven:

$$\sigma_t = \sigma_0 \{ 1 - \psi(t) \} \dots \dots \dots (17)$$

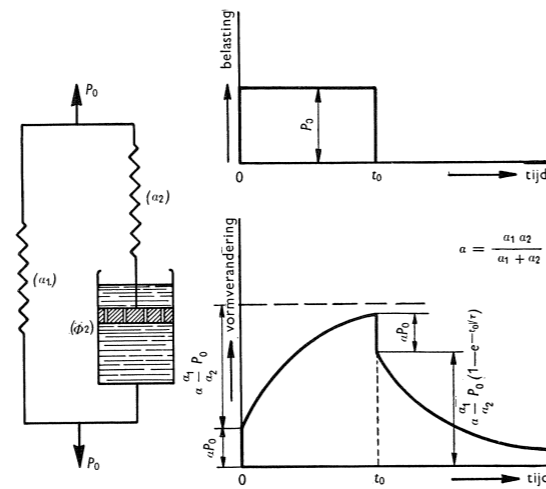


Fig. 4 Parallelschakeling van een Maxwell-eenheid en een veer Belastingsdiagram met bijbehorend vormverandering-tijd diagram

waarin  $\psi(t)$  een tijdfunctie voorstelt, die toeneemt van 0 bij  $t = 0$  tot een eindige limietwaarde bij  $t \rightarrow \infty$ . Deze functie wordt de relaxatiefunctie genoemd.

Bij een Maxwell-eenheid neemt de belasting  $\sigma_t$  volgens de functie  $e^{-t/\tau}$  - zie vgl. (7) - met de tijd af, zodat:

$$1 - \psi(t) = e^{-t/\tau}$$

of:  $\psi(t) = 1 - e^{-t/\tau}$ ,

terwijl de kruipfunctie volgt uit - zie vgl. (4) -:  $\varphi(t) = t/\tau$ . Daar de functie  $e^{-t/\tau}$  voor kleine waarden van  $t/\tau$  kan worden benaderd door  $(1 - t/\tau)$ , zijn de relaxatie- en kruipfunctie in dit geval gelijk. Bij meer gecompliceerde mechanische modellen bestaat geen eenvoudige betrekking meer tussen de kruip en de relaxatie.

### Over de structuur van beton

Met deze mechanische modellen zou men het rheologisch gedrag van het beton kunnen weergeven, ingeval model en werkelijkheid in voldoende mate met elkaar overeenstemmen. Het zal duidelijk zijn, dat daarvoor een juiste kennis van de structuur van beton en van de rheologische eigenschappen van de samenstellende delen vereist is. Omgekeerd zal men uit de overeenstemming van het gedrag van beton en het gedrag van het model een zekere steun kunnen vinden bij de beoordeling van de hypothesen, die aan de opstelling van het model ten grondslag liggen.

Een en ander is bij beton echter zeer moeilijk. Enerzijds is omtrent het materiaal wel veel, maar toch niet voldoende bekend, waarbij komt dat de verschillende structuurbestanddelen die voor het rheologisch gedrag juist het meest belangrijk zijn, met de tijd veranderen. Anderzijds ligt het beeld van de kruipverschijnselen evenmin voldoende vast.

Het is begrijpelijk, dat men zich ondanks de resterende onvolkomenheden toch gaarne een voorstelling maakt van de aard en opbouw van beton met betrekking tot het rheologisch karakter en daarbij uitgaat van hetgeen chemisch en fysisch bekend is. Ook kan een vergelijking met andere materialen, die aan kruip onderhevig zijn, hierbij leerzaam zijn.

Beton is een zeer heterogeen product, dat voor een groot deel gevormd wordt door een, uit grove en fijne korrels bestaand, aggregaat. Dit aggregaat, grind en zand of gebroken gesteente, is een vast, meestal geheel gekristalliseerd, product, dat zich gedraagt als een zuiver elastisch lichaam. In het verse beton is dit aggregaat innig gemengd met en geheel omhuld door een vloeibaar systeem, bestaande uit cement en water (waarin tevens de zeer fijne bestanddelen van het aggregaat zijn opgenomen). Bij de binding en verharding gaat deze vloeibare phase, die reeds in het beginstadium zich niet als een Newtonse vloeistof gedraagt, successievelijk over in een nieuwe toestand onder sterke verandering in de rheologische eigenschappen. Door een gecompliceerd proces van oplossen, chemische reacties tussen cementbestanddelen en water, precipi-

teren van nieuwe verbindingen in kristalvorm of in de vorm van gelen, vormt zich een meer en meer verstarrende massa, die een met de tijd toenemende sterkte bezit en verantwoordelijk is voor de inwendige cohesie en de hechting aan de korrels van het aggregaat. In de aanvang is een groot deel van de verhardende massa in gelvorm aanwezig; hetzij doordat zich niet-kristallijne producten met colloïdale eigenschappen hebben gevormd, hetzij doordat de gevormde kristallen zo klein zijn, dat zij eveneens een colloïdaal karakter bezitten. Langs röntgenologische weg is aangetoond, dat er onder de bij verharding gevormde hydraten fijn-kristallijne verbindingen voorkomen, die in staat zijn in het kristalrooster water op te nemen onder volumevergroting, enigszins analoog aan de verschijnselen, die zich ook bij bepaalde kleimineralen kunnen voltrekken. De bij de hydratatie gevormde gelen zijn aanvankelijk sterk waterhoudend en gaan door inwendige structuurverandering en afgifte van water, met de tijd over in irreversibele hardere producten, die in bouw en eigenschappen meer en meer naderen tot gekristalliseerde verbindingen.

Naast al deze omzettingenproducten is in de verharde massa van het bindmiddel nog steeds onveranderd cement aanwezig, daar de beschreven reacties zich afspelen aan het oppervlak der cementkorrels en daar, door afsluiting met voor water niet of moeilijk doordringbare lagen, het inwendige van de grotere korrels aan het verhardingsproces niet meedoet. Door bepaalde omstandigheden b.v. door de vorming van microscopische scheurtjes kunnen deze korrels later nog weer met water in aanraking komen en gaan verharderen, waardoor een herstel intreedt, dat bij andere materialen b.v. metalen en niet- hydraulische steenachtige producten niet voorkomt.

Rheologisch gezien bestaat dus beton uit een samenstel van elastische delen (het aggregaat) en een bindende massa, die een, met de tijd veranderende en wel afnemende, vervormbaarheid vertoont en waarvan het gedrag ligt tussen dat van een vloeibaar systeem met lage vloeigrens (verse beton) en van een vaste gekristalliseerde massa, die vermoedelijk uiteindelijk zich ook zal gaan gedragen als een elastisch product. In het tussenstadium en dat is een zich over jaren uitstrekkende periode, die voor de betonconstructie juist de grootste betekenis heeft, hebben wij dus te maken met een systeem, waarbij in de kitmassa tussen de aggregaatkorrels onder belasting langzame blijvende deformaties kunnen optreden.

Bij de opstelling van een rheologisch model moet men derhalve rekening houden met de aanwezigheid van het elastisch aggregaat, dat door de onderlinge aanraking deformaties op grote schaal belemmert en met de omstandigheid dat de daartussen aanwezige kitmassa bestaat uit een heterogeen mengsel van verbindingen, die deels kristallijn, deels in gelvorm aanwezig zijn, en die ieder voor zich verschillend reageren op de optredende spanningen. Zij hebben n.l. verschillende  $E$  en verschillen in mate en wijze, waarop zij blijvende deformaties kunnen ondergaan. Het kan derhalve niet verwonderen, dat de weergave van het gedrag door een eenvoudig model of de schakeling van een

klein aantal modellen (Maxwell, Kelvin en St. Venant eenheden) nog slechts tot een benaderend resultaat kan voeren. Door *Torroja* en *Paez* is een model aangegeven, waarin een aantal rheologische modeleenheden in parallelle series geschakeld zijn en waarbij deze series zijdelings verbonden zijn, zulks om rekening te houden met de wederzijdse beïnvloeding van de verschillende bestanddelen. Tenslotte moet nog rekening gehouden worden met het feit, dat de constanten, die de werking van de modeleenheden beheersen (b.v. de viscositeit in het Newtonse element van een Maxwell lichaam en de elasticiteitsmodulus in een Hooke's element) met de tijd aan veranderingen onderhevig zijn.

Stellen wij naast het gedrag van het beton dat van een metaal, dan blijken daarbij duidelijke verschillen aan de dag te treden. Een enkelvoudig metaal in zuivere toestand is opgebouwd uit een groot aantal gelijk samengestelde kristallieten met daartussen minder regelmatig georiënteerde of niet georiënteerde overgangszones. Chemisch gesproken is de massa volledig homogeen. Rheologisch bezien is dit echter niet het geval, aangezien de elasticiteitsmodulus en de blijvende vervormbaarheid verschillend zijn al naar gelang de oriëntatie van het kristal ten opzichte van de richting van de uitwendige kracht. De deformatie van het kristal vindt, als bekend, plaats door een afschuiving langs de glijdvlakken in het kristal, waarbij de inwendige samenhang niet wordt verbroken en waarbij de atomen na translatie langs een glijdvlak zich onderling wederom in evenwichtstoestand bevinden. Een wederzijdse beïnvloeding van de kristallieten is het gevolg van verschillen in oriëntatie, waardoor zowel elastische als niet- elastische deformaties van kristal tot kristal verschillen. Ook metalen zijn onderhevig aan kruip, hetgeen reeds lang bekend was b.v. voor staal bij temperaturen van 400 °C en hoger en voor lager smeltende metalen als lood e.d. reeds bij kamertemperatuur. Tot betrekkelijk kort geleden verkeerde men in de mening, dat bij staal bij gewone temperatuur geen kruipverschijnselen zouden optreden. Onderzoek in de laatste jaren o.a. in verband met de toepassing van het voorgespannen beton hebben ertoe geleid, dat men thans ook bij staal het kruipen bij lage temperaturen heeft geconstateerd, waarna hierover onderzoek is verricht. Ook bij het zoveel eenvoudiger samengestelde metaal biedt een verklaring van de kruipverschijnselen nog moeilijkheden.

In afwijking met hetgeen bij een metaal gebeurt, leidt bij beton de wisselwerking tussen de verschillende bestanddelen tot de mogelijkheid van de vorming van microscopische scheurtjes, namelijk in het geval, dat aan een kristal, door wisselwerking met naburige kristallen een deformatie wordt opgelegd, die dit kristal niet zonder scheuren kan volgen. Als gevolg van te hoge of van langdurige belastingen zullen derhalve in beton bij het kruipen microscopische scheurtjes kunnen ontstaan, die uiteraard van invloed zijn op de grootte en het verloop van de kruip. Hierbij kan tegengesteld werken de mogelijkheid van een herstel door het alsnog verharderen van tevoren beschermde niet gehy-



drateerde cementdelen. Bij metalen en andere niet-hydraulische materialen is uiteraard een dergelijke mogelijkheid van herstel niet aanwezig. Voorts vormt de nog over jaren voortgaande verandering van beton, zowel in chemisch als in fysisch opzicht een factor, die bij de metalen ontbreekt. Dat de kruip onder bepaalde belastingen na verloop van tijd tot stilstand komt, kan verschillende oorzaken hebben. Enerzijds speelt daarbij een rol de natuurlijke versteviging (metalen), anderzijds zal bij beton naast rheologische oorzaken, die aan het systeem eigen kunnen zijn, een rol spelen de met de tijd veranderende waarden van de grootheden, die het vervormingsproces beheersen.

Men moet resumerend derhalve vaststellen, dat het voorlopig nog niet mogelijk is — en het is de vraag of dit in een afzienbare toekomst wel het geval zal zijn — om aan de hand van de beschikbare gegevens, met beschouwingen door middel van modelvoorstellingen, een in alle opzichten bevredigende behandeling van het kruipverschijnsel op te stellen. Zeer zeker is het feitenmateriaal daarvoor thans nog te onvolledig en veelal onvoldoende gedocumenteerd. Proeven van lange duur, met alle daaraan verbonden moeilijkheden, zijn nodig. Proeven van korte duur, waarbij de inwendige veranderingen in het materiaal een minder belangrijke rol spelen, zullen in deze geen oplossing kunnen leveren en moeten reeds van te voren als ondoelmatig worden uitgesloten.

#### LITERATUUR:

- [1] Freudenthal, A. M., *The inelastic behaviour of engineering materials and structures*, Wiley, New York 1950.
- [2] Reiner, M., *Building materials, their elasticity and inelasticity*. North Holland Publ. Co, Amsterdam 1954.
- [3] Eurgers, J. M., *First report on viscosity and plasticity*. Verhandelingen Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Amsterdam. Afd. Natuurkunde. 1e sectie, deel XV, No. 3.

#### SUMMARY

This article deals with various mechanical models which may be used to describe the inelastic behaviour of materials.

The article goes further into the chemical-physical structure of the material concrete. The yet insufficient knowledge and the complicated character of the subject are pointed out. For this reason it is as yet impossible to draw up by means of model representations a treatise of the phenomenon creep, which will be satisfactory in all respects.