

De onderzijde van deze plaat, na beproeving tot breuk, is weergegeven in fig. 20. Het breuklijnenbeeld vertoont een treffende overeenkomst met het theoretisch voorspelde, dat in fig. 18c is aangegeven.

In fig. 21 is het breuklijnenbeeld weergegeven van de plaat die beproefd is zoals aangegeven in fig. 18d (belastingsgeval 3). Het belastingsgeval houdt het midden tussen dat van geval 1 en 2. Verwacht kan worden dat dit met het breuklijnenbeeld ook het geval zal zijn. Dit wordt door de uitkomsten van het experiment volledig bevestigd.

Opmerkelijk is ook dat de scheuren aan de vrije rand, zoals in fig. 22 duidelijk is te zien, onder 45° staan, wat dus duidt op de aanwezigheid van wringspanningen aldaar.

Voor een gemiddeld staafoppervlak van 2,15 mm², een vloeispanning van 23,6 kg/mm² en een geschatte inwendige hefboomsarm bij breuk van 1,3 cm, bedraagt het vloeimoment in de plaat:

$$M_{vi} = \frac{2,15}{2,8} \cdot 23,6 \cdot 1,3 = 23,5 \text{ kgcm/cm}$$

Voor belastingsgeval 2 bedraagt dus de theoretische breukbelasting:

$$P_{vi} = \frac{9}{2} M_{br} = \frac{9}{2} \cdot 23,5 = 106 \text{ kg}$$

De plaat is echter volledig bezweken bij een belasting $P = 213 \text{ kg}$. De theoretische belasting P_{vi} bedroeg dus slechts de helft van het gemeten bedrag. Het verschil wordt iets kleiner indien de versteviging van het staal in rekening wordt gebracht. Het is echter niet mogelijk de discrepantie hiermee op te heffen.

Voor belastingsgeval 3 bedroeg de breukbelasting $P = 243 \text{ kg}$, wat dus in dezelfde grootteorde ligt als bij geval 2.

Uit fig. 19 blijkt echter duidelijk de grote vervorming die bij deze betrekkelijk dunne plaat ($d \approx l/36$) optreedt alvorens het bezwijkstadium volledig wordt bereikt. Het grote verschil tussen berekende en gemeten bezwijklast werd in deze gevallen daarom veroorzaakt door membraanspanningen in de plaat. Te zijner tijd zal in een afzonderlijk artikel hierop nader worden ingegaan. Ver voor het bereiken van het bezwijkstadium moeten de vervormingen in de beschreven gevallen reeds volkomen ontoelaatbaar worden geacht, mede om de schade die hierdoor kan worden toegebracht aan hetgeen op een vloer aanwezig is.

Summary

This article deals with investigations on models. After a consideration of the benefits and possibilities of application the rules for models are summarized. In some cases it appears possible to use simple materials and apparatuses. Some examples are discussed: models of cardboard to investigate the buckling strength of arches and shell-roofs and models of mortar to examine the forming of cracks and the effect of moment redistribution of a girder on three supports. Two plate models of mortar were investigated for a study of the theory of the lines of fracture.

CONTROLEBEREKENING VOOR DE BREUKVEILIGHEID VAN ENKELZIJDIG GEWAPENDE EN VAN VOORGESPANNEN BETONCONSTRUCTIES, DIE OP BUIGING WORDEN BELAST OF OP BUIGING EN NORMAALKRACHT

Reeds eerder werden in dit tijdschrift enige artikelen gewijd aan de mogelijkheid en de wenselijkheid van het invoeren van een breuktheorie voor de berekening van op buiging belaste gewapend-betonbalken. In onderstaand artikel wordt in de inleiding een opsomming gegeven van de wijzen waarop in diverse landen de veiligheidscoëfficiënt, die nauw met een dergelijke theorie is verbonden, wordt ingevoerd.

Vervolgens wordt een berekeningsmethode ontwikkeld, waarmee de breukveiligheid van enkelzijdig gewapende en van voorgespannen betonbalken op eenvoudige wijze met behulp van een grafiek kan worden gecontroleerd. Deze methode, die grotendeels ontleend is aan Prof. Rüsch, is behalve voor buiging, met een kleine beperking ook geschikt voor buiging met normaalkracht. Er is rekening gehouden met een verhoging van de veiligheidscoëfficiënt voor die gevallen, waarbij onvoldoende waarschuwing van breuk optreedt. Onder breuk wordt in dit geval verstaan een toestand waarbij of aan de bovenzijde van de balk 2‰ streek optreedt, of aan de onderzijde van de balk 5‰ rek. De berekeningsmethode wordt tenslotte aan de hand van een getallenvoorbeeld toegelicht.

Inleiding

In een artikel over „De beoordeling van de betrouwbaarheid van op buiging belaste gewapend betonbalken” (W.G.S.-Mededelingen 1 (1953) - No 3) werd als een van de belangrijkste criteria voor de betrouwbaarheid genoemd de eis, dat de constructie een voldoende veiligheid ten opzichte van breuk heeft. Bovendien diende aandacht besteed te worden aan de scheurvorming, de waarschuwing tegen breuk en de toelaatbare vervormingen. In W.G.S.-Mededelingen, 2 (1954) No 3 werden de voor- en nadelen van de n -methode afgewogen tegen die van een n -vrije methode. De n -vrije berekeningsmethode bleek toen het principiële voordeel te hebben, dat de methode gebaseerd was op de berekening van de breuktoestand.

Ook in het „Comité Européen du Béton” heeft men zich uitgesproken vóór een berekeningsmethode, waarbij de breuktoestand of een daarmee gelijk te stellen stadium (z.g. kritieke toestand) als uitgangspunt werd gekozen. In de meeste landen is men reeds druk doende, de voorschriften voor gewapend betonconstructies in deze nieuwe geest te wijzigen. In Rusland, Polen en Oostenrijk zijn deze nieuwe voorschriften reeds uitgegeven. In de meer recente richtlijnen voor het ontwerpen van voorgespannen betonconstructies hebben

de meeste landen (ook Nederland) de eis van de veiligheid ten opzichte van breuk al verwerkt.

Voor een juiste toepassing van richtlijnen, gebaseerd op het breukstadium, dienen vastgesteld te worden:

- de berekening voor de breuktoestand (ev. kritieke toestand);
- de grootte van de veiligheidscoëfficiënt.

De bepaling van de veiligheidscoëfficiënt langs een wetenschappelijk verantwoorde weg met behulp van de waarschijnlijkheidsrekening, heeft nog niet tot een praktisch bruikbaar resultaat geleid. Voorlopig zal men zich dus bij de bepaling van de veiligheidscoëfficiënt moeten laten leiden door ervaring en inzicht.

In het algemeen zal men de veiligheidscoëfficiënt opbouwen uit drie coëfficiënten, te weten één, waarin de aard van de *belasting* is verwerkt; één, waarin de spreiding in de *materiaaleigenschappen* wordt weergegeven en een *overkoepelende coëfficiënt* voor de overige onzekerheden zoals b.v. in de berekening.

In *Duitsland* wordt geadviseerd alle uitwendige belastingen met een coëfficiënt 1,75 te vermenigvuldigen, alle eigen spanningen (zoals b.v. temperatuurspanningen, de door het voorspannen en het kruipen en het krimpen van statisch onbepaalde constructies opgewekte extra krachten) met een coëfficiënt 1,0. Het rekenkundige, vereiste breukmoment wordt dan b.v.

$$M_{br} = 1,75 (M_{e.g.} + M_{nutt. bel.}) + 1,0 (M_{temp} + M_{voorsp} + M_{kruip} + M_{krimp}).$$

De onzekerheden, die kleven aan het materiaal beton worden verwerkt door de betondruksterkte rekenkundig te reduceren tot $\frac{2}{3}$ van de gemiddelde, aan de hand van kuben bepaalde, sterkte.

In de *Nederlandse* richtlijnen voor voorgespannen beton (Stuvo) is alleen de aard van de belasting verwerkt in de veiligheidscoëfficiënt. Tot voor kort diende het breukmoment groter te zijn dan

$$\begin{aligned} &\text{of } 2 (M_{rust. bel.} + M_{nutt. bel.}) \\ &\text{of } M_{rust. bel.} + 2,5 M_{nutt. bel.} \end{aligned}$$

In de herziening van de richtlijnen wordt de rustende belasting met 1,75 vermenigvuldigd, terwijl de bewegende belasting een coëfficiënt 2,25 krijgt. Zodoende wordt het vereiste breukmoment

$$M_{br} = 1,75 M_{rust. bel.} + 2,25 M_{beweg. last}$$

In *Oostenrijk* (Önorm B 4200) neemt men voor op buiging belaste balken een veiligheidscoëfficiënt van 1,7 aan. Wanneer de constructie aan chemische invloeden wordt blootgesteld, dan moet deze coëfficiënt tot 2,0 verhoogd

worden. Bij platen met een dikte kleiner dan 8 cm moet de coëfficiënt met 10% verhoogd worden. De invloed van wisselende belasting moet in stootcoëfficiënten worden verwerkt.

In *Polen* (Konstrukcja Żelbetowe Obliczenia Statyczne i Projektowanie 1951) geldt voor buiging een veiligheidscoëfficiënt van 1,6 (met een minimum van 1,4), bij een nuttige last $< 2 \times$ de rustende last. Is de nuttige last $\geq 2 \times$ de rustende last, dan moet de coëfficiënt met 10% worden verhoogd. Worden in de berekening ook de invloeden van temperatuur, wind, zakkingen e.d. opgenomen, dan mag de coëfficiënt met 0,9 of 0,85 vermenigvuldigd worden. Bij dynamisch belaste constructies moet de mobiele belasting met 1,1 tot 1,2 worden vermenigvuldigd.

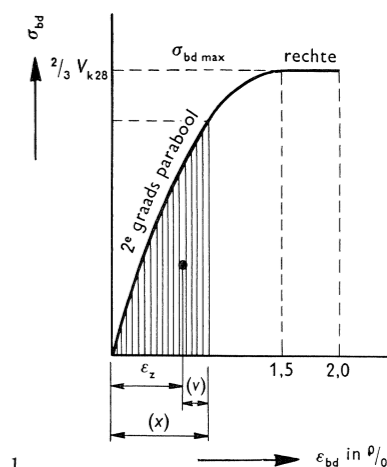
De *Russische* voorschriften zijn in principe vrijwel gelijk aan de Poolse wat betreft de veiligheidscoëfficiënt bij buiging.

Uit het bovenstaande moge blijken, dat de veiligheidscoëfficiënt door ieder land op een andere wijze wordt vastgelegd.

In het volgende wordt aangenomen, dat de grootte van het vereiste breukmoment (M_{br}) en die van de breuk-normaalkracht (N_{br}) is bepaald, hetzij door middel van een voorschrift, hetzij door eigen constructief inzicht. Het is nu noodzakelijk op een snelle en eenvoudige wijze te kunnen contrôleren, of een ontworpen doorsnede dit vereiste breukmoment en die vereiste breuk-normaalkracht bezit. De onderstaande berekeningsmethode, die grotendeels ontleend is aan de methode, die door Prof. Rüsç ontwikkeld is ¹⁾ kan zowel voor gewapend beton als voor voorgespannen beton worden gebruikt.

Grondslagen voor de berekening

Zoals te doen gebruikelijk wordt de hypothese van Bernoulli te weten: vlakke doorsneden blijven tijdens het belasten vlak, als geldig aangenomen. Aangenomen wordt verder dat het beton geen trekspanningen kan opnemen. Voor de bepaling van de spanningsverdeling in een doorsnede zijn nodig de $\sigma - \epsilon$ diagrammen van het staal en het beton. Voor het $\sigma - \epsilon$ diagram van het staal wordt het diagram, dat bij de gebruikelijke keuring van het staal be-



¹⁾ Zie b.v. Rüsç, H., und H. Kupfer, Bemessung von Spannbetonteilen. Betonkalendar 1955, p. 403—476. Ernst, Berlin. 1955.

Fig. 1

paald wordt, aangehouden. Voor het beton wordt het $\sigma - \varepsilon$ diagram, zoals dit in DIN 4227 is vastgelegd (zie fig. 1), gebruikt. Tot een stuik van $1,5\text{‰}$ wordt hierbij het $\sigma - \varepsilon$ diagram parabolvormig aangenomen, van $1,5\text{‰}$ tot 2‰ blijft de spanning σ constant. Als maximale spanning wordt aangehouden $\frac{2}{3} \times$ de kubussterkte na 28 dagen (kuben 20^3 cm^3). De coëfficiënt $\frac{2}{3}$ wordt in de eerste plaats ingevoerd om de onzekerheden in het materiaal beton te verwerken, in de tweede plaats zal de werkelijke maximale spanning in de drukzône van een op buiging belaste balk ongeveer gelijk zijn aan de prismadruksterkte, die, zoals bekend, kleiner is dan de kubussterkte.

Het begrip breuk wordt als volgt vastgelegd: de breuktoestand is bereikt, als in de trekzône (nabij de wapening) een (fictieve) rek van 5‰ is bereikt en/of als in het beton aan de drukzijde een stuik van 2‰ optreedt. Bij deze definitie is er van uitgegaan, dat bij de genoemde grenswaarden voor de stuik en de rek de constructie al dermate grote vervormingen heeft gekregen, dat hij niet meer geschikt is voor het doel, waarvoor hij bestemd was. De definitie geeft dus een z.g. kritieke toestand weer. Genoemde kritieke last zal echter slechts weinig kleiner zijn dan de werkelijke bezwijklast.

Zoals in de inleiding reeds werd meegedeeld, is één van de criteria, die de betrouwbaarheid van een constructie bepalen, de *waarschuwing tegen breuk*. Deze waarschuwing nu kan op eenvoudige wijze in de berekening worden verwerkt. Indien een rek van 5‰ ter plaatse van het staal optreedt, dan heeft men een duidelijke waarschuwing van de breuk. Deze rek correspondeert b.v. met 5 scheuren van 1 mm breedte per meter balklengte. In de gevallen, waarbij de breuk echter optreedt door het bereiken van de grenswaarde van 2‰ voor de betonstuik, zoals b.v. bij de hogere wapeningspercentages, kan de rek in de trekzône lager zijn dan de grenswaarde van 5‰ . In die gevallen kan de breuk dus optreden zonder een duidelijke waarschuwing door het zichtbaar worden van scheuren. Het is gewenst in deze gevallen de veiligheidscoëfficiënt te verhogen. Dit geschiedt het eenvoudigst door in het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het beton (zie fig. 1) de maximale betonspanning te verlagen.

Prof. Rüsç doet dit door het invoeren van de materiaalcoëfficiënt ν_b voor het beton. Indien de kubusdruksterkte na 28 dagen V_{k28} bedraagt, dan wordt in de berekening voor de maximale betonspanning $\sigma_{b \max}$ ingevoerd

$$\sigma_{b \max} = \frac{V_{k28}}{\nu_b}.$$

Bij een rek in de trekzône tussen 2 en 5‰ wordt $\nu_b = 1,50$ gesteld.

Bij rekken kleiner dan 1‰ wordt voor $\nu_b = 1,73$ ingevoerd.

Bij rekken van 1‰ tot 2‰ verloopt ν_b van 1,73 naar 1,50 ¹⁾.

¹⁾ De algemene veiligheidscoëfficiënt is in Duitsland 1,75. Bij $\nu_b = 1,73$ is de totale veiligheid dus in het beton $1,75 \times 1,73 \approx 3$. De kleinste veiligheidscoëfficiënt voor het beton bedraagt dus $1,75 \times 1,50 = 2,62$.

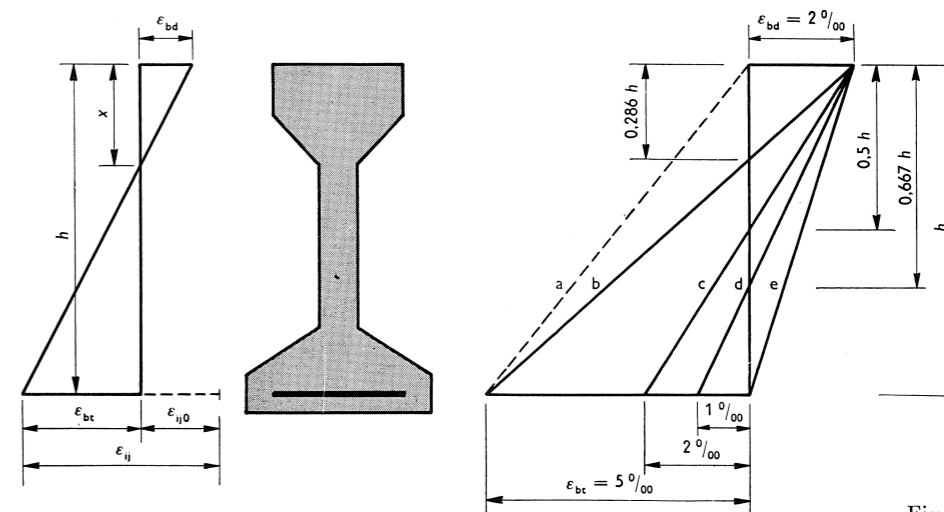


Fig. 2

In fig. 2 wordt een en ander nader toegelicht:

ε_{bd} is de stuik van het beton in de drukzône.

ε_{bt} is de rek van het beton in de trekzône.

ε_{ij0} is de rek in het staal, corresponderende met de voorspanning in het staal (bij gewapend beton is $\varepsilon_{ij0} = 0$).

ε_{ij} is de totale rek in het staal, dus $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij0} + \varepsilon_{bt}$.

x is de afstand van de neutrale lijn tot aan de bovenzijde van de balk.

h is de nuttige hoogte van de balk.

Breuk treedt dus op, als

$$\text{òf } \varepsilon_{bd} = 2\text{‰}$$

$$\text{òf } \varepsilon_{bt} = 5\text{‰}.$$

Bij zeer licht gewapende balken ligt de neutrale lijn hoog, de stuik in het beton is klein, terwijl de rek in de trekzône van 5‰ de breuktoestand bepaalt. De grenstoestand wordt weergegeven door de lijn a. Wordt het wapeningspercentage groter, dan zal voorlopig $\varepsilon_{bt} = 5\text{‰}$ blijven, de neutrale lijn zal lager komen te liggen, terwijl de betonstuik op het ogenblik van breuk toeneemt. Tenslotte wordt bij toenemend wapeningspercentage in de drukzône een stuik van 2‰ bereikt. Deze laatste toestand correspondeert met de lijn b. Voor nog grotere wapeningspercentages zal de betonstuik $= 2\text{‰}$ maatgevend zijn voor de breuk. De neutrale lijn zakt weer en de rek ε_{bt} wordt kleiner dan 5‰ . Is de rek gelijk aan 2‰ (lijn c), dan ligt de neutrale lijn op $0,5 h$ en wordt de toestand bereikt, dat een verhoging van de materiaalcoëfficiënt ν_b nodig is in verband met onvoldoende waarschuwing tegen breuk. Van de toestand c tot de toestand d, waarbij de rek 1‰ is, verloopt ν_b van 1,50 tot 1,73. Als limiet voor de zeer hoge wapeningspercentages geldt de lijn e.

Beschouwt men, behalve het buigende moment ook de normaalkracht, dan worden de genoemde toestanden als volgt geïnterpreteerd:

- a—b treedt op bij zwak gewapende op buiging belaste balken of bij buiging met een normale trekkracht,
- b—c treedt op bij normaal gewapende op buiging belaste balken,
- c—d treedt op bij zwaar gewapende op buiging belaste doorsneden,
- c—e treedt op bij buiging met een normale drukkracht.

Bij een klein buigend moment met een grote normale drukkracht kunnen gevallen optreden, waarbij de vervormingslijn rechts van de lijn e ligt; het geval, waarbij dus overal druk optreedt. Deze gevallen worden hier buiten beschouwing gelaten, omdat dit bij enkelzijdig gewapende doorsneden vrijwel niet optreedt. Waar in het volgende gesproken wordt over voorgespannen beton, wordt bedoeld het geval, waarbij de voorspandraden hecht verbonden zijn met het beton (voorgespannen beton met voorgerekt staal, voorgespannen beton met nagerekt staal en goede injectie).

Berekening

Ter vereenvoudiging wordt het buigende moment M_{br} gegeven ten opzichte van de wapening. De normaalkracht N_{br} wordt voor druk negatief en voor trek positief aangegeven. Voor M_{br} geldt de gebruikelijke afspraak. In fig. 3 geldt dus: $M_{br} = N_{br} \cdot c$.

Voorlopig wordt een rechthoekige drukzone aangenomen. Uit de inleiding volgt, dat de afleiding alleen geldig is voor de volgende waarden van c :

- fig. 3a: $|c| > 0,6 h$ (grensgeval e)
 - fig. 3b: $c > 0$ (grensgeval a)
- } zie fig. 2

Indien de plaats van de drukresultante D wordt vastgelegd door β , waarvoor geldt (zie fig. 4): $v = \beta x$ en de grootte van de drukresultante D door de coëfficiënt α , waarvoor geldt

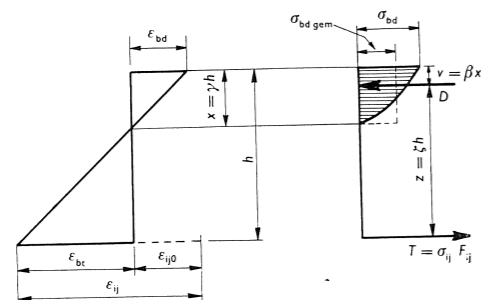


Fig. 4

$$\alpha = \frac{\sigma_{bd \text{ gem}}}{\sigma_{bd}} \quad (\text{zie fig. 4})$$

dan wordt het moment voor de wapening M_{br} :

$$M_{br} = \alpha \sigma_{bd} \cdot b \cdot x (h - \beta x)$$

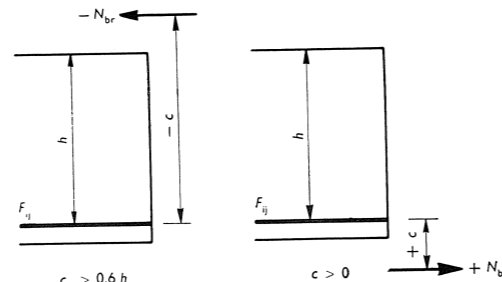


Fig. 3

Aangezien het drukspanningsverloop een affine transformatie is van het $\sigma - \epsilon$ diagram voor beton, zijn de coëfficiënten α en β op eenvoudige wijze uit te drukken in ϵ_{bd} . In fig. 5 zijn de coëfficiënten α en β gegeven als functie van ϵ_{bd} . In de toestanden a \rightarrow b zal ϵ_{bd} geleidelijk toenemen, zodat α en β eveneens zullen toenemen, terwijl in de breuktoestanden b \rightarrow e, ϵ_{bd} gelijk aan 2‰ blijft, zodat dan de coëfficiënten α en β constant 0,75 en 0,4 blijven. Ook x kan uitgedrukt worden in ϵ_{bd} namelijk

$$\gamma = \frac{x}{h} = \frac{\epsilon_{bd}}{\epsilon_{bd} + \epsilon_{bt}}$$

De drukspanning σ_{bd} kan met behulp van het gegeven $\sigma - \epsilon$ diagram uitgedrukt worden in ϵ_{bd} en $\sigma_{bd \text{ max}}$, namelijk

$$\sigma_{bd} = \frac{\sigma_{bd \text{ max}}}{(1,5)^2} \epsilon_{bd} (3 - \epsilon_{bd}) \quad \text{voor } 0 < \epsilon_{bd} < 1,5\text{‰}$$

en

$$\sigma_{bd} = \sigma_{bd \text{ max}} \quad \text{voor } 1,5\text{‰} < \epsilon_{bd} < 2\text{‰}$$

Schrijft men de laatste formule in de volgende vorm

$$\sigma_{bd} = \sigma_{bd \text{ max}} \delta$$

dan geldt voor δ : $\delta = \frac{\epsilon_{bd} (3 - \epsilon_{bd})}{(1,5)^2}$ voor $0 < \epsilon < 1,5\text{‰}$

of

$$\delta = 1 \quad \text{voor } 1,5\text{‰} < \epsilon < 2\text{‰}$$

De maximale betondrukspanning $\sigma_{bd \text{ max}}$ wordt, uitgedrukt in de kubusdruksterkte: $\sigma_{bd \text{ max}} = \frac{V_{k28}}{\nu_b}$. De formule voor het breukmoment wordt dan

$$M_{br} = \frac{\alpha \delta \gamma}{\nu_b} V_{k28} b h^2 (1 - \beta \gamma)$$

ofwel, de dimensieloze grootheid m_{br} wordt

$$m_{br} = \frac{M_{br}}{V_{k28} b h^2} = \frac{\alpha \delta \gamma (1 - \beta \gamma)}{\nu_b}$$

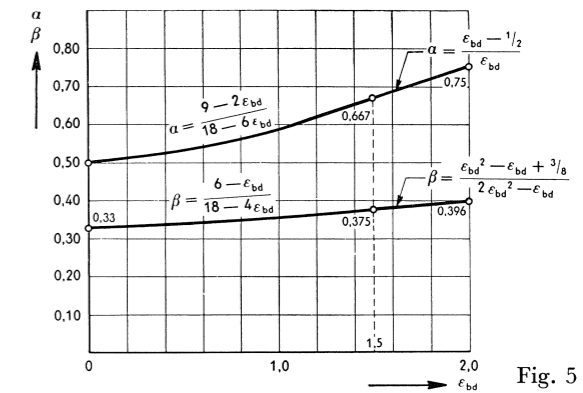


Fig. 5

In onderstaande tabel zijn voor de verschillende gevallen de uitdrukkingen voor α , β , γ , δ en ν_b verzameld.

In de toestanden a \rightarrow b is het dus mogelijk het verband tussen m_{br} en ϵ_{bd} vast te leggen in een formule, terwijl in de toestanden b \rightarrow e, m_{br} uitgedrukt kan worden in ϵ_{bt} .

Op eenvoudige wijze kunnen nu ook andere grootheden als functie van m_{br} gegeven worden, b.v. $\gamma = x/h$

$$\frac{\sigma_{bd}}{V_{k28}} = \frac{\delta}{\nu_b}$$

de inwendige hefboom z door middel van

$$\frac{z}{h} = \zeta = \frac{(h - \beta x)}{h} = 1 - \beta \gamma.$$

In fig. 6 zijn de genoemde grootheden grafisch als functie van m_{br} weergegeven. Duidelijk ziet men, dat tot $m_{br} = 0,1265$ de rek in de trekzone constant 5‰ is, terwijl de stuik in de drukzone geleidelijk toeneemt. Bij grotere waarden van m_{br} blijft $\epsilon_{bd} = 2\text{‰}$ terwijl ϵ_{bt} afneemt. De knikken in de lijnen bij $m_{br} = 20$ en $21,4$ worden veroorzaakt door het verloop van ν_b van $1,50$ naar $1,73$. Bij een bepaalde waarde van m_{br} kan direct afgelezen worden de waarde van ϵ_{bt} .

Indien geen voorspanning wordt gebruikt, is de rek van het staal ϵ_{ij} gelijk aan ϵ_{bt} en kan de bijbehorende staalspanning σ_{ij} rechtstreeks uit het $\sigma - \epsilon$ diagram van het staal worden afgelezen. Indien het staal wordt voorgespannen, dan wordt de staalspanning uit het $\sigma - \epsilon$ diagram bepaald als waarde behorende bij $\epsilon_{ij} = \epsilon_{bt} + \epsilon_{ij0}$ (zie fig. 7). Bij de bepaling van ϵ_{ij0} dienen de verliezen voor kruip en krimp in mindering te worden gebracht. De gra-

toestand (zie fig. 2)	ϵ_{bd}	ϵ_{bt}	α	β	γ	δ	ν_b		
a \rightarrow b	$0 \rightarrow 1,5\text{‰}$	5‰	fig. 5	$\frac{9-2\epsilon_{bd}}{18-6\epsilon_{bd}}$	$\frac{6-\epsilon_{bd}}{18-4\epsilon_{bd}}$	fig. 5	$\frac{\epsilon_{bd}}{\epsilon_{bd}+5}$	$\frac{\epsilon_{bd}(3-\epsilon_{bd})}{(1,5)^2}$	1,50
	$1,5\text{‰} \rightarrow 2\text{‰}$	5‰					$\frac{\epsilon_{bd}-0,5}{\epsilon_{bd}}$	$\frac{\epsilon_{bd}^2-\epsilon_{bd}+0,375}{2\epsilon_{bd}(\epsilon_{bd}-0,5)}$	$\frac{\epsilon_{bd}}{\epsilon_{bd}+5}$
b \rightarrow e	2‰	$5\text{‰} \rightarrow 2\text{‰}$	0,75	0,40	$\frac{2}{2+\epsilon_{bt}}$	1		1,50	
		$2\text{‰} \rightarrow 1\text{‰}$						$1,73 - (\epsilon_{bt}-1)0,23$	
		$1\text{‰} \rightarrow 0$						1,73	
$m_{br} = \frac{M_{br}}{V_{k28} b h^2} = \frac{\alpha \delta \gamma (1 - \beta \gamma)}{\nu_b}$									

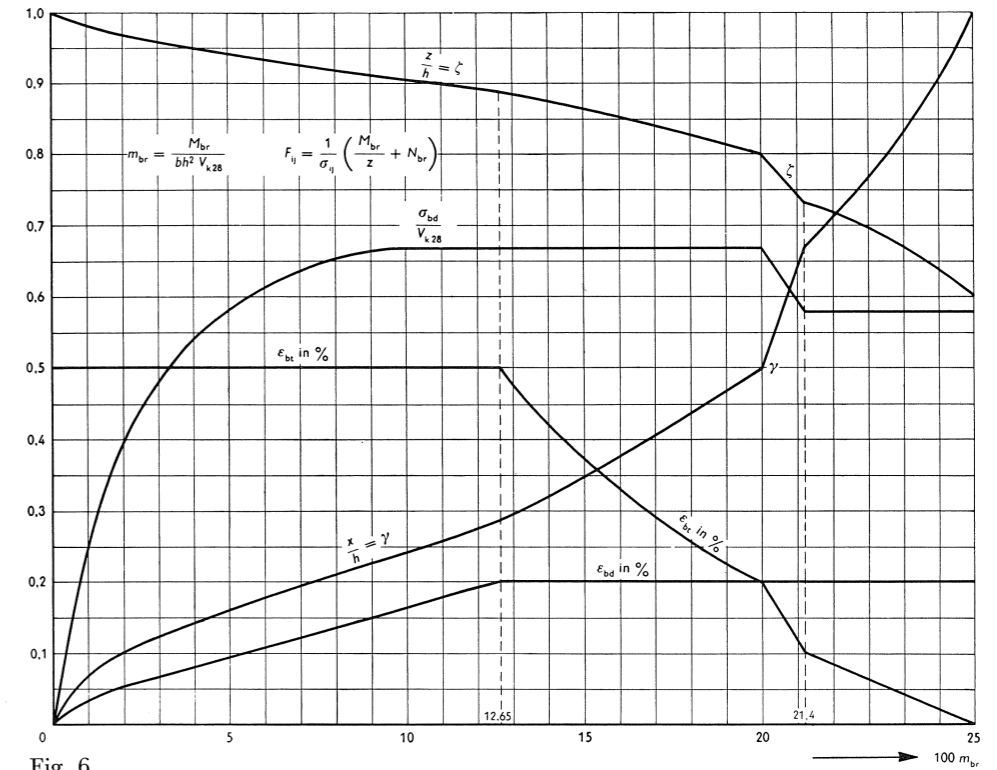


Fig. 6

fieken gelden dus zowel voor gewapend beton als voor voorgespannen beton met dit verschil, dat bij de bepaling van σ_{ij} bij het voorgespannen beton rekening gehouden moet worden met een „nulpuntsverschuiving”. Op eenvoudige wijze kan nu het gecombineerde geval voor buiging met normaalkracht in rekening worden gebracht. Elke op de doorsnede werkende normaalkracht kan men vervangen door een normaalkracht, aangrijpend ter plaatse van de wapening en een buigend moment, betrokken op de wapening. De formule voor de staaldoorsnede wordt dus:

$$F_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}} \left(\frac{M_{br}}{z} + N_{br} \right).$$

Opgemerkt zij dat in N_{br} niet opgenomen is de voorspankracht. N_{br} stelt voor de normaalkracht op de totale doorsnede, dus beton + wapening.

Bovenstaande afleidingen en formules gelden voor een rechthoekige drukzone. In vele gevallen echter, waarbij de drukzone nagenoeg rechthoekig is, kan bovenstaande methode gebruikt worden, als voor b een gemiddelde waarde wordt ingevoerd, n.l.

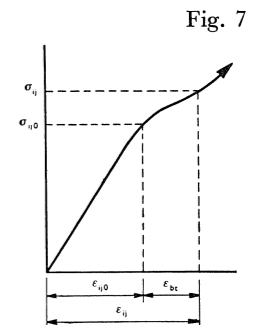


Fig. 7

$b = F_{bd}/x$ waarin $F_{bd} =$ oppervlak betondrukkzone. Deze gemiddelde waarde voor b kan door proberen zeer snel gevonden worden. Het is duidelijk, dat deze werkwijze in de gevallen, waarbij de neutrale lijn hoog ligt (b.v. bij waarden van m_{br} kleiner dan 0,12) voldoende nauwkeurig is.

Wijkt de drukkzone bij hoge waarden van m_{br} te veel af van de rechthoek, dan kan men als volgt te werk gaan: Men neemt een waarschijnlijke waarde voor x aan en bepaalt de grootte en de plaats van de drukresultante door het $\sigma - \varepsilon$ diagram van beton (zie fig. 1) affien te transformeren. Het inwendige moment $D \cdot z$ kan men nu vergelijken met het vereiste moment M_{br} . Als het inwendige moment kleiner is dan M_{br} dan moet voor x een grotere waarde aangenomen worden. Door proberen kan men zo de juiste waarde van x voldoende nauwkeurig benaderen.

Voor een verdere uitwerking van deze methode wordt verwezen naar Mörsch, E., Die Ermittlung des Bruchmoments von Spannbetonbalken. Beton- und Stahlbetonbau, 45 (1950) no. 7, p 149-157.

Voorbeeld

De in fig. 8 schematisch aangegeven balk heeft ten gevolge van:

het eigen gewicht : een buigend moment $M_{e.g.} = 22400$ kgm
 de rustende belasting: een buigend moment $M_r = 33440$ kgm
 de nuttige belasting : een buigend moment $M_n = 15200$ kgm

Volgens de nog niet herziene richtlijnen van de Stuvo moet het breukmoment minstens $M_{br} = 2 \cdot 71040 = 142080$ kgm bedragen. De primaire voorspanning in het staal is $93,3$ kg/mm²; na de spanningsverliezen ten gevolge van kruip en krimp zal de staalspanning $68,6$ kg/mm² bedragen (ca 25% verlies). Het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het staal is in fig. 9 aangegeven. De rek, behorende bij de uiteindelijke voorspanning bedraagt (zie fig. 9) $\varepsilon_{ij0} = 3,4\text{‰}$. De beton-

druksterkte bedraagt 600 kg/cm². De nuttige hoogte $h = 90 - 17,4 = 72,6$ cm.

Voor de breedte b van de drukkzone wordt in eerste instantie 36 cm aangenomen. Hieruit volgt voor m_{br} :

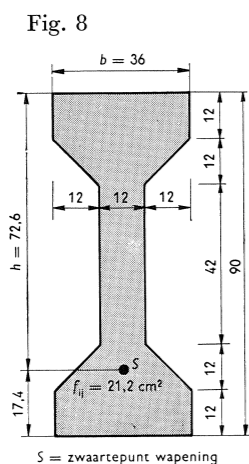
$$m_{br} = \frac{14208000}{36 \cdot (72,6)^2 \cdot 600} = 0,125. \text{ Uit fig. 6 kan nu afgelezen worden } x = 0,285 h = 0,285 \times 72,6 \approx 20,7 \text{ cm.}$$

De neutrale lijn valt dus in de afschuining zodat het noodzakelijk is de waarde van b te corrigeren. Bij $x = 20,7$ cm is het oppervlak van de drukkzone

$$F_b = 12 \times 36 + 8,7 \times 27,3 = 432 + 238 = 670 \text{ cm}^2.$$

De gemiddelde breedte is dan

$$b = 670 / 20,7 \approx 32 \text{ cm.}$$



Voor $b = 32$ cm wordt $m_{br} = \frac{14208000}{32 \cdot (72,6)^2 \cdot 600} = 0,14.$

Bij deze waarde is $x = 0,32h = 0,32 \cdot 72,6 \approx 23$ cm. Hiervoor is de gemiddelde breedte ca 30 cm.

Voor $b = 30$ geldt nu $m_{br} = 0,15$ waarbij $x = 0,34 \cdot 72,6 = 24,5$ cm. De afwijking is dan nog maar zo klein, dat voor de verdere berekening $m_{br} = 0,15$ aangehouden kan worden. Hierbij

geldt $\varepsilon_{bt} = 3,7\text{‰}$ en $z = 0,86 h = 0,86 \cdot 72,6 = 62,5$ cm.

In fig. 9 leest men af voor $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij0} + \varepsilon_{bt} = 3,4 + 3,7 = 7,1\text{‰}$ een staalspanning $\sigma_{ij} = 129$ kg/mm². De benodigde hoeveelheid staal volgt uit

$$F_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}} \frac{M_{br}}{z} = \frac{14208000}{12900 \cdot 62,5} = 17,6 \text{ cm}^2.$$

De aanwezige hoeveelheid staal bedraagt $21,2$ cm², dus ruim voldoende.

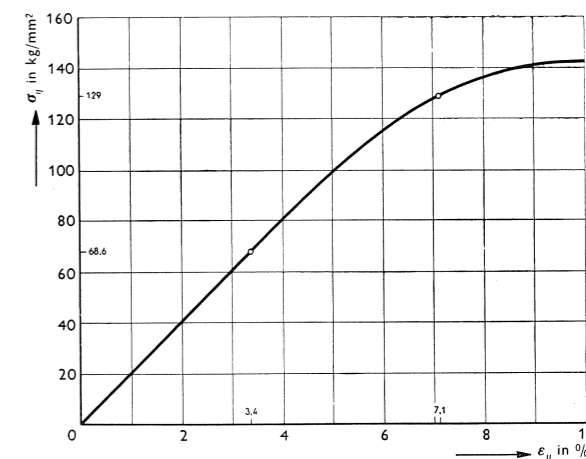


Fig. 9

Summary

The possibility and desirability of using the theory of rupture for the calculation of reinforced concrete beams in bending, was already dealt with in two earlier articles published in this journal. The present article begins with a review of the factors of safety used in different countries, continues giving a method for checking this factor of safety for simply reinforced and for prestressed concrete beams. The results of this method are summarized in a simple diagram. The theoretical basis of the method was given by professor Rüsck. It can be used with small restrictions for the case of bending and axial force. When there is no sufficient warning of rupture, the factor of safety must be increased; this is taken into account in the method given. As „Point of rupture“ is considered: the 2‰ strain point in the compressive zone, or the 5‰ strain point in the tensile zone (whichever appears first). A numerical example is given.

Erratum

Naar aanleiding van het artikel „Controleberekening voor de breukveiligheid van enkelzijdig gewapende en van voorgespannen betonconstructies, die op buiging worden belast of op buiging en normaalkracht” (I.B.C.-Mededelingen, 3 (1955) no 4, p. 137) deelde Prof. Dr. Ing. GOTTHARD FRANZ (Technische Hochschule, Karlsruhe) ons mede, dat in de formule, die op p. 138 gegeven wordt en waarmee in Duitsland het vereiste breukmoment kan worden bepaald, een onjuistheid is geslopen. Inderdaad is de gegeven formule en de daarbij behorende tekst niet geheel juist. Volgens DIN 4227 § 12 Pt 1 moeten namelijk ook de buigende momenten ten gevolge van temperatuursinvloeden met 75 % verhoogd worden.

De verbeterde formule luidt:

$$M_{br} = 1,75 (M_{e.g.} + M_{nutt. bel} + M_{temp}) + 1,0 (M_{voorsp} + M_{kruip} + M_{krimp})$$

De temperatuurspanningen worden dus op dezelfde wijze behandeld als de spanningen ten gevolge van het eigen gewicht en de uitwendige belastingen en horen niet thuis in de categorie „eigen spanningen”, die met een factor 1,0 vermenigvuldigd worden.

Als toelichting moge dienen wat Prof. Dr. Ing. H. RÜSCH schrijft in de „Spann beton-Erläuterungen zu DIN 4227”:

„Der Nachweis der Bruchsicherheit ist für die 1,75 fache Last (ständige Last, Verkehrslast und Temperatur) durchzuführen, wobei jedoch der Einfluss des Eigenspannungszustands (Vorspannung + Kriechen + Schwinden) auf die Festigkeit zu berücksichtigen ist.

Man muss also einen Unterschied machen zwischen den durch äussere Einwirkungen entstandenen Schnittkräften, die zu vervielfachen sind, und dem Eigenspannungszustand, der nur aus im Gleichgewicht befindlichen inneren Kräften besteht. Dieser Eigenspannungszustand rührt von einer Vordehnung des Stahles gegenüber dem umgebenden Beton her. Er wirkt sich nur auf die Festigkeit des Querschnittes aus.”

INHOUDSOPGAVE 1955 (Jg. 3).

3e Jaargang — No. 1 — Januari 1955

Prof. Ir. D. Dresden: Het nieuwe instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies	1
Prof. Dr. C. A. Lobry de Bruyn: Het onderzoek van bouwmaterialen	3
De afleiding van een stelsel niet-lineaire differentiaalvergelijkingen voor cirkelcylindrische schalen bij grote doorbuigingen	8
Schaaldakmodel — Experimentele toetsing van enkele analytische berekeningsmethoden	18

3e Jaargang — No. 2 — April 1955

De meewerkende breedte bij platen onder geconcentreerde belastingen	33
Het meten van temperaturen in constructies van gewapend beton	50
Over de berekening van kraanrailconstructies	56
Secundaire spanningen bij geknikte flenzen	65

3e Jaargang — No. 3 — Juli 1955

Inleiding over de kruip van beton	69
Over de invloed van de kruip en de relaxatie op de spanningen en vervormingen in constructies, in het bijzonder bij excentrisch gedrukte staven en bogen	80
Over mechanische modellen bij de beschrijving van het niet-elastische gedrag van materialen en over de structuur van beton	108

3e Jaargang — No. 4 — October 1955

Modelproeven. Enige beschouwingen en toepassingen	117
Controleberekening voor de breukveiligheid van enkelzijdig gewapende en van voorgespannen betonconstructies, die op buiging worden belast of op buiging en normaalkracht	137