

„l'Expérience est la source unique de la vérité”

H. Poincaré, La Science et l'Hypothèse.

Voor opdrachten of adviezen gelieve men zich te wenden tot het adres:
Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en -constructies,
Lange Kleiweg 5, Rijswijk Z-H., tel. Delft (01730) 26950*.
Correspondentie-adres uitsluitend: Postbus 49 te Delft.

Voor bijdragen voor dit blad, bijv. op het gebied van eigen waarnemingen en
uitvoering van constructies, welke aanleiding zouden
kunnen geven tot meer economische werkwijze of ver-
betering van inzicht, houdt de redactie zich aanbevolen.

Rapporten over intern spuurwerk kunnen tegen kostprijs worden verstrekt.

MODELPROEVEN

ENIGE BESCHOUWINGEN EN TOEPASSINGEN

In dit artikel zijn eerst enige beschouwingen gewijd aan het nut van modelproeven en enkele toepassingsmogelijkheden hiervan, terwijl tevens een kort overzicht is gegeven van de modelwetten. Het blijkt, dat vaak met eenvoudige hulpmiddelen, welke veelal binnen het bereik van de constructeur liggen, met modellen belangrijke gegevens kunnen worden verkregen. Als voorbeeld zijn daartoe enkele modelproeven besproken met karton en mortel als modelmateriaal.

Het eerste voorbeeld van een kartonnen model betreft een gelijkmatig belaste boog op twee scharnieren; nagegaan is de invloed van de plaats en grootte van plaatselijke verzwakkingen. Het tweede voorbeeld behandelt een inleidend onderzoek naar de knik van tonschalen, waarbij de invloed van de schaalbreedte is nagegaan.

Bij de modellen, vervaardigd uit mortel, is bij een aantal balkjes onderzocht of de dekking en de hoogte-afmetingen invloed uitoefenen op de scheurafstand. Voorts is bij een ligger over drie steunpunten nagegaan in hoeverre de draagkracht van deze constructie de op de gebruikelijke wijze berekende sterkte overtreft door de momentverdelende werking. Tenslotte is aan de hand van een tweetal platen met gecompliceerde randvoorwaarden bestudeerd in hoeverre de breuklijnentheorie van Johansen met het experiment overeenkomt.

Inleiding

Bij het ontwerpen en berekenen van een bouwwerk zal men eerst trachten dit door een doelmatige schematisering te vereenvoudigen. Het vaststellen van het schema dient zodanig te zijn dat een compromis wordt gevonden tussen de werkelijkheid en de ter beschikking staande rekenmethoden. Met behulp van de toegepaste mechanica volgt dan de berekening, waarbij als resultaat een zodanige krachtsverdeling dient op te treden, dat de constructie

voldoende sterkte en stijfheid bezit, terwijl in bijzondere gevallen nog met andere criteria rekening dient te worden gehouden, zoals b.v. bij beton: waterdichtheid, scheurvorming e.d.

In deze berekeningen worden bijna zonder uitzonderingen aannamen gedaan; naarmate de constructie een ingewikkelder karakter draagt, wordt het aantal aannamen meestal groter, soms zelfs schrikbarend groot. Het lijdt geen twijfel of menig constructeur zal zich wel eens afgevraagd hebben, wat er uiteindelijk nog van zijn berekening klopt. De gedachte, dat er met de gebruikelijke rekenmethoden constructies kunnen worden gebouwd, waarbij slechts bij hoge uitzondering calamiteiten voorkomen, is er de oorzaak van dat velen zich bij de huidige gang van zaken neerleggen. Men beroept zich dus op de jarenlange ervaring. Of de economie en de veiligheid hiermede gebaat zijn, is een tweede.

De ruggesteun van een gedegen ervaring mist men echter bij de nieuwe constructiemethoden. Hierbij beschikt men in sommige gevallen nog niet over een enigszins betrouwbare rekenmethode. Zelfs de richting, waarin de berekening moet worden geleid is vaak nog onbekend; veelal weet men n.l. nog niet eens hoe een constructie bezwijkt.

Is bij de gebruikelijke constructies aanvulling door het experiment gewenst, bij de nieuwe constructiemethoden is men veelal op het experiment aangewezen. Afhankelijk van het doel, dat men met het experiment wenst te bereiken, kunnen o.a. de volgende wegen worden gevolgd.

- A. Om het ontwerp te controleren zou men bij wijze van proef een soortgelijke constructie kunnen bouwen om deze vervolgens aan een proefbelasting te onderwerpen. De belasting zou zo veel mogelijk overeenkomstig de werkelijkheid moeten worden aangebracht, en geleidelijk tot breuk moeten worden opgevoerd. Het gedrag van de constructie zou vervolgens door metingen en nauwkeurige observatie moeten worden bestudeerd. Het behoeft geen betoog, dat het vooral bij grote constructies om economische (mogelijk ook technische) redenen niet mogelijk is het experiment op een dergelijke wijze uit te voeren; hier komt nog bij dat de conclusies dan nog steeds betrekking hebben op één proef, zodat feitelijk een aantal soortgelijke constructies aan een proefbelasting zou moeten worden onderworpen. Indien men niet, of over een niet voldoende betrouwbare berekeningswijze beschikt, geldt het experiment bovendien slechts voor één bepaald ontwerp. Kleine veranderingen in de afmetingen zouden een nieuwe proef vereisen. Genoemde werkwijze wordt daarom in hoofdzaak met succes gevolgd bij kleinere, eenvoudige constructies (b.v. liggers), als ook voor constructiedetails.
- B. Om door middel van een minder kostbaar experiment enige gegevens over de constructie te verkrijgen, wordt de werkelijke constructie niet tot breuk, maar tot de toelaatbare belasting of een bepaald percentage hierboven belast. Door metingen en observatie kan het gedrag van de con-

structie bij deze belasting worden bestudeerd, wat soms belangwekkende resultaten op kan leveren. Door extrapolatie tracht men vervolgens veelal een indruk te verkrijgen van het belangrijkste criterium, het bezwijken. Het is duidelijk, dat een dergelijke extrapolatie meestal zeer moeilijk is en bovendien gevaarlijk kan zijn. Een dergelijk experiment vindt vaak toepassing bij bestaande constructies, waarbij de belasting is veranderd, waaraan verbouwingen zijn verricht, of waarin beschadigingen e.d. zijn opgetreden.

Zoals uit het bovenstaande blijkt, zijn aan beide methoden bezwaren verbonden. Vooral indien men nog geen duidelijk inzicht heeft in het gedrag van de constructie, waardoor men niet in staat is een betrouwbare berekeningswijze op te stellen, zullen een groot aantal proeven noodzakelijk zijn, waardoor men tot een min of meer uitgebreid onderzoekprogramma komt. Zoals reeds vermeld, is dit programma slechts te verwezenlijken bij betrekkelijk kleine en eenvoudige constructies.

Om aan genoemde bezwaren enigszins tegemoet te komen, kan in vele gevallen gebruik gemaakt worden van *modellen op verkleinde schaal*. Deze bieden het voordeel, dat ze meestal eenvoudig zijn te vervaardigen, terwijl de prijs in verhouding gering is, waardoor meestal meer dan één exemplaar kan worden vervaardigd. Bovendien kunnen door de kleinere belastingen de modellen met eenvoudige hulpmiddelen worden belast, zoals gewichten, waterbelastingen, hefboomsystemen e.d. Ook de benodigde ruimte is gering. Zoals later zal worden aangetoond, blijkt het ook mogelijk door een juiste keuze van het materiaal een bepaald verschijnsel sterk naar voren te laten komen. Uiteraard zijn aan de proeven met modellen ook bezwaren verbonden. Wanneer een constructie wordt verkleind, zal het in vele gevallen onmogelijk zijn de constructie tot in alle details gelijkvormig aan de werkelijke constructie te vervaardigen. Sommige details zijn onbelangrijk en kunnen worden weggelaten, terwijl andere details de resultaten weer sterk beïnvloeden. Het is een kwestie van inzicht hoe ver men in dezen moet gaan. Vaak is het door de geringere afmetingen moeilijker aan een model te meten dan aan een werkelijke constructie.

De aard van het modelonderzoek zal uiteraard sterk afhankelijk zijn van het doel, dat men hiermede wenst te bereiken. Zo kan men b.v. met voordeel gebruik maken van het modelonderzoek, *indien de berekening zeer ingewikkeld of omslachtig is, of indien het probleem theoretisch niet toegankelijk is*. Gedacht is hierbij o.a. aan het foto-elastisch onderzoek, de moirémethode, de methode van Beggs, alsmede diverse analogieën zoals de oplossing van de spanningsfunctie van Airy met behulp van de plaat-analogie of het wringingsprobleem door de zeepvlies-analogie. Ook mechanische en elektrische vormveranderingsmetingen aan modellen kunnen tot deze categorie gerekend worden.

Vele van de genoemde methoden kunnen ook gebruikt worden indien men

een theorie wenst te verifiëren. Hiertoe kan men van de constructie een model vervaardigen, waarbij, zowel wat materiaal als vorm betreft, zoveel mogelijk aan de praemissen van de berekening is voldaan. Door het model te belasten en daarbij metingen te verrichten kan de theorie getoetst worden. Op deze wijze is bij T.N.O. aan de hand van modellen van staal (elastisch, homogeen, isotroop materiaal, dat voldoet aan de wet van Hooke) o.a. een onderzoek verricht naar de spanningsverdeling bij een paddestoelvloer en een schaaldak alsmede naar de invloed van puntlasten op platen. Deze laatste methode moet echter uitsluitend beschouwd worden als een tussenphase. Wordt d.m.v. het model aangetoond, dat de theorie in principe juist is, dan volgt het tweede gedeelte van het onderzoek n.l. het geschikt maken van de theorie voor de berekening van de werkelijke constructie, dus met de juiste vormgeving en het juiste materiaal. Deze berekening zou weer aan het experiment getoetst moeten worden.

Ook om een theorie te vinden is het modelonderzoek een dankbaar hulpmiddel. Geven de proeven soms geen kwantitatief resultaat, zij dragen er veelal in belangrijke mate toe bij het inzicht te vergroten.

Tenslotte zij nog vermeld dat het modelonderzoek vele mogelijkheden biedt bij het onderzoek van die constructies, die niet op ware grootte beproefd kunnen worden. Vaak is het de enige uitvoerbare methode om iets over een constructie te weten te komen. Het verdient aanbeveling in deze gevallen de modellen van hetzelfde materiaal te vervaardigen als in de werkelijkheid.

Modelregels

Alvorens enige voorbeelden van het modelonderzoek te beschrijven, zullen eerst enkele beschouwingen aan de modelregels worden gewijd. Een onderzoek aan modellen is immers zinloos, indien niet bekend is hoe de gegevens, verkregen aan een model, op de werkelijke constructie dienen te worden overgedragen. Stel dat een geheel gelijkvormig model van een constructie wordt vervaardigd, zodanig dat het model $1/\mu$ van de werkelijkheid bedraagt. Zijn de lengtematen in de werkelijkheid $[L]$, dan bedragen deze bij het model $[L]/\mu$. Is het oppervlak in werkelijkheid $F = [L]^2$, dan wordt dit bij het model $[L]^2/\mu^2$. Voor de inhoud $I = [L]^3$ in de werkelijkheid, wordt bij het model $[L]^3/\mu^3$ gevonden.

De grootte van de belasting kan nu zodanig worden aangenomen, dat bij gebruik van hetzelfde materiaal als in de werkelijkheid, hierin ook dezelfde spanningen optreden. Op deze wijze zal het model zich geheel overeenkomstig de werkelijkheid gedragen, waarbij breuk, vloeiverschijnselen e.d. op de juiste wijze worden gereproduceerd. Indien bij een constructie-element onder een normaalspanning σ , de werkelijke uitwendige belasting P_w is, dan volgt de grootte van de modelbelasting P_m uit¹⁾

¹⁾ In het volgende zullen steeds de indices w voor de werkelijke grootte en m voor de modelgrootte worden aangehouden.

$$\sigma = \frac{P_w}{F} = \frac{P_w}{[L]^2} = \frac{P_m}{[L]^2/\mu^2}$$

$$\text{Hieruit volgt: } P_m = \frac{P_w}{\mu^2} \dots \dots \dots (1)$$

(Opmerking: Tot hetzelfde resultaat zou men ook gekomen zijn, indien men was uitgegaan van de formule voor buiging $\sigma = M/W$, of van de formule voor afschuiving $\tau = D/bh$.

Voor het eigen gewicht en hydrostatische belastingen blijkt formule (1) echter niet dezelfde spanningen als in de werkelijkheid te geven. Het eigen gewicht Q is evenredig met het volume: $Q_w = \gamma \cdot [L]^3$, waarin γ het soortelijk gewicht is. Voor het model wordt dit $Q_m = \gamma [L]^3/\mu^3$, zodat

$$Q_m = \frac{Q_w}{\mu^3} \dots \dots \dots (2)$$

Uit (1) en (2) volgt, dat het eigen gewicht $1/\mu$ maal zo kleine spanningen geeft als in de werkelijkheid. Om tot de juiste spanningen te komen, moeten gewichten zodanig over het model verdeeld worden dat de totale belasting (eigen gewicht + gewichten) μ maal het eigen gewicht wordt. De gewichten moeten dus een grootte hebben van $(\mu - 1)Q_m$.

Uit het bovenstaande moge blijken dat ook bij een hydrostatische druk (waarbij dus ook de vloeistof bij het model gelijk is aan de werkelijke vloeistof) de spanningen $1/\mu$ maal de in werkelijkheid optredende spanningen zijn. Het is in dit geval het eenvoudigste de gehele vloeistofbelasting achterwege te laten en krachten aan te brengen ter grootte van μ maal de bij het model gedachte vloeistofbelasting. Eenzelfde resultaat kan worden gevonden door een vloeistof te nemen met een s.g. gelijk aan $\mu \cdot \gamma$. Deze laatste oplossing stuit echter op praktische bezwaren, daar feitelijk alleen het zeer dure kwik in aanmerking komt.

Indien de opbouw van de formule, die het probleem beheerst, bekend is, heeft men, zoals hieronder door een meer algemene afleiding zal worden aangetoond, meer vrijheid in de keuze van het materiaal en de afmetingen. Het is duidelijk, dat het niet nodig is over de exacte formule te beschikken, daar het dan in vele gevallen geen zin had de modelproeven uit te voeren.

Stel dat bij een constructie, van een materiaal dat voldoet aan de wet van Hooke, de volgende grootheden een rol spelen:

$$\sigma, x, y, z, E, \nu, [L], [L_1], [L_2] \dots \dots P, P_1, P_2 \dots \dots \dots (3)$$

Hierin is σ een bepaalde spanning in een punt, bepaald door de coördinaten x, y en z ; E is de elasticiteitsmodulus, ν de dwarscontractiecoëfficiënt, terwijl $[L], [L_1], [L_2] \dots$ de afmetingen en $P, P_1, P_2 \dots$ de belastingen voorstellen.

Uit de grootheden, als aangegeven in (3) kunnen nu een aantal dimensieloze groepen¹⁾ gevormd worden, zoals

$$\frac{\sigma [L]^2}{P}, \frac{x}{[L]}, \frac{y}{[L]}, \frac{z}{[L]}, \frac{P}{E[L]^2}, \nu, \frac{[L_1]}{[L]}, \frac{[L_2]}{[L]} \dots \frac{P_1}{P}, \frac{P_2}{P} \dots$$

Elke willekeurige formule kunnen we ons nu opgebouwd denken uit deze dimensieloze groepen. Nemen we als eenvoudig voorbeeld de formule $\sigma = M/W$. We kunnen hiervoor schrijven:

$$\sigma = \frac{P \cdot [L]}{\frac{1}{6} [L_1] [L_2]^2} = \frac{P}{\frac{1}{6} \left(\frac{[L_1]}{[L]}\right) \cdot \left(\frac{[L_2]^2}{[L]^2}\right) \cdot [L]^2}$$

of in dimensieloze groepen:

$$\frac{\sigma [L]^2}{P} = \frac{6}{\frac{[L_1]}{[L]} \cdot \left(\frac{[L_2]^2}{[L]^2}\right)}$$

In de meest algemene vorm geldt voor de spanning dan de volgende vergelijking:

$$\frac{\sigma [L]^2}{P} = f_1 \left(\frac{x}{[L]}, \frac{y}{[L]}, \frac{z}{[L]}, \frac{P}{E[L]^2}, \nu, \frac{[L_1]}{[L]}, \frac{[L_2]}{[L]} \dots \frac{P_1}{P}, \frac{P_2}{P} \dots \right) \dots (4)$$

Zijn de numerieke waarden van de dimensieloze groepen in het rechterlid dezelfde voor het model als voor de werkelijkheid, dan zal ook de waarde van het linkerlid voor model en werkelijkheid dezelfde zijn. Moet de numerieke waarde van het linkerlid van vergelijking (4) voor model en werkelijkheid dezelfde zijn, dan is hiervoor dus nodig dat de numerieke waarden van de dimensieloze groepen in het rechterlid voor model en werkelijkheid gelijk zijn. Stelt men dat het model $1/\mu$ van de werkelijkheid is, dan is dus een van de voorwaarden hiertoe:

$$\frac{P_w}{E_w [L]^2} = \frac{P_m}{E_m [L]^2 / \mu^2} \dots \dots \dots (5a)$$

$$\text{of } \frac{P_m}{P_w} = \frac{E_m}{E_w} \cdot \frac{1}{\mu^2} \dots \dots \dots (5b)$$

¹⁾ Volgens Buckingham, E., On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations. Phys. Rev., Series 2 vol. 4 (1914) p. 345—376 en:

Model Experiments and the Form of Empirical Equations. Transactions ASTM, Vol 37 (1915) p. 263—296.

Bridgman, P. W., Dimensional Analysis, Yale Univ. Press 1931, kunnen een aantal dimensieloze groepen worden samengesteld, gelijk aan het aantal symbolen n , verminderd met de basisgrootheden, te weten in dit geval lengte en kracht, zodat in bovenstaand geval ($n-2$) van elkaar onafhankelijke groepen kunnen worden gevormd.

Neemt men voor het model hetzelfde materiaal als in de werkelijkheid, dan gaat (5) over in (1). Uiteraard kunnen ook twee verschillende materialen worden toegepast. Omdat alle dimensieloze groepen verder gelijk dienen te blijven, dient de coefficient ν echter voor beide materialen gelijk te zijn, tenzij men zeker weet dat deze factor niet belangrijk is.

Houdt men alle dimensieloze groepen in het rechterlid van (4) gelijk, dan geldt:

$$\frac{\sigma_w [L]^2}{P_w} = \frac{\sigma_m [L]^2 / \mu^2}{P_m} \text{ of } \frac{\sigma_m}{\sigma_w} = \frac{P_m}{P_w} \cdot \mu^2 \dots \dots (6)$$

Betrekken we hierbij de voorwaarde (5b) dan geldt dus ook

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_w} = \frac{E_m}{E_w} \dots \dots \dots (7)$$

Op dezelfde wijze als hier voor de spanning σ is geschied, kunnen voor andere afhankelijke grootheden soortgelijke betrekkingen worden afgeleid. Voor een verplaatsingsgrootte u geldt dan, indien weer de dimensieloze coëfficiënten uit het rechterlid van (4) voor model en werkelijkheid dezelfde zijn:

$$\frac{u_w}{[L]} = \frac{u_m}{[L] / \mu} \text{ of: } u_m = \frac{u_w}{\mu} \dots \dots \dots (8)$$

De vgl. (4) t/m (8) gelden ook voor stabiliteitsverschijnselen, mits de elasticiteitsgrens niet wordt overschreden. Treden daarentegen plastische verschijnselen op, dan is men genoodzaakt om — zoals reeds is opgemerkt — voor het model hetzelfde materiaal aan te houden als van de werkelijke constructie.

Voor die gevallen, waarbij de spanning lineair afhankelijk is van de kracht (wat bij het merendeel der constructies het geval is), is de term $\sigma[L]^2/P$ in vgl. (4) een constante bij variabele belasting P . De onafhankelijk veranderlijke $P/E[L]^2$ uit het rechterlid van vgl. (4) kan in dit geval dus geen invloed hebben op de spanning. De spanning is dus onafhankelijk van de elasticiteitsmodulus en het model kan in dit geval van elk elastisch materiaal worden vervaardigd, zolang ν geen belangrijke rol speelt.

In sommige gevallen kunnen ook de afmetingen van het model afwijkend van de werkelijke constructie worden aangehouden. Dit geval doet zich b.v. voor bij stijlen en regels van raamwerken. Indien men b.v. zeker weet dat hiervan het traagheidsmoment I en het oppervlak F voor deze constructie bepalend zijn, is men vrij de doorsnede-afmetingen of eventueel de vorm te veranderen, mits I en F gelijk blijven. (Een dergelijk geval kan zich b.v. voordoen, indien het een belangrijke kosten- en werkbesparing geeft, gebruik te maken van de afmetingen van het in de handel verkrijgbare modelmateriaal.)

In vele gevallen zal het modelonderzoek een zodanige apparatuur vereisen, dat beproeving slechts plaats kan vinden in een daartoe ingericht laboratorium. In bepaalde gevallen zal men echter aan de hand van zeer eenvoudige modellen reeds belangrijke conclusies kunnen trekken. De vervaardiging en de

beproeving van het model zijn hierbij soms zo gemakkelijk en goedkoop, dat ook de constructeur van enkele van deze methoden gebruik kan maken. In het volgende zullen als voorbeeld enige modelproeven worden beschreven.

Proeven met karton als modelmateriaal

Voor eenvoudige proeven blijkt karton vaak een goed te gebruiken en goedkoop modelmateriaal te zijn. Het verband tussen spanning en vervorming blijkt in het toepassingsgebied behoorlijk lineair te zijn, terwijl de sterkte in verhouding hoog is. Bovendien is het materiaal zeer gemakkelijk te bewerken. We beschikken dus over een vrij slap, elastisch materiaal met grote sterkte, waardoor het zich in het bijzonder leent voor het onderzoek van die gevallen waarbij de bestudering van de vervormingen van belang is.

Het eerste voorbeeld betreft een gelijkmatig belaste boogconstructie op twee scharnieren, waarbij men een indruk wilde verkrijgen over de invloed van plaatselijke verzwakkingen op de kniklast. Hierbij werd nagegaan:

- 1e. op welke plaats heeft een verzwakking de grootste invloed op de kniklast;
- 2e. welk verband bestaat er tussen de grootte van de verzwakking op een bepaalde plaats en de kniklast.

Voor dit onderzoek werd een model vervaardigd als aangegeven in fig. 1. De gelijkmatige belasting werd vervangen door een achttal puntlasten, welke door middel van een aantal hefboomen werd teruggebracht tot één kracht (zie fig. 2). Om na te gaan in hoeverre de uitkomsten van de modelproef met

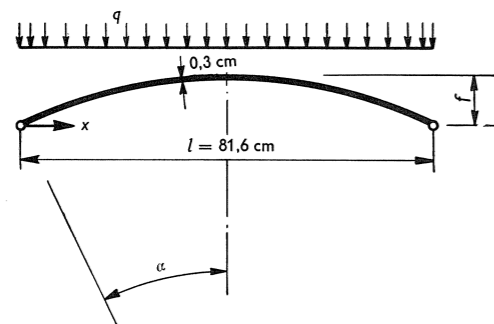


Fig. 1. Overzicht van de boogconstructie
Buiingsstijfheid $EI = 731 \text{ kgcm}^2$
Breedte $b = 10 \text{ cm}$

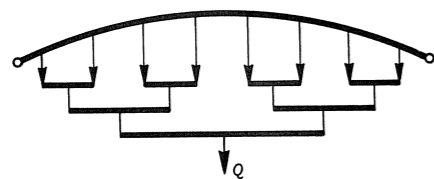


Fig. 2. Wijze van belasten

die van de theorie overeen zouden komen, werd begonnen om bij de onverzwakte boog de kniklast zowel langs theoretische weg als door middel van het experiment te bepalen als functie van de verhouding overspanning : pijlhoogte = l/f . De kritieke belasting is theoretisch te bepalen uit de formule:

$$Q = ql = \frac{EI \cdot l}{R^3} \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right)^{1/2}$$

De notaties zijn aangegeven in fig. 1 en 2.

¹⁾ Zie b.v. Timoshenko, S., Theory of elastic stability. McGraw Hill, New York. 1936.

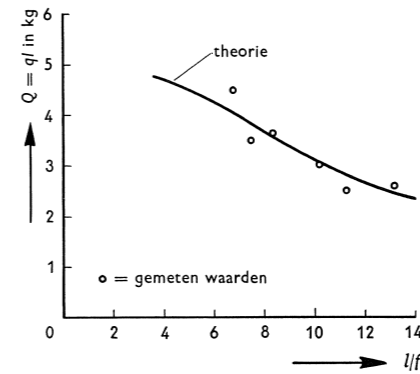


Fig. 3. Verband tussen de verhouding l/f en de knikbelasting Q volgens theorie en experiment.

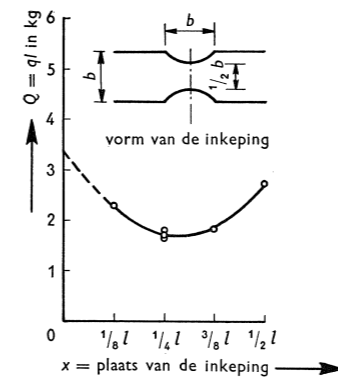


Fig. 4. Invloed van de plaats van de verzwakking ter grootte van $1/2 EI$ op de knikbelasting Q bij een boog met een verhouding $l/f \approx 9$.

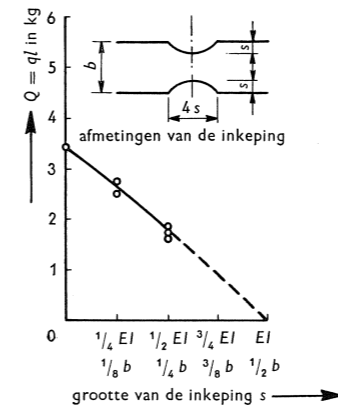


Fig. 5. Invloed van de grootte van de inkeping s op de knikbelasting Q bij een boog met verhouding $l/f \approx 9$. Inkeping aangebracht op $1/4$ van de overspanning.

Deze formule is afgeleid voor een radiaal gerichte belasting in afwijking van de belasting bij het model, die verticaal gericht is. Verwacht mocht echter worden, dat de invloed van dit verschil in de wijze van belasten slechts geringe invloed zou hebben ¹⁾.

In fig. 3 zijn de kniklasten, bepaald uit berekening en experiment, als functie van l/f uitgezet. Uit deze figuur blijkt dat een goede overeenstemming tussen theorie en proef aanwezig is. Bij alle proeven knikte de boog uit volgens een volledige sinusoidale ($0 - 2\pi$), waarbij de nulpunten ter plaatse van de top en de beide opleggingen waren gelegen. Deze goede overeenstemming tussen theorie en experiment gaf vertrouwen in de uitkomsten van wat als het eigenlijke onderzoek kon worden aangemerkt.

Teneinde de invloed van de plaats van eventuele verzwakkingen op de kniklast na te gaan, werden bij enkele bogen met $l/f \approx 9$ op verschillende plaatsen inkepingen aangebracht ter grootte van de halve boogbreedte ($1/2 EI$). In fig. 4 zijn de resultaten aangegeven. Een verzwakking op $1/4$ van de overspanning blijkt de grootste invloed op de kniklast uit te oefenen. Alle bogen knikten weer uit volgens een volledige sinuslijn. Dat een verzwakking op $1/4 l$ de grootste invloed op de kniklast uitoefent, is daarom plausibel. Vervolgens werd nagegaan, welk verband aanwezig was tussen de knikbelasting Q en een verzwakking van verschillende grootte, aangebracht op $1/4 l$ van de overspanning. In fig. 5 zijn de resultaten weer gegeven. De kniklast neemt in dit geval dus vrijwel lineair af met de grootte van de plaatselijke inkeping. Het behoeft geen betoog dat bij een werkelijke constructie uitsparingen in de vorm van daklichten e.d. op deze plaats eenzelfde invloed kunnen uitoefenen.

¹⁾ Zie ook: I.B.C. - Mededelingen 3 (1955) No. 3 p 102 e.v.

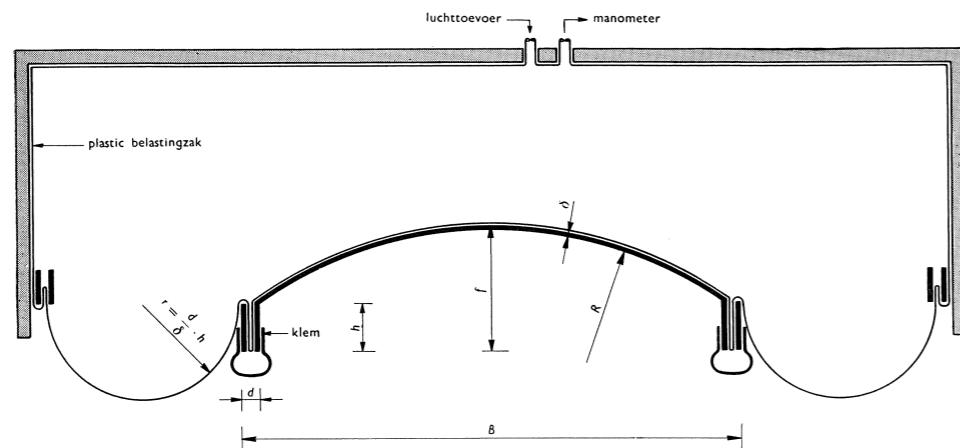


Fig. 6 Dwarsdoorsnede over het schaalmodel met de wijze van belasten.

Een tweede voorbeeld betreft het onderzoek naar de knik van schalen. Vooral de laatste tijd met de steeds grotere schaalafmetingen komt dit probleem meer en meer op de voorgrond te staan. Wanneer men theoretisch de kniklast tracht te bepalen, beschouwt men de schaal als een deel van een cylinder, welke onder radiale, tangentiale en axiale belasting staat en waardoor het probleem tenminste toegankelijk wordt. Deze theoretische knikbelasting blijkt echter in vele gevallen aanzienlijk hoger te zijn dan de werkelijk optredende kniklast. Teneinde het inzicht in dit probleem te vergroten en de invloed van verschillende grootheden na te gaan (afmetingen, openingshoek e.d.) is weer gebruik gemaakt van kartonnen modellen. De belasting is aangebracht met behulp van een plastic luchtzak, zoals in fig. 6 voor een tonschaal schematisch is weergegeven. Op het schaaldak is de belasting radiaal gericht. Door het plastic tussen schaal en omhullend raamwerk wordt op het randlid een verticale belasting uitgeoefend, die dus in de plaats van het eigen gewicht hier-

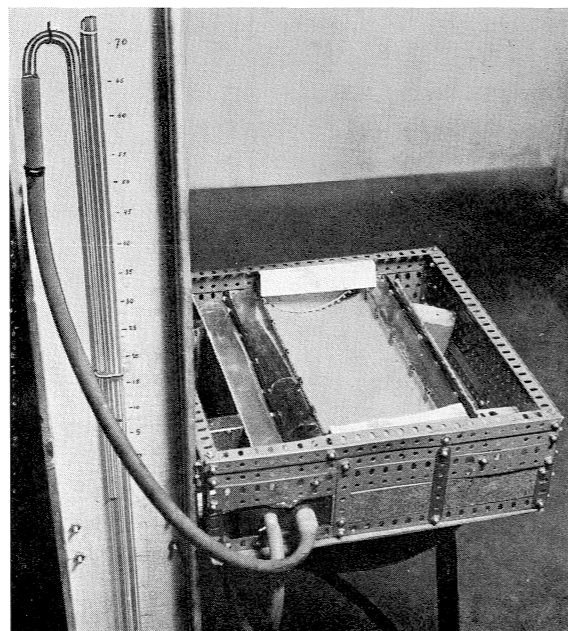


Fig. 7. De proefopstelling.

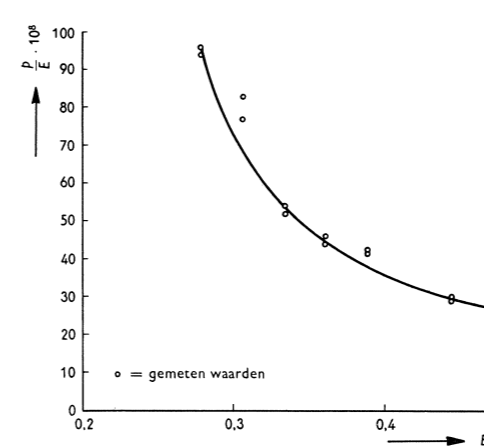


Fig. 8. Invloed van de breedte van de schaal bij overigens ongewijzigde afmetingen (uiteraard behoudens R) op de grootte van de kniklast p (kg/cm^2). Gemiddeld $E_{\text{karton}} = 525 \cdot 10^2 \text{ kg/cm}^2$. Bij een verhouding model: werkelijkheid = 1:130 zouden de werkelijke afmetingen bedragen:
 Lengte L : 36 m
 Breedte B resp.: 10-11-12-13-14-16 m
 Dikte d : 0,07 m
 Pijl f : 4 m
 Hoogte randleden h : 2 m

van kon treden. Door de afstand tot het raamwerk te bepalen, heeft men de relatieve grootte hiervan in de hand. In fig. 7 is de proefopstelling afgebeeld. Van een serie tonschalen werd slechts de breedte gevarieerd en werden de afmetingen als lengte, schaaldikte, pijlhoogte en hoogte en dikte van de randleden hetzelfde gehouden. Bij een kleinere breedte bezit de schaal dus een grotere kromming, terwijl bij grotere breedte de schaal relatief vlakker wordt. In fig. 8 is voor deze serie tonschalen de knikbelasting p [kg/cm^2] weergegeven als functie van de verhouding $B/L =$ breedte van de schaal : lengte van de schaal. In feite is weergegeven de dimensieloze coëfficiënt p/E . Uit deze figuur blijkt duidelijk dat in het onderhavige geval bij een betrekkelijk geringe toename van de breedte B van 10 m tot 16 m de kniklast tot op $1/3$ afneemt.

Proeven met mortel als modelmateriaal

Zoals hierboven reeds is vermeld, kan door gebruik te maken van hetzelfde materiaal voor model en werkelijke constructie ook bij niet-elastische, isotrope en homogene materialen met een kromlijng $\sigma - \epsilon$ diagram, worden bereikt, dat de spanningsverdeling en de grootte van de spanningen voor model en werkelijkheid identiek zijn. Een voorwaarde hierbij is, dat het materiaal een zodanige structuur bezit, dat verkleining van de constructie geen invloed uitoefent op de materiaalgegevens. Zo zal bij amorfe materialen of materialen opgebouwd uit een zeer fijn kristalrooster verkleining van de constructie tot op een bepaalde schaal in de meeste gevallen zonder bezwaar mogelijk zijn. Moeilijker wordt het echter bij beton, waarvan de toepassing voor modellen zonder meer niet mogelijk is. Een grindkorrel van 3 cm zou immers bij een model op schaal 1 : 10 een kei voorstellen van 30 cm.

Bij de hieronder beschreven voorbeelden is er daarom toe overgegaan ook de gradering overeenkomstig de werkelijkheid te verkleinen. Aangezien de

modellen meestal worden vervaardigd op schaal 1 : 10 of 1 : 20 is in plaats van grind, grof zand toegepast met een maximum korrel-diameter van ca 2 mm, terwijl voor de andere korrel-diameters is gebruik gemaakt van diverse fracties

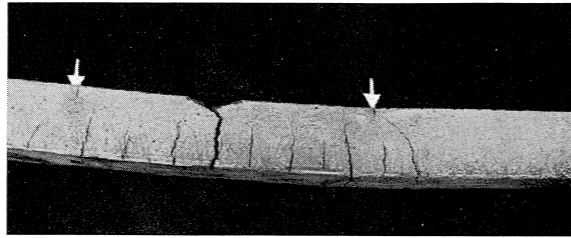


Fig. 9. Scheurenbeeld bij een modelbalkje.

Ook voor het cement is een cementsoort toegepast met grote maalfijnheid. Modellen uit een dergelijke mortel vervaardigd, blijken zich vrijwel geheel overeenkomstig de werkelijke constructie te gedragen. Uiteraard zal het niet mogelijk zijn het materiaal beton zodanig te verkleinen, dat dit zich *in alle opzichten* overeenkomstig het werkelijke beton gedraagt. Mogelijk zal b.v. de krimp zich bij de modellen anders uiten dan in de werkeheid in verband met het kleinere volume van de modellen. Ook het maken van verschillende „betonkwaliteiten” voor het model is allerminst eenvoudig. In vele gevallen zal men echter door het verrichten van vergelijkingsproeven met een bepaalde mortelkwaliteit toch belangwekkende gegevens kunnen verkrijgen. Voor het wapeningsstaal, benodigd bij constructies van gewapend beton, is uitgegloeid draad gebruikt, dat in de handel verkrijgbaar is. Het $\sigma - \epsilon$ diagram van het staaldraad is vrijwel gelijk aan dat van normaal betonstaal.

Als eerste voorbeeld zullen worden besproken enige inleidende proefjes ter bepaling van de scheurafstand bij gewapend betonbalken met rechthoekige doorsnede. Hiertoe zijn twee series balkjes vervaardigd met verschillende hoogte-afmetingen en een wapeningspercentage van 0,7 — 1,0 %. In serie A werden twee staven aangebracht met een maximale dekking (afstand tussen buitenzijde staaf tot hoek balk) van ca. 6 mm. Bij serie B werd slechts één staaf toegepast met een dekking van ca. 10 mm. Er werden geen opgebogen staven of beugels gebruikt. De beproeving vond plaats door middel van een vierpuntsbuigproef. In fig. 9 is het scheurenbeeld van één der balkjes gegeven. In fig. 10 zijn de gemiddelde scheurafstanden

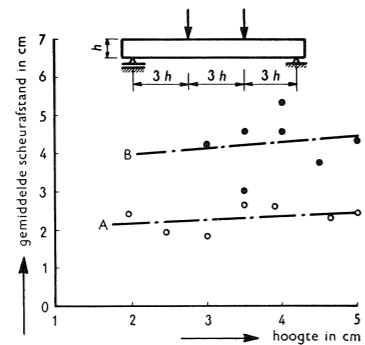


Fig. 10. Invloed van de dekking c.q. verdeling van de wapening op de gemiddelde scheurafstand voor verschillende balkhoogten.
Serie A : wapening: 2 staven; dekking ca 6 mm.
Serie B : wapening: 1 staaf; dekking ca 10 mm.

over het gebied van het constante moment voor beide series als functie van de balkhoogte uitgezet. Uit deze voorlopige gegevens blijkt, dat ondanks een vrij grote spreiding, de scheurafstand in belangrijke mate van de dekking c.q. de verdeling der staven afhankelijk is, terwijl de invloed van de hoogte zeer gering is. Mede op grond van andere proeven blijkt, dat een grotere dekking grotere scheurafstanden en dus grotere scheuren tot gevolg kan hebben. Door een juiste keuze van de dekking en een goede verdeling van de wapeningsstaven bestaat dus de mogelijkheid om de grootte van de scheuren in gunstige zin te beïnvloeden.

Het tweede voorbeeld betreft een ligger op drie steunpunten, belast op de wijze als aangegeven in fig. 11a, waarbij $a_{1,2} \approx 1/6 l$. In fig. 12 is de wapening aangegeven. De belasting van de ligger is dusdanig, dat deze boven de toelaatbare belasting, bepaald door het bereiken van de toelaatbare spanningen boven het middensteunpunt, is gelegen. De vraag rijst nu of deze hogere belasting toelaatbaar geacht mag worden, mede gezien de momentverdelende werking, welke hier theoretisch vrij aanzienlijk is.

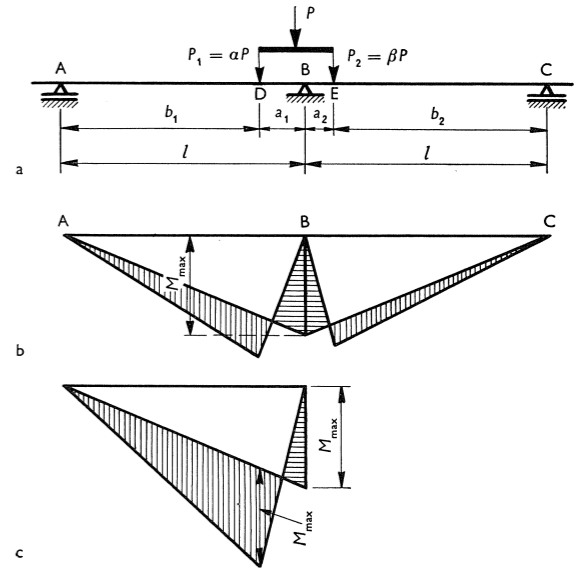


Fig. 11. Wijze van belasten en momentenverloop.

Immers de balkafmetingen en de hoeveelheid wapening zijn voor de doorsneden B, D en E gelijk, terwijl de op de gebruikelijke wijze bepaalde momenten onder de puntlasten aanzienlijk kleiner blijken te zijn dan bij het middensteunpunt. De invloed van de momentverdelende werking moge uit het volgende blijken.

Treedt ter plaatse van het middensteunpunt B het maximale moment M_{max} op, dat de doorsnede kan weerstaan, dan kan de grootte van de last P uit de „gaapvergelijking” voor het middensteunpunt worden afgeleid:

$$a P b_1 (l^2 - b_1^2) + \beta P b_2 (l^2 - b_2^2) = 4 M_{max} l^2$$

$$P = \frac{4 M_{max} l^2}{a b_1 (l^2 - b_1^2) + \beta b_2 (l^2 - b_2^2)} \dots \dots \dots (9)$$

De momentenverdeling voor dit geval is als aangegeven in fig. 11b. Wordt de belasting nog verder opgevoerd, dan zal het moment onder de puntlasten nog verder toenemen tot onder een der lasten M_{max} is bereikt, terwijl boven

het steunpunt het moment gelijk aan M_{\max} zal blijven. Bij symmetrische gevallen is het theoretisch mogelijk dat M_{\max} onder beide lasten tegelijk wordt bereikt. In het eerste belastingsgeval, waarbij $a_1 > a_2$ terwijl $\alpha \approx \beta$ zal M_{\max} optreden aan de zijde van P_1 . Fig. 11c geeft de momentenverdeling.

De grootte van de belasting \bar{P} , waarbij in D ook het maximale moment M_{\max} wordt bereikt, volgt uit:

$$M_D = -\frac{b_1}{l} M_B + \frac{\bar{P}_1 a_1 b_1}{l}$$

waaruit voor $M_D = M_B = M_{\max}$ volgt:

$$\bar{P}_1 = \alpha \bar{P} = M_{\max} \left(1 + \frac{l}{b_1}\right) a_1$$

of

$$\bar{P} = \frac{M_{\max} \left(1 + \frac{l}{b_1}\right)}{\alpha a_1} \dots \dots \dots (10)$$

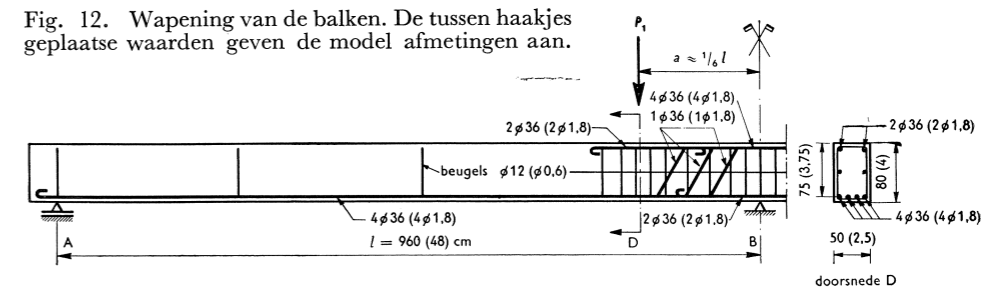
De verhouding \bar{P}/P is de factor, die aangeeft in hoeverre de belasting kan toenemen totdat de uiterste draagkracht van de constructie bereikt wordt. In onderstaande tabel is deze factor voor de twee onderzochte gevallen bepaald.

Tabel I

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Geval	a_1/l	a_2/l	b_1/l	b_2/l	α	β	P vgl. (9)	\bar{P} vgl. (10)	\bar{P}/P
I	0,187	0,156	0,813	0,844	0,485	0,515	$15,5 \frac{M_{\max}}{l}$	$24,6 \frac{M_{\max}}{l}$	1,59
II	0,167	0,167	0,833	0,833	0,500	0,500	15,7 „	26,4 „	1,68

Uit de tabel blijkt, dat de extra reserve in deze balk dus aanzienlijk is. Een voorwaarde is echter dat M_{\max} ter plaatse van de puntlast de gelegenheid krijgt zich te ontwikkelen door voldoende plastische vervormingen van het beton en het staal ter plaatse van het middensteunpunt. De tweede vraag is of de balk voldoende bestand is tegen dwarskracht, die in dit gekozen geval tussen de lasten en het middensteunpunt vrij aanzienlijk is. Teneinde deze punten te onderzoeken, alsmede het gedrag van de balk te bestuderen, zijn een drietal modellen vervaardigd op schaal 1 : 20. In fig. 12 zijn tevens de modelafmetingen aangegeven; fig. 13 is een foto van het op schaal verkleinde wapeningsnet. Ter vereenvoudiging van het model is een deel van de bebugeling over de delen b_1 en b_2 weggelaten.

Fig. 12. Wapening van de balken. De tussen haakjes geplaatse waarden geven de model afmetingen aan.



Van deze drie proefbalkjes werd er één belast volgens geval I uit tabel I, terwijl twee balkjes volgens geval II werden beproefd. Teneinde M_{\max} aan de hand van een experiment te kunnen bepalen, werden na de proef de vrijwel onbeschadigde uiteinden AD en EC van de balkjes zowel aan een driepunts- als aan een vierpuntsbuigproef onderworpen. De hierbij gevonden waarden bleken weinig uiteen te liggen. Bij een moment van gemiddeld 850 kgcm bleek de wapening te gaan vloeien, terwijl bij een moment van gemiddeld 1020 kgcm

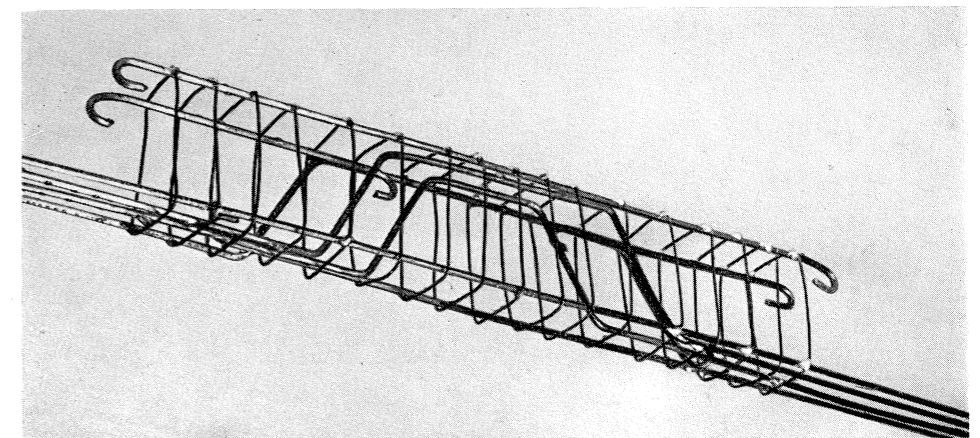


Fig. 13. Wapening van de modelbalken.

bezwijken optrad (M_{\max}). Het staal blijkt bij breuk dus in het verstevigingsgebied te zijn gekomen. Het theoretisch bepaalde vloeimoment blijkt redelijk met het gemeten moment te kloppen. Voor een gemiddelde staafdoorsnede van $2,62 \text{ mm}^2$, een vloeispanning van 22 kg/mm^2 en een geschatte inwendige hefboomsarm van $3,5 \text{ cm}$ is $M_{\text{vloei}} = 4 \cdot 2,62 \cdot 22 \cdot 3,5 = 810 \text{ kgcm}$. Met behulp van de experimenteel gevonden waarde $M_{\max} = 1020 \text{ kgcm}$ kunnen dus met behulp van de in tabel I gegeven uitdrukkingen zowel voor geval I als II de waarden van P en \bar{P} worden berekend. De resultaten van de drie proefbalken zijn aangegeven in tabel II.

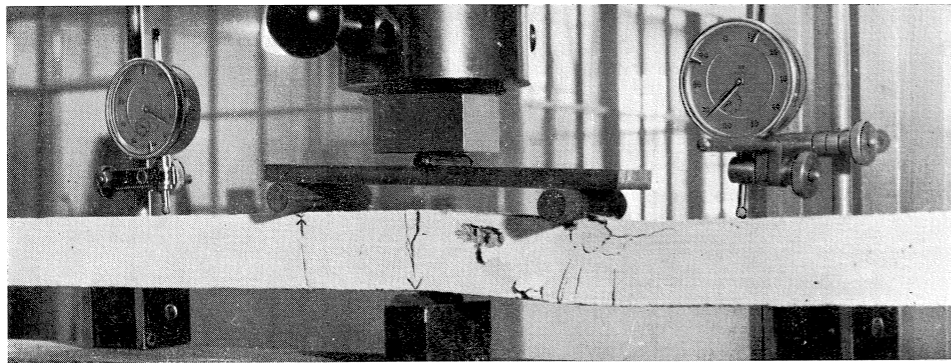


Fig. 14. Breuktoestand balk 1.

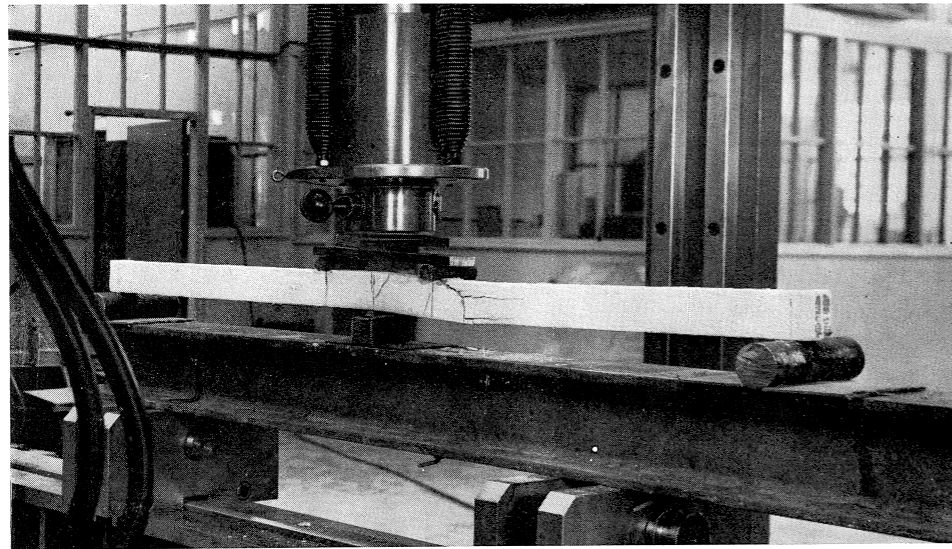


Fig. 15. Balk 2.

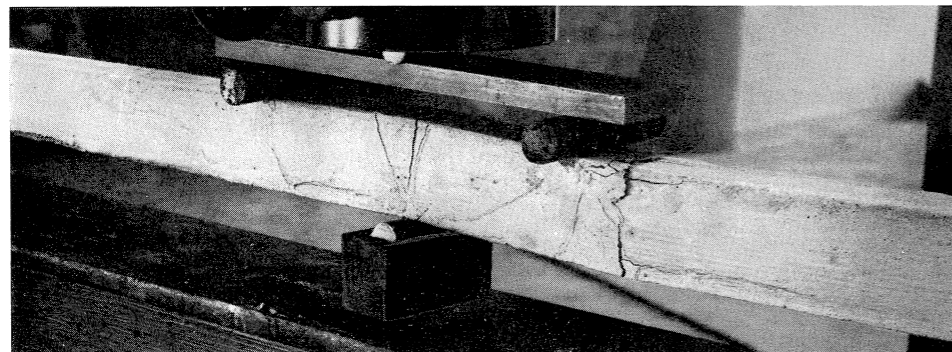


Fig. 16. Balk 3.

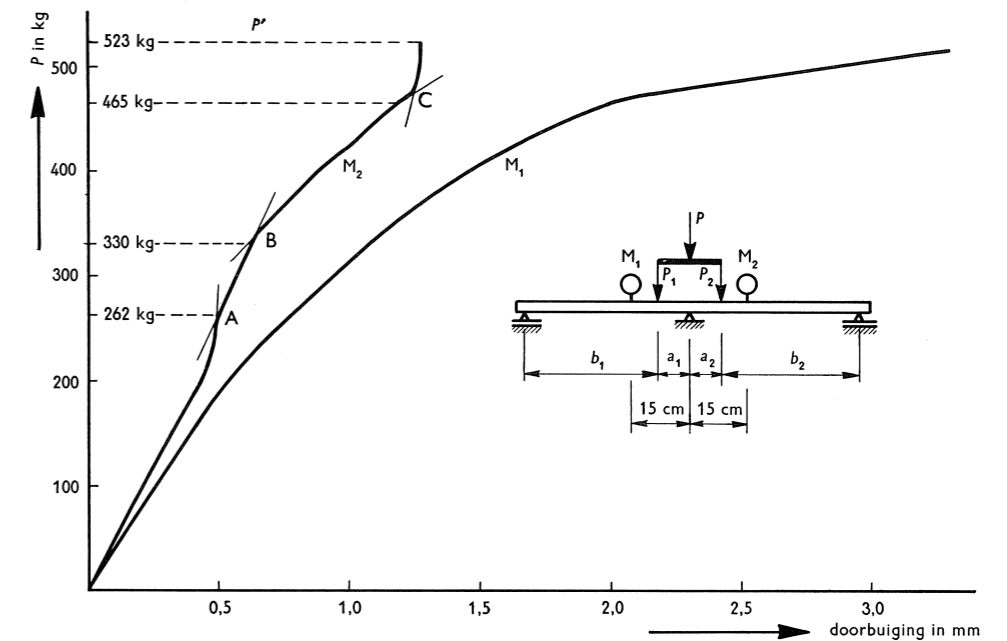
Tabel II

balk	P in kg volgens vgl. (9) (tabel I kolom 7)	Maximale belasting \bar{P} in kg		\bar{P}/P exp. uit kolom 2 en 1	\bar{P}/P theoretisch uit kolom 3 en 1 (zie ook tabel I kolom 9)
		Uit proef 2	Volgens vlg. (10) (tabel I kolom 8) 3		
1	$P = 15,5 \cdot \frac{1020}{48} = 330$	522	$\bar{P} = 24,6 \cdot \frac{1020}{48} = 523$	1,59	1,59
2	$P = 15,7 \cdot \frac{1020}{48} = 334$	488	$\bar{P} = 26,4 \cdot \frac{1020}{48} = 560$	1,47	1,68
3		525		1,58	1,68

Hoewel door de momentverdelende werking een behoorlijke extra reserve aanwezig blijkt te zijn, is slechts bij balk 1 het theoretisch bepaalde effect bereikt. Fig. 14 toont het breukstadium van deze balk. Bij balk 2 blijkt de reserve ca 12,5 % minder dan was verwacht, waarschijnlijk door het ontstaan van een vrij zonderling scheurenbeeld onder één van de puntlasten (fig. 15). Figuur 16 geeft het breukstadium weer van balk 3.

Teneinde op eenvoudige wijze na te kunnen gaan bij welke belasting de verschillende vloe- en breuktoestanden optraden, is bij balk 1 op een afstand van ongeveer 15 cm aan weerszijden van het middensteunpunt een meet-horloge aangebracht. Fig. 17 geeft de resultaten van deze doorbuigingsmetin-

Fig. 17. Gemeten doorbuigingen als functie van de belastingen.



gen. Vooral bij de door meethorloge M_2 aangegeven waarden zijn de diverse stadia duidelijk zichtbaar. Door de geringe asymmetrie in de opstelling van balk 1 loopt uiteindelijk het meethorloge hier bijna terug. Dit is het moment als zowel in B als in D een scharnier is geformeerd en het geheel tot een kinematische ketting is geworden. Het punt A geeft aan, wanneer het vloeimoment boven het middensteunpunt bereikt is. Volgens de theorie is de hierbij behorende belasting

$$P = 15,5 \frac{M_{\text{vloei}}}{l} = 15,5 \cdot \frac{810}{48} = 262 \text{ kg}$$

In punt B zal het breukmoment M_{max} boven het steunpunt bereikt zijn. Theoretisch geeft dit

$$P = 15,5 \frac{M_{\text{max}}}{l} = 15,5 \cdot \frac{1020}{48} = 330 \text{ kg}$$

Punt C geeft aan wanneer het moment onder de puntlast het vloeimoment bereikt. Op dezelfde wijze afgeleid als (10) vindt men de vergelijking

$$P'' = \frac{M_{\text{vloei}} \frac{l}{b_1} + M_{\text{max}}}{\alpha a_1}$$

Hierin de waarden van tabel I gesubstitueerd, geeft $P = 465 \text{ kg}$.

Alle berekende waarden, inclusief de breukbelasting als aangegeven in tabel II, blijken zeer goed met de discontinuïteiten in de, met het meethorloge M_2 gemeten, lijn uit fig. 17 overeen te komen.

Als laatste voorbeeld wordt een modelonderzoek aan een tweetal vierkante platen besproken, welke op de in fig. 18a aangegeven wijze zijn opgelegd. De platen hadden afmetingen van $58 \times 58 \text{ cm}^2$ en een dikte van 1,6 cm, waarbij gedacht is aan een schaal van 1/10 van de ware grootte. Zowel aan bovenzijde als aan onderzijde was een kruisnet aangebracht van $\varnothing 1,6 \text{ mm} - 2,8 \text{ mm}$ met een dekking van 1 mm.

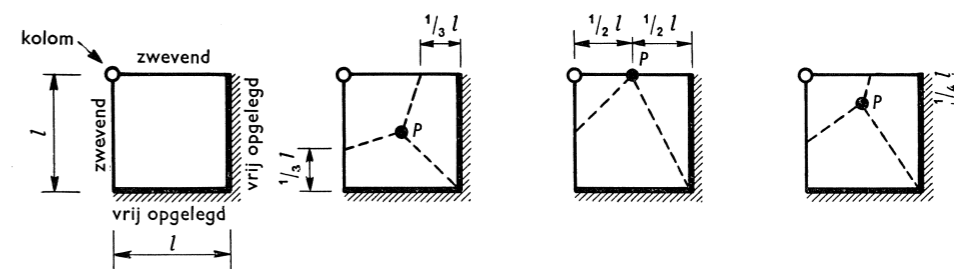


Fig. 18 a. Onderzochte plaat met de wijze van opleggen. b. Belastingsgeval 1 --- theoretisch bepaalde breuklijnen. c. Belastingsgeval 2 --- theoretisch bepaalde breuklijnen, exp. geverifieerd. d. Belastingsgeval 3 --- experimenteel bepaalde breuklijnen.

Het doel van dit onderzoek was in de eerste plaats de breuklijnentheorie van Johansen voor een theoretisch eenvoudig te berekenen geval te toetsen aan de uitkomsten van een experiment. Mocht er voldoende overeenstemming tussen beide bestaan, dan zou deze theorie ook in andere gevallen kunnen worden toegepast. Daarenboven zou deze wijze van experimenteren uitkomst kunnen verschaffen in die gevallen die ook met behulp van deze theorie niet of moeilijk toegankelijk zijn.

Dat de breuklijnentheorie een gemakkelijk hulpmiddel zou kunnen zijn, blijkt uit de in fig. 18 aangegeven belastingsgevallen. De oplossing van de plaatvergelijking volgens de elasticiteitsleer zou bij dergelijke randvoorwaarden zeer gecompliceerd worden. Met de breuklijnentheorie is echter zeer snel, door middel van evenwichtsbeschouwingen van de afzonderlijke, door de breuklijnen gescheiden plaatgedeelten, de ligging van de breuklijnen aan te geven zoals voor de belastingsgevallen 1 en 2 is gedaan. In de fig. 18b en 18c zijn deze aangegeven. Met behulp van een arbeidsbeschouwing is dan ook zeer snel de grootte van het breukmoment te bepalen.

Gevonden wordt:

$$\text{voor belastingsgeval 1 } M = 3/16 P;$$

$$\text{voor belastingsgeval 2 } M = 2/9 P.$$

De belastingsgevallen 2 en 3 zijn experimenteel onderzocht.

Fig. 19 toont de opstelling voor belastingsgeval 2.

Fig. 19. Breukstadium van belastingsgeval 2.

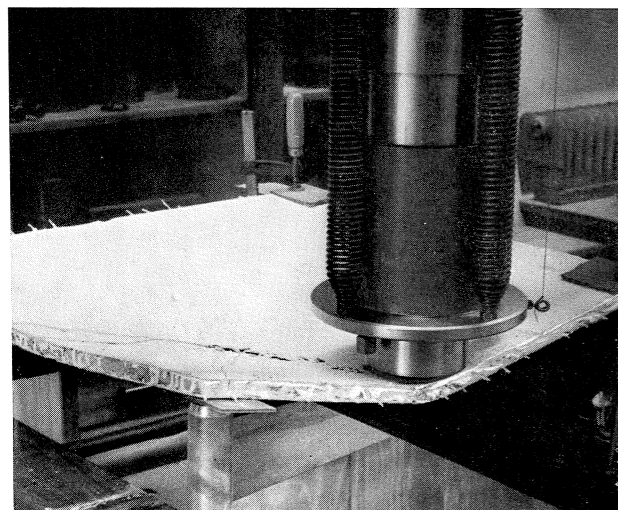


Fig. 20. Onderzijde van de plaat na belasting volgens geval 2.

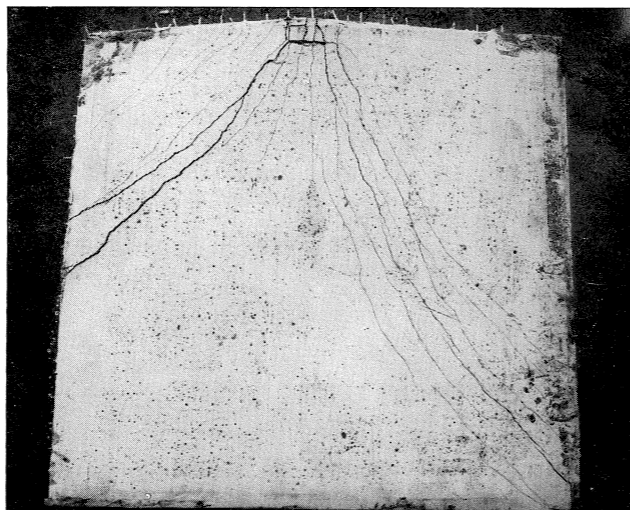


Fig. 21. Onderzijde van de plaat na belasting volgens geval 3.

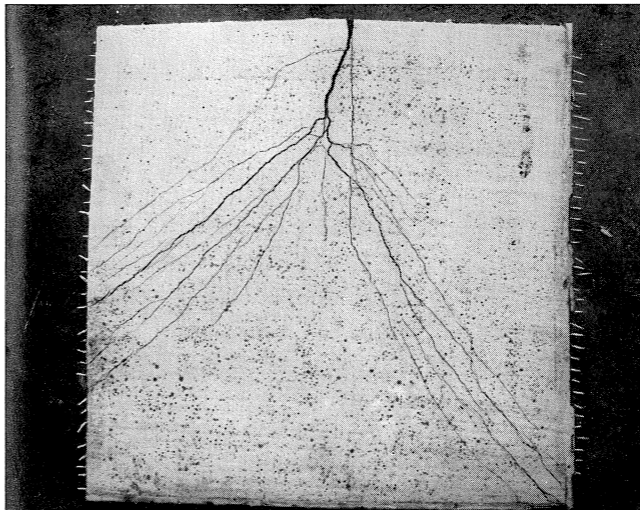
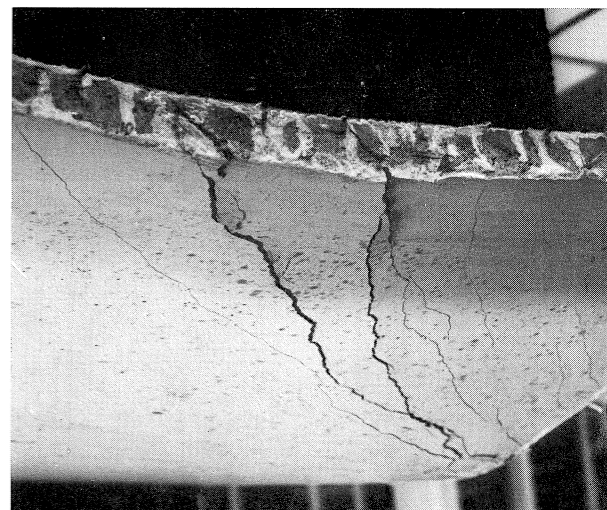


Fig. 22. Scheuren nabij de vrije rand in belastingsgeval 2.



De onderzijde van deze plaat, na beproeving tot breuk, is weergegeven in fig. 20. Het breuklijnenbeeld vertoont een treffende overeenkomst met het theoretisch voorspelde, dat in fig. 18c is aangegeven.

In fig. 21 is het breuklijnenbeeld weergegeven van de plaat die beproefd is zoals aangegeven in fig. 18d (belastingsgeval 3). Het belastingsgeval houdt het midden tussen dat van geval 1 en 2. Verwacht kan worden dat dit met het breuklijnenbeeld ook het geval zal zijn. Dit wordt door de uitkomsten van het experiment volledig bevestigd.

Opmerkelijk is ook dat de scheuren aan de vrije rand, zoals in fig. 22 duidelijk is te zien, onder 45° staan, wat dus duidt op de aanwezigheid van wringspanningen aldaar.

Voor een gemiddeld staafoppervlak van 2,15 mm², een vloeispanning van 23,6 kg/mm² en een geschatte inwendige hefboomsarm bij breuk van 1,3 cm, bedraagt het vloeimoment in de plaat:

$$M_{vl} = \frac{2,15}{2,8} \cdot 23,6 \cdot 1,3 = 23,5 \text{ kgcm/cm}$$

Voor belastingsgeval 2 bedraagt dus de theoretische breukbelasting:

$$P_{vl} = \frac{9}{2} M_{br} = \frac{9}{2} \cdot 23,5 = 106 \text{ kg}$$

De plaat is echter volledig bezweken bij een belasting $P = 213 \text{ kg}$. De theoretische belasting P_{vl} bedroeg dus slechts de helft van het gemeten bedrag. Het verschil wordt iets kleiner indien de versteviging van het staal in rekening wordt gebracht. Het is echter niet mogelijk de discrepantie hiermee op te heffen.

Voor belastingsgeval 3 bedroeg de breukbelasting $P = 243 \text{ kg}$, wat dus in dezelfde grootteorde ligt als bij geval 2.

Uit fig. 19 blijkt echter duidelijk de grote vervorming die bij deze betrekkelijk dunne plaat ($d \approx l/36$) optreedt alvorens het bezwijkstadium volledig wordt bereikt. Het grote verschil tussen berekende en gemeten bezwijklast werd in deze gevallen daarom veroorzaakt door membraanspanningen in de plaat. Te zijner tijd zal in een afzonderlijk artikel hierop nader worden ingegaan. Ver voor het bereiken van het bezwijkstadium moeten de vervormingen in de beschreven gevallen reeds volkomen ontoelaatbaar worden geacht, mede om de schade die hierdoor kan worden toegebracht aan hetgeen op een vloer aanwezig is.

Summary

This article deals with investigations on models. After a consideration of the benefits and possibilities of application the rules for models are summarized. In some cases it appears possible to use simple materials and apparatuses. Some examples are discussed: models of cardboard to investigate the buckling strength of arches and shell-roofs and models of mortar to examine the forming of cracks and the effect of moment redistribution of a girder on three supports. Two plate models of mortar were investigated for a study of the theory of the lines of fracture.

CONTROLEBEREKENING VOOR DE BREUKVEILIGHEID VAN ENKELZIJDIG GEWAPENDE EN VAN VOORGESPANNEN BETONCONSTRUCTIES, DIE OP BUIGING WORDEN BELAST OF OP BUIGING EN NORMAALKRACHT

Reeds eerder werden in dit tijdschrift enige artikelen gewijd aan de mogelijkheid en de wenselijkheid van het invoeren van een breuktheorie voor de berekening van op buiging belaste gewapend-betonbalken. In onderstaand artikel wordt in de inleiding een opsomming gegeven van de wijzen waarop in diverse landen de veiligheidscoëfficiënt, die nauw met een dergelijke theorie is verbonden, wordt ingevoerd.

Vervolgens wordt een berekeningsmethode ontwikkeld, waarmee de breukveiligheid van enkelzijdig gewapende en van voorgespannen betonbalken op eenvoudige wijze met behulp van een grafiek kan worden gecontroleerd. Deze methode, die grotendeels ontleend is aan Prof. Rüsch, is behalve voor buiging, met een kleine beperking ook geschikt voor buiging met normaalkracht. Er is rekening gehouden met een verhoging van de veiligheidscoëfficiënt voor die gevallen, waarbij onvoldoende waarschuwing van breuk optreedt. Onder breuk wordt in dit geval verstaan een toestand waarbij of aan de bovenzijde van de balk 2‰ stuijk optreedt, of aan de onderzijde van de balk 5‰ rek. De berekeningsmethode wordt tenslotte aan de hand van een getallenvoorbeeld toegelicht.

Inleiding

In een artikel over „De beoordeling van de betrouwbaarheid van op buiging belaste gewapend betonbalken” (W.G.S.-Mededelingen 1 (1953) - No 3) werd als een van de belangrijkste criteria voor de betrouwbaarheid genoemd de eis, dat de constructie een voldoende veiligheid ten opzichte van breuk heeft. Bovendien diende aandacht besteed te worden aan de scheurvorming, de waarschuwing tegen breuk en de toelaatbare vervormingen. In W.G.S.-Mededelingen, 2 (1954) No 3 werden de voor- en nadelen van de n -methode afgewogen tegen die van een n -vrije methode. De n -vrije berekeningsmethode bleek toen het principiële voordeel te hebben, dat de methode gebaseerd was op de berekening van de breuktoestand.

Ook in het „Comité Européen du Béton” heeft men zich uitgesproken vóór een berekeningsmethode, waarbij de breuktoestand of een daarmee gelijk te stellen stadium (z.g. kritieke toestand) als uitgangspunt werd gekozen. In de meeste landen is men reeds druk doende, de voorschriften voor gewapend betonconstructies in deze nieuwe geest te wijzigen. In Rusland, Polen en Oostenrijk zijn deze nieuwe voorschriften reeds uitgegeven. In de meer recente richtlijnen voor het ontwerpen van voorgespannen betonconstructies hebben