

## HET BEPALEN VAN DE TREKSTERKTE VAN BETON DE TRADITIONELE METHODEN EN EEN NIEUWE INDIRECTE METHODE MET BEHULP VAN EEN SPLIJTPROEF OP CILINDERS OF KUBEN.

*Hoewel de treksterkte van beton tot één van de belangrijkste materiaal-eigenschappen behoort, is het moeilijk de juiste waarde vast te stellen. Een methode, welke de laatste tijd sterk de aandacht heeft getrokken t.w. de splijtproof op cilinders, blijkt een eenvoudige methode om de treksterkte te bepalen.*

*Gebleken is, dat de resultaten van de splijtproeven op cilinders vrijwel onafhankelijk zijn van de wijze van verharden. Dit is een zeer groot voordeel boven de buigproof, waar de wijze van verharden zeer grote invloed heeft. Voorts bleek de verhouding tussen druksterkte en splijtsterkte bij cilinders onafhankelijk van de samenstelling van het beton, alsmede van de ouderdom tijdens het beproeven. Het bepalen van de treksterkte door het splijten van cilinders kan vooral met voordeel worden toegepast in de Angelsaksische landen, waar de cilinder reeds wordt gebruikt voor het vaststellen van de druksterkte.*

*Aangezien in Nederland en een groot aantal Europese landen de druksterkte bepaald wordt door middel van de kubusdrukproof, is een onderzoek uitgevoerd om na te gaan in hoeverre de treksterkte bepaald zou kunnen worden door het splijten van kubus. Zowel langs theoretische als experimentele weg kon worden vastgesteld, dat een treffende overeenkomst tussen de kubus en de cilindersplijtproof aanwezig was. Hierdoor is het mogelijk gebleken, dat ook in de landen, waar de kubus het standaardproofstuk is, de trek- en druksterkte aan hetzelfde type proofstuk kan worden bepaald met dezelfde belastings-apparatuur.*

### **Inleiding**

Het is een bekend verschijnsel dat men, sprekend over een goed beton, hiermee vrijwel steeds bedoelt een beton met een hoge druksterkte. Aan de andere eigenschappen, in het bijzonder de treksterkte wordt in het algemeen slechts weinig aandacht besteed. Dit is wel verklaarbaar.

Hiertoe heeft in de eerste plaats de omstandigheid geleid, dat bij de gebruikelijke berekeningswijze van op buiging belaste constructiedelen van gewapend beton de treksterkte in het geheel geen rol speelt; de trekzone wordt hierbij immers geheel gescheurd verondersteld. De GBV stellen ook geen eisen aan de treksterkte en vele constructeurs interesseren zich derhalve maar weinig voor de grootte hiervan en vinden het vaak overbodig tijdens de bouw de treksterkte te controleren. Hier komt nog bij, dat tot nu toe voor het bepalen van de treksterkte geen bevredigende, eenvoudig uitvoerbare beproevingsmethode was gevonden.

In vele gevallen speelt de treksterkte echter wel een belangrijke rol. Deze bepaalt immers in belangrijke mate de scheurweerstand en is dus van groot belang bij constructies van gewapend beton waaraan bepaalde eisen worden gesteld wat b.v. betreft waterdichtheid, corrosiebestendigheid en aethetica. Ook bij constructies in voorgespannen beton, waarin onder bepaalde omstandigheden trekspanningen worden toegelaten, is het van belang de treksterkte van het beton te kennen.

In het volgende zullen allereerst de traditionele methoden voor de bepaling van de treksterkte worden besproken, waarna een nieuwe indirecte methode zal worden behandeld, waarbij de treksterkte wordt bepaald met behulp van een splijtproef op cilinders en kuben. Deze laatste methode betekent een belangrijke vereenvoudiging ten opzichte van de traditionele methoden, omdat hierbij van dezelfde proefelementen – cilinders of kuben – gebruik kan worden gemaakt als bij de drukproef, terwijl ook de beproevingsinstallatie in beide gevallen dezelfde is, namelijk een drukbank.

## De traditionele beproevingsmethoden

### a. De directe trekproef

Ogenschojnlijk is het tot breuk belasten van een aan een zuivere trekkracht onderworpen proefstuk de eenvoudigste en meest juiste wijze om de treksterkte van het beton te bepalen. De uitvoering van een dergelijke proef is echter zeer moeilijk, daar het vrijwel ondoenlijk is de proefstukken vast te grijpen zonder extra spanningen op te wekken. In de meeste gevallen worden derhalve de uiteinden van de proefstukken verbreed. Het is echter gewenst deze verbreding zo geleidelijk mogelijk te laten verlopen, daar anders aldaar geen over de doorsnede gelijkma-

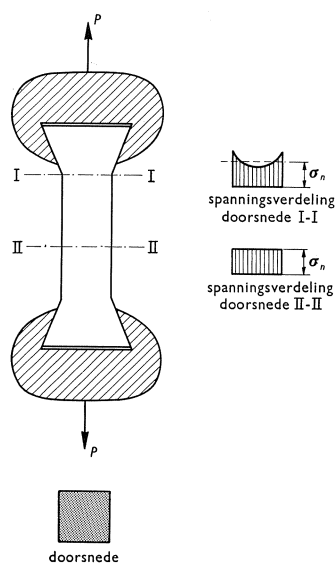
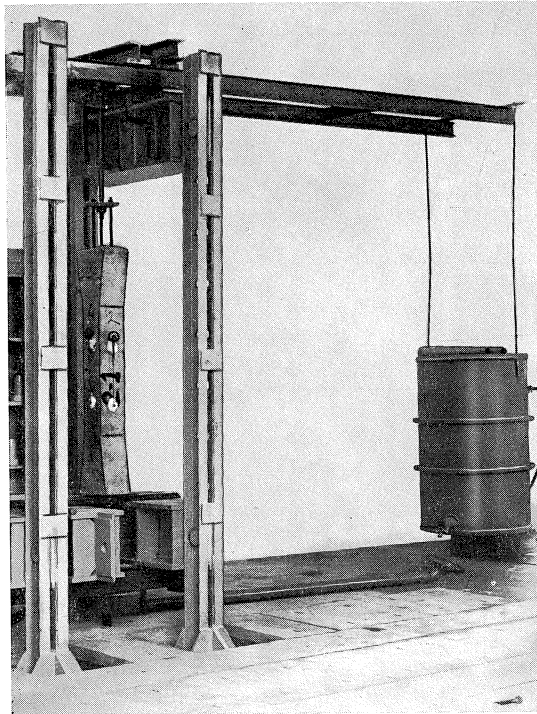


Fig. 1 Schema van de directe trekproef

Fig. 2 Uitvoering van de directe trekproef.

tige spanningsverdeling zal voorkomen (zie fig 1). Ten gevolge van de hogere randspanningen zal de breuk dan veelal optreden ter plaatse van de verbreding, zodat in dat geval geen juiste waarde van de treksterkte wordt verkregen. Fig. 2 geeft een overzicht van de wijze waarop de trekproeven bij het instituut worden verricht. De belasting wordt hier aangebracht door het langzaam met water vullen van een stalen vat, waarvan het gewicht via een hefboom op het proefstuk (doorsnede  $15 \times 15 \text{ cm}^2$ ) wordt overgebracht. De breuk treedt hierbij in de meeste gevallen op in het deel tussen de verbredingen.



Het moge duidelijk zijn, dat het bepalen van de treksterkte op deze wijze geen eenvoudige praktijkproef genoemd mag worden; zelfs voor laboratoriumwerk blijft de proef moeilijk.

b. *De buigproef*

Deze proef is veel eenvoudiger uit te voeren. Hierbij wordt een prismatisch balkje onderworpen aan een drie- of vierpuntsbuigproef (zie fig. 3). Berekent men nu de buigtreksterkte  $\sigma_{bt}$  zoals gebruikelijk met de formule  $\sigma_{bt} = \frac{M}{W}$ ,

waarin  $M$  het breukmoment en  $W$  het weerstandsmoment voorstelt, dan blijkt de gemeten waarde van  $\sigma_{bt}$  bij een driepuntsbuigproef ca. 25% hoger te zijn dan volgens de vierpuntsbuigproef. De reden hiervan kan gelegen zijn in de volgende oorzaken.

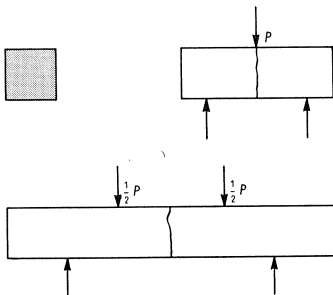


Fig. 3 Bepaling van de buigtreksterkte met behulp van drie- en vierpuntsbuigproef

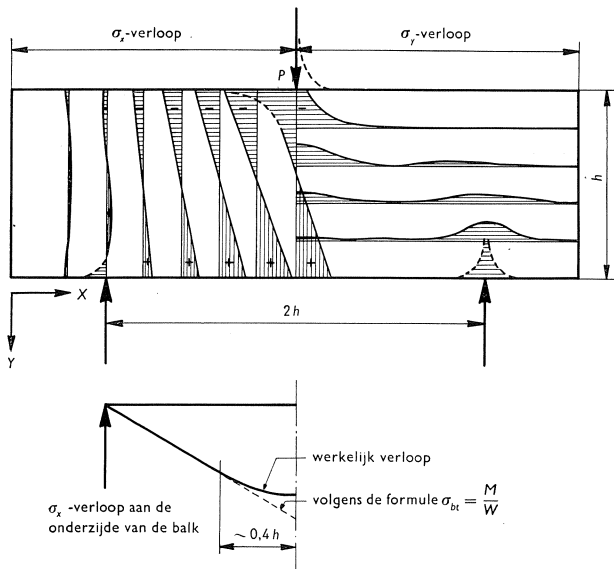


Fig. 4 Spanningsverdeling in een ongewapende buigbalk, bepaald met de spanningsfunctie van Airy.

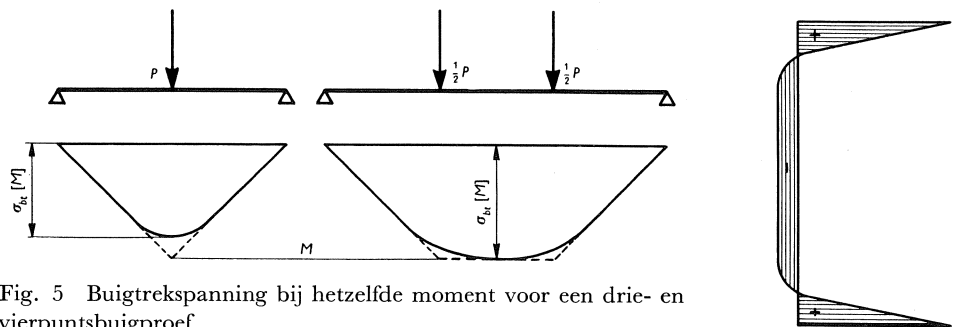


Fig. 5 Buigtrekspanning bij hetzelfde moment voor een drie- en vierpuntsbuigproef

Het is een bekend verschijnsel, dat een puntlast een storingsgebied in de balk veroorzaakt. Deze storing heeft onder de puntlast een vermindering van de met behulp van bovenstaande formule berekende trekspanningen tot gevolg. Dit blijkt duidelijk uit fig. 4, waarin de spanningsverdeling in een buigbalkje is aangegeven. Deze spanningen zijn berekend met behulp van de spanningsfunctie van Airy, waarbij een vlakke spanningstoestand is verondersteld. De oplossing van de biharmonische differentiaalvergelijking geschiedde met behulp van differentiërekening. Daar een vrij grof net is toegepast, moeten de resultaten vooral kwalitatief worden gezien.

In fig. 5 is nu ter vergelijking het trekspanningsverloop aan de onderzijde van een balk bij een drie- en een vierpuntsbuigproef aangegeven. Hieruit blijkt dus, dat bij een driepuntsbuigproef de werkelijk optredende maxi-

male trekspanning bij een bepaald moment altijd lager zal zijn dan die, bepaald uit een vierpuntsbuigproef bij hetzelfde moment. Met een driepuntsbuigproef zal dus een hogere waarde voor de buigtreksterkte worden gevonden dan met een vierpuntsbuigproef.

Een tweede factor, welke een rol speelt, is de plaats van het bezwijken. Bij een driepuntsbuigproef vindt de breuk vrijwel uitsluitend plaats onder de puntlast. De cijfers van de buigtreksterkte hangen dus af van de hoedanigheid van het materiaal daar ter plaatse, dus of *het beton onder de puntlast zwak of sterk is*. Bij een vierpuntsbuigproef treedt buiten het storingsgebied van de puntlasten in het gebied van het constante moment een in alle doorsneden gelijke spanningsverdeling op. De plaats van de breuk wordt dan bepaald door de *zwakste plek in dit gebied*. Dit heeft tot gevolg dat de spreiding bij een driepuntsbuigproef groter zal zijn dan bij een vierpuntsbuigproef, terwijl afgezien van de lastverdelende werking de driepuntsbuigproef gemiddeld hogere waarden zal geven.

Vergelijkt men de treksterkte, bepaald uit de buigproef met die, verkregen uit de directe trekproef, dan blijkt een belangrijk verschil aanwezig te zijn. De oorzaak van dit verschil is het gevolg van de foutieve aanname, waarvan men bij de berekening van de buigtreksterkte uitgaat, t.w. een tot aan de breuk lineair verband tussen spanningen en vervormingen. Aangezien het  $\sigma - \varepsilon$  diagram van beton bij de hogere spanningen aanzienlijk van de wet van Hooke kan gaan afwijken mag aan de uit de formule  $\sigma_{bt} = \frac{M}{W}$  bepaalde buigtreksterkte geen fysische betekenis worden toegekend.

Volgens de gegevens uit de literatuur varieert de verhouding buigtreksterkte uit de vierpuntsbuigproef en de zuivere treksterkte, dus  $\sigma_{bt}/\sigma_{zt}$  van 1,1 tot 2,2. De meest voorkomende waarde is ongeveer 1,6.

De grote spreiding in de verhouding  $\sigma_{bt}/\sigma_{zt}$  moet voor een belangrijk deel mede worden toegeschreven aan de invloed van de krimp. Door de grotere uitdroging aan het buitenoppervlak zal de krimp hier groter zijn dan in het inwendige van het proefstuk. De verkorting ten gevolge van deze krimp kan echter niet plaatsvinden, daar het inwendige deel van het proefstuk zich hiertegen verzet. Uitsluitend ten gevolge van het *verschil* in uitdroging ontstaat een spanningsverdeling als aangegeven in fig. 6. Wordt een buigbalkje nu belast, dan zal in de uiterste getrokken „vezel” de treksterkte reeds vrij spoedig bereikt kunnen zijn, waardoor de buitenste schil scheurt en de werkzame hoogte van het balkje aanzienlijk vermindert. Veelal kan de belasting dan nog verder worden opgevoerd; de resultaten behoren dan echter feitelijk bij deze gereduceerde, onbekende hoogte. Bovendien zullen de scheurtjes kerfspanningen veroorzaken, die het optreden van de uiteindelijke breuk zullen bespoedigen. Een scheurvorming, zoals bovenvermeld, is herhaalde malen geconstateerd, zij het dat de scheurtjes slechts enkele honderdste millimeters wijd waren.

De invloed van de vochtigheid van het proefstuk (m.a.w. het krimpen en zwellen) op de resultaten blijkt ook duidelijk uit enkele proeven van GRAF [1] Hoewel de ouderdom van de proefstukken toeneemt, neemt  $\sigma_{bt}$  sterk af.

Tabel I. De invloed van de vochtigheid van het proefstuk op de buigtreksterkte volgens proeven van Graf. [1]

wijze van bewaren	$\sigma_{bt}$	$\sigma_{bt}$ gem.
1. 7 dagen onder natte zakken	42,4 kg/cm <sup>2</sup> 46,1 „	} 44,2 kg/cm <sup>2</sup>
2. 7 dagen onder natte zakken, vervolgens 10 uur in droge lucht	41,1 „ 42,0 „	
3. 7 dagen onder natte zakken, vervolgens 2 dagen in droge lucht	30,0 „ 30,7 „	} 30,3 „
4. 7 dagen onder natte zakken, vervolgens 7 dagen in droge lucht	28,7 „ 28,9 „	

Een factor, welke de beproevingsresultaten eveneens sterk beïnvloedt, is de snelheid van beproeven. In fig. 7 is een grafiek gegeven, aan WRIGHT [2] ontleend, waarbij de buigtreksterkte gegeven is als functie van de belastingssnelheid. Ondanks het feit, dat de beproefing vrij eenvoudig is, spelen bij de buigproef dus nog een groot aantal factoren een belangrijke rol, zodat ook aan deze proef nog vele onzekerheden kleven.

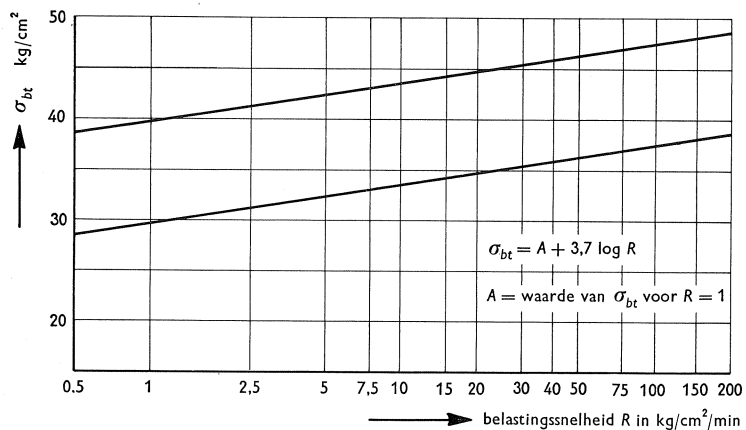


Fig. 7 Invloed van de belastingssnelheid op de buigtreksterkte volgens proeven van Wright [2]

## De splijtproef op cilinders

De methode, welke de laatste tijd steeds meer op de voorgrond treedt, is reeds in 1943 voorgesteld door de Japannees TSUNEO AKAZAVA [3] en in 1953 door de Braziliaan F. CARNEIRO [4]. De door hen uitgevoerde proef bestaat uit het aanbrengen van een drukkracht in de vorm van twee lijnlasten op twee diametraal gelegen beschrijvenden van een cilinder (zie fig. 8a en b). Bij toenemende belasting blijkt, dat de cilinder tenslotte langs het verticale middenvlak CD of een naburig vlak in tweeën splijt. Een onderzoek naar de spanningsverdeling in de cilinder laat zien, dat over het grootste gedeelte van het verticale middenvlak CD een constante gelijkmatig verdeelde trekspanning voorkomt. Het ligt dus voor de hand te veronderstellen, dat met deze wijze van beproeven een indruk wordt verkregen van de treksterkte van het materiaal beton. Deze wijze van beproeven heeft, zoals reeds vermeld, het grote

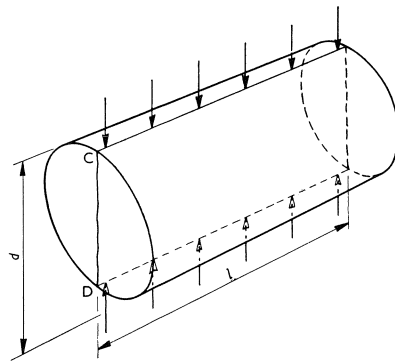
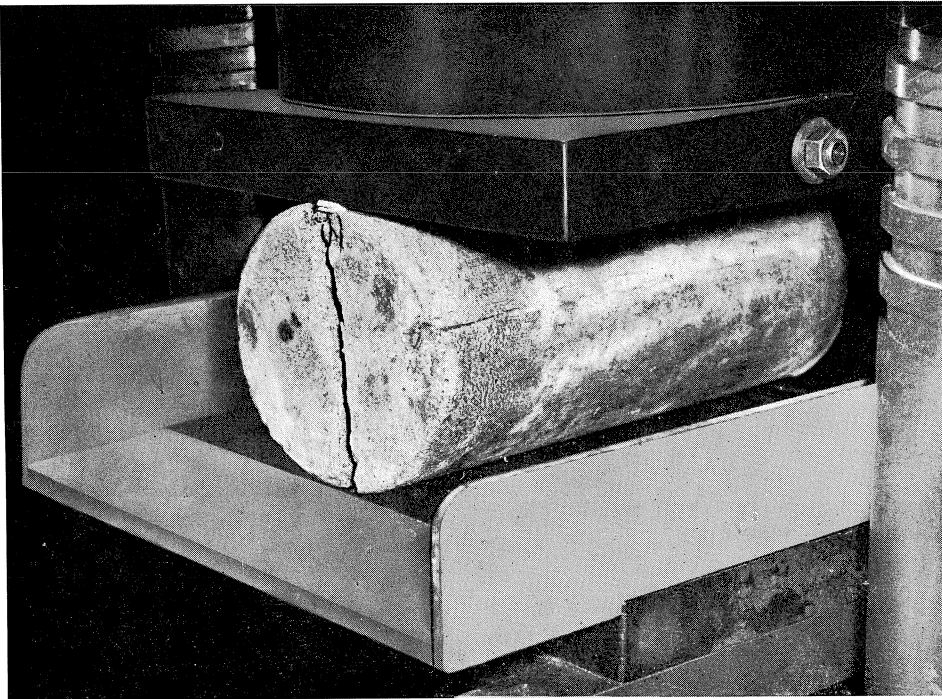


Fig. 8a Wijze van belasten van het splijtproefstuk

Fig. 8b Proefstuk na het splijten



voordeel, dat van een normale drukbank gebruik kan worden gemaakt, terwijl de proef eenvoudig is uit te voeren. Allereerst zal nu de spanningsverdeling in de cilinder worden behandeld.

### *De spanningsverdeling*

De analytische oplossing van dit probleem (zie fig. 9a), waarbij wordt uitgegaan van een vlakke spanningstoestand, is reeds in 1900 door MICHELL [5] gegeven. Het blijkt mogelijk op verrassend eenvoudige wijze met behulp van een bekend veerkrachtsgeval van Boussinesq de spanningsverdeling in de cilinder te bepalen. Beschouw hiertoe (zie fig. 9b) een door de lijn AA begrensde, doch zich verder in alle richtingen oneindig uitstrekkend vlak met een dikte gelijk aan de lengte-eenheid. Plaatst men loodrecht op de lijn AA nu een last  $P$ , dan is de spanningsverdeling in het vlak gegeven door de formules van Boussinesq:

$$\sigma_r = -\frac{2P \cos \alpha}{\pi r}; \quad \sigma_t = 0; \quad \tau_{rt} = 0$$

Op een vlakke-elementje als gegeven in fig. 9c, gelegen op een cirkel met diameter  $d$ , werkt, tengevolge van een belasting  $P$  aan de bovenzijde, dus uitsluitend een normaalspanning, in de richting van het aangrijpingspunt van de last, ter grootte van:

$$\sigma_{r_1} = -\frac{2P \cos \alpha}{\pi r_1} = -\frac{2P}{d}$$

Beschouwen we nu het half-oneindige vlak boven de lijn BB (zie fig. 9d) en de spanningsverdeling hierin ten gevolge van een even grote last  $P$  aan de onderzijde, dan blijkt dat op hetzelfde vlakke-elementje een normaalspanning werkt in de richting van het aangrijpingspunt van deze last ter grootte van:

$$\sigma_{r_2} = -\frac{2P \cos \beta}{\pi r_2} = -\frac{2P}{d}$$

Beide spanningstoestanden kunnen op elkaar worden gesuperponeerd. De beide spanningen  $\sigma_{r_1}$  en  $\sigma_{r_2}$ , welke beide hoofdspansingen zijn en loodrecht op elkaar staan, zijn bovendien gelijk, zodat de spanningscirkel van Mohr in dit geval tot een spanningspunt wordt gereduceerd. De normaalspanning is

dus voor elk vlakke-elementje door het beschouwde punt dezelfde. Op een elementje van de omtrek van de cirkel werkt dus een radiale spanning  $\sigma_r = -\frac{2P}{d}$ , die

dus voor alle punten van de cirkelomtrek even groot is. Snijden we nu uit de schijf AABB de cirkel met diameter  $d$ , dan verandert er niets aan de berekende spanningstoestand, als men langs de omtrek

### **Lijst van notaties**

$P$	de totale belasting op een proefstuk
$d$	diameter van een cilinder
$l$	lengte van een cilinder
$a$	ribbe van een kubus
$F$	oppervlak splijtvlak
$\sigma_{zt}$	zuivere treksterkte, bepaald uit trekproef
$\sigma_{bt}$	buigtreksterkte, bepaald uit buigproef
$\sigma_{splijt}$	splijtsterkte, bepaald uit splijtproef
$\sigma_d$	kubus-druksterkte
$\Delta$	maaswijdte van het differentienet
$c$	breedte, waarover de last aangrijpt
$M$	buigend moment
$W$	weerstandsmoment



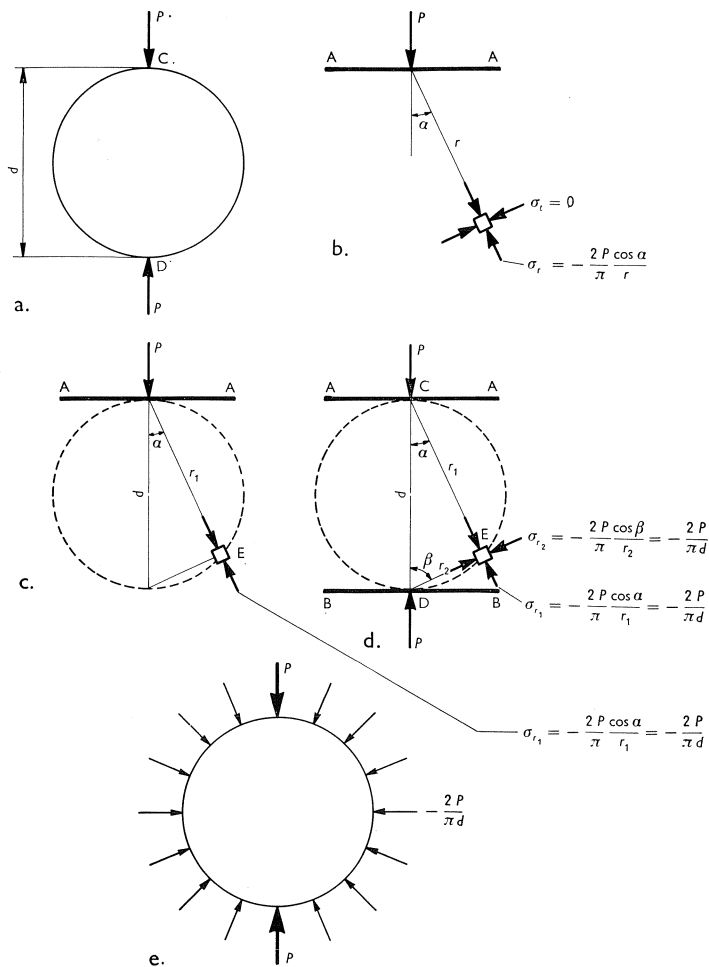


Fig. 9 Afleiding van de spanningsverdeling in een cirkelvormige schijf belast door twee diametraalaangebrachte puntlasten.

deze constante radiale drukspanning aanbrengt (zie fig. 9e). Om het belastingsgeval van fig. 9a te verkrijgen is slechts nodig op het laatste belastingsgeval (fig. 9e) een alzijdige trekspanningstoestand te superponeren, zodanig dat de omtrek van de cirkel spanningsvrij wordt. Hierdoor wordt dus binnen de cirkel in elk punt en in elke richting een trekspanning  $\sigma = \frac{2P}{d}$  veroorzaakt.

Voor de horizontale spanningen op het verticale middenvlak CD vinden we dus tengevolge van:

$$\begin{aligned} \text{de beide puntlasten } P : & \quad \sigma_t = 0 \\ \text{de alzijdige trekspanningstoestand: } & \quad \sigma_t = \frac{2P}{d}. \end{aligned}$$

Er resulteert dus op het verticale middenvlak een constante gelijkmatig verdeelde trekspanning ter grootte van  $\sigma = \frac{2P}{d}$ .

Voor een cilinder met lengte  $l$  vinden we dus voor de horizontale spanning op het verticale middenvlak: 
$$\sigma = \frac{2P}{\pi dl} = \frac{2P}{\pi F} = 0,64 \frac{P}{F},$$

als  $F$  het oppervlak van het verticale middenvlak, het spleitvlak, voorstelt.

Als bijzonderheid kan nog worden opgemerkt, dat in de aangrijpingspunten van de beide lasten  $P$  op het verticale middenvlak horizontale krachten werken, waarvan de grootte onmiddellijk volgt uit het horizontale evenwicht (zie fig. 10a). Deze krachten veroorzaken daar oneindig grote drukspanningen. In werkelijkheid zal de lijnbelasting over een bepaalde breedte  $c$  verdeeld zijn. Hierbij behoort een spanningsverdeling als is aangegeven in fig. 10b.

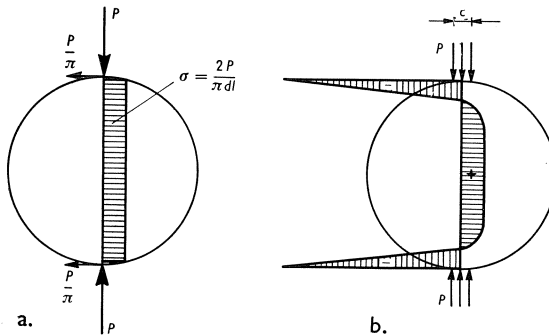


Fig. 10 Spanningsverdeling in de verticale middendoorsnede van een cirkelvormige schijf bij een zuivere puntlast en bij een belasting verdeeld over een breedte  $c$ .

Bij de bepaling van de spanningsverdeling is stilzwijgend verondersteld, dat het beschouwde materiaal homogeen, isotroop en elastisch is en voldoet aan de wet van Hooke. Beton voldoet echter slechts gedeeltelijk aan deze voorwaarden, met name wat betreft de wet van Hooke. Ook voor de trekspanningen geldt, dat bij toenemende spanningen de afwijkingen van de wet van Hooke groter worden en dat tenslotte zelfs een min of meer plastisch verloop in het  $\sigma - \epsilon$  diagram kan optreden. In hoeverre de gelijkmatige trekspanningsverdeling over het verticale middenvlak hierdoor wordt beïnvloed, is niet direct te zeggen. Wel lijkt het aannemelijk dat, wanneer in het materiaal plastische vervormingen voorkomen, de belasting verder kan worden opgevoerd, doordat ook de minder belaste delen relatief meer aan de krachtswerking gaan deelnemen. Dit statisch onbepaalde karakter van de spanningsverdeling bij hogere spanningen kan de oorzaak zijn van een grotere breukkracht  $P$ , dan men op grond van de zuivere treksterkte zou verwachten.

#### *De invloed van de afmetingen van de lijnlasten*

Langs theoretische weg is door WRIGHT [6] aangetoond, dat zolang  $c < 1/10 d$ , de trekspanning over ongeveer  $3/4$  van de diameter onveranderd blijft. De horizontale drukspanning onder de puntlast (fig. 10b) blijkt een veelvoud van deze trekspanning te zijn. Bij geen der verrichte proeven bleek echter het beton onder de puntlasten te verbrijzelen. Dit moet in de eerste plaats worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat de druksterkte van beton een veel-

voud is van de treksterkte. Ten tweede kunnen, tengevolge van de triaxiale spanningstoestand, onder de lijnlast waarschijnlijk veel hogere spanningen optreden dan de maximale drukspanning verkregen uit de kubusproef.

Door WRIGHT zijn eveneens proeven uitgevoerd over de invloed van de tussenlaag. Hiertoe werd zowel de breedte als de hoogte van de tussenlaag gevarieerd, terwijl ook verschillende materialen werden toegepast. De beste resultaten werden verkregen met 3 mm triplex met een breedte van 12 mm.

#### *De invloed van de grootte van het proefstuk*

WRIGHT heeft hiertoe proeven uitgevoerd met groepen van 5 cilinders, waarvan de diameter en lengte varieerden (zie tabel II). Uit deze tabel blijkt, dat de lengte van het proefstuk weinig invloed uitoefent. Verkleining van de diameter geeft echter een verhoging van de gevonden spanningen. Dit laatste is een algemeen bekend verschijnsel, dat b.v. ook bij kuben optreedt.

Tabel II Invloed van de grootte van het proefstuk volgens proeven van WRIGHT [6]

grootte van de cilinders $d \times l$ in	gemiddelde splijtspanning lbs/sq. in	standaardafwijking	
		lbs/sq. in	standaardafwijking %
6 × 12	470	19	4
6 × 6	455	36	8
6 × 3	470	37	8
4 × 4	510	39	7,5

#### *De invloed van de wijze van verharden*

Door EFSSEN en GLARBO [7] zijn enkele proeven uitgevoerd om dit punt te onderzoeken (zie tabel III). Bij deze proeven bleek de splijtspanning dus onafhankelijk te zijn van de wijze van verharden. Dit zou een groot voordeel zijn ten opzichte van de buigproef, waar de invloed van de wijze van verharden zeer groot is (zie tabel I).

Tabel III De invloed van de wijze van verharden volgens EFSSEN en GLARBO [7]

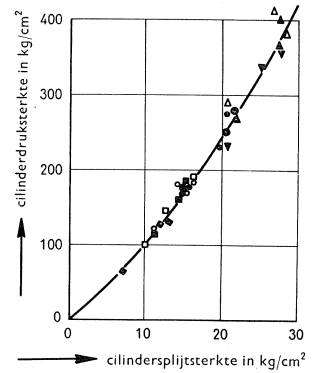
soort cement	hoeveelheden kg/m <sup>3</sup>				zetmaat cm	verharding in dagen		W/C-factor	$\sigma_{splijt}$ kg/cm <sup>2</sup>	standaardafwijking %
	cem.	zand	aggr.	water		o.w.* + a.l.*				
normale P.C.	278	815	995	200	10	10	+ 18	0,72	24,7	24,1
					18	28			23,2	5,9
snel verhardend	246	816	1020	200	4	4	+ 10	0,81	24,0	7,6
					–	14			24,0	6,6
Extra snel verhardend	230	830	1020	200	8	2	+ 5	0,87	22,1	6,8
					5	7			24,7	6,6

\* o.w. = onder water; a.l. = aan de lucht

Fig. 11 Verband tussen splijt- en druksterkte volgens beproevingsresultaten van Carneiro en Barcellis. [4] Ouderdom bij beproeven 7, 28 en 84 dagen. Zowel de betonsamenstellingen als de ouderdom bij beproeven werden gevarieerd.

*Het verband tussen de splijtsterkte, de zuivere treksterkte, de buigtreksterkte en de druksterkte*

Teneinde het verband te onderzoeken tussen de splijtsterkte ( $\sigma_{splijt}$ ) en de zuivere treksterkte ( $\sigma_{zt}$ ), zijn bij TNO een drietal oriënterende proeven uitgevoerd. Om de invloed van de uitdroging te vermijden, werden de proefstukken tot het ogenblik van beproeven in een vochtige omgeving bewaard



W/C factor	max. korrelgrootte in mm		
	4,5	19	38
0,45	▼	▲	▲
0,65	○	●	●
0,85	◆	□	■

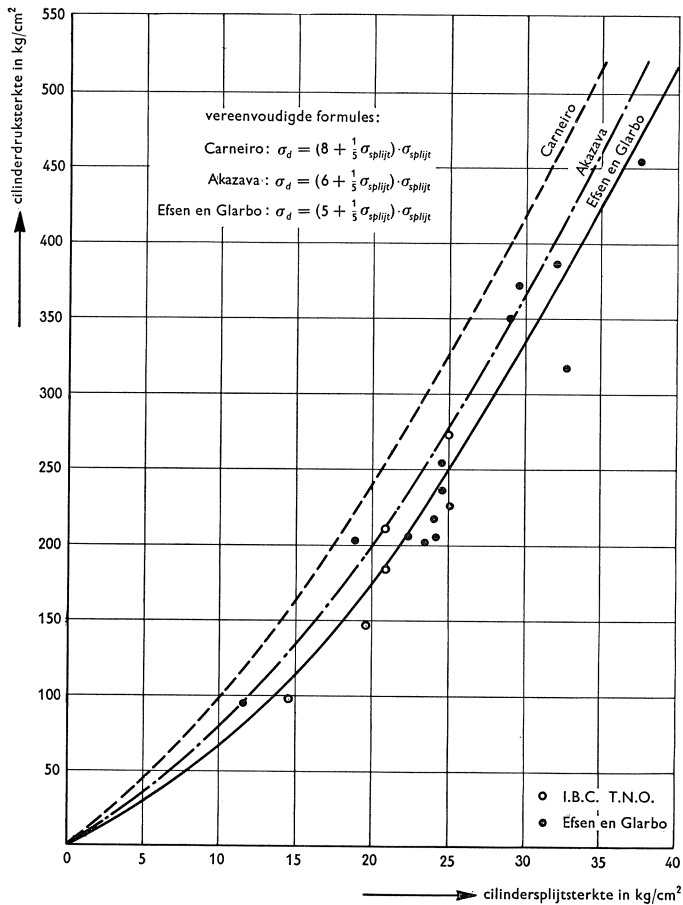


Fig. 12 Verband tussen de cilindersplijtsterkte en de cilinderdruksterkte volgens verschillende onderzoekers overgenomen uit [7] en aangevuld met eigen resultaten.

en ook tijdens de proef met natte doeken afgedekt. Gevonden werd gemiddeld  $\sigma_{spleijt} \approx 1,05 \sigma_{zt}$ . De spleijtsterkte bleek, bij dit helaas nog geringe aantal proeven, dus vrijwel gelijk te zijn aan de zuivere treksterkte.

Ook het verband tussen de spleijtsterkte en de buigtreksterkte  $\sigma_{bt}$  (uit een driepuntsbuigproef) werd aan een serie van  $17 \times 2$  proefstukken van verschillende ouderdom onderzocht. Gevonden werd  $\frac{\sigma_{bt}}{\sigma_{spleijt}} = 1,7 - 1,8$

Ook hier werden de proefstukken, om de invloed van de uitdroging te elimineren tot en tijdens de beproeving in een vochtige omgeving gehouden.

Hoewel het aantal proeven vrij gering is en verschillende invloeden niet zijn onderzocht, blijkt de verhouding  $\sigma_{bt}/\sigma_{zt}$ , welke uit de verkregen verhoudingen  $\sigma_{spleijt}/\sigma_{zt}$  en  $\sigma_{bt}/\sigma_{spleijt}$  kan worden afgeleid, redelijk met de uit de literatuur bekende gegevens te kloppen. Een uitgebreid onderzoek op dit punt zal echter nodig zijn.

Uit de literatuur blijkt verder dat veel aandacht is besteed aan het verband tussen druksterkte en spleijtsterkte. In fig. 11 en 12 is dit verband grafisch weergegeven [4] en [7]. Hoewel een zekere spreiding voorkomt, blijkt een redelijk verband aanwezig te zijn.

## De kubusspleijtproef

### Algemeen

Het bepalen van de treksterkte aan de hand van cilinders kan vooral met voordeel worden gebruikt in de Angelsaksische landen, waar de cilinder ook gebruikt wordt voor het bepalen van de druksterkte. Met één type proefstuk kan dan zowel de druk- als de treksterkte worden bepaald, terwijl bovendien volstaan kan worden met één type drukbank.

Aangezien in Nederland en een groot aantal Europese landen de druksterkte wordt bepaald aan de hand van kubus, werd een onderzoek uitgevoerd om na te gaan in hoeverre de spleijtproef op kubus bruikbare resultaten zou geven. Daar de hoeken bij de kubusspleijtproef (zie fig. 13b) tijdens het belasten vrijwel spanningsloos zullen zijn, mag worden verwacht, dat de resultaten slechts weinig zullen verschillen van die, gevonden bij de spleijtproef op een cilinder met diameter gelijk aan de zijden van de kubus.

De spanningsverdeling bij een kubus is op twee wijze onderzocht:  
 a) theoretisch met behulp van de spanningsfunctie van Airy;  
 b) langs foto-elastische weg.

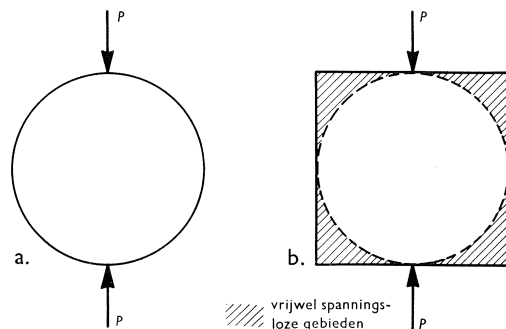


Fig. 13 Cilinder- en kubusspleijtproef.

Hierna is een aantal proeven uitgevoerd, waarbij de resultaten van cilinder- en kubussplijtproef met elkaar zijn vergeleken.

*Theoretische oplossing van de spanningsverdeling m.b.v. de spanningsfunctie van Airy.*

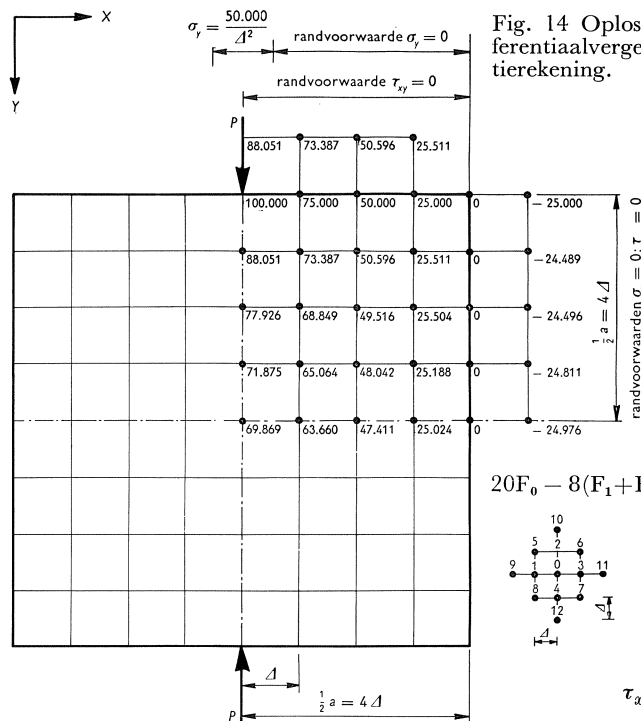
Vat men het belastingsgeval weer op als een vlakke spanningstoestand, dan wordt het probleem beheerst door de spanningsfunctie van Airy. De oplossing van de biharmonische differentiaalvergelijking geschiedde met behulp van differentierekening. De wijze waarop dit geschiedde is in fig. 14 in een beknopte samenvatting weergegeven. In fig. 15 is de spanningsverdeling aangegeven over het splijtvlak. Hoewel de puntlast ten gevolge van een vrij grof differentienet bij de berekening in feite verdeeld is over een afstand  $\Delta = \frac{1}{8} a$ , blijkt toch in het middenvlak over een grote hoogte een constante trekspanning aanwezig te zijn.

De grootte van de splijtspanning bedraagt

$$\sigma_{\text{splijt}} = \sigma_x = 0,65 \frac{P}{a}$$

Wordt ook de lengte van het proefstuk ingevoerd (=lengte lijnlast) dan geldt

$$\sigma_{\text{splijt}} = 0,65 \frac{P}{F},$$



Biharmonische differentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \Delta \Delta F = 0.$$

waarin F de spanningsfunctie van Airy is.

Schrijft men deze vergelijking in differentievorm, dan moet voor elk punt „0” van het oppervlak gelden:

$$20F_0 - 8(F_1 + F_2 + F_3 + F_4) + 2(F_5 + F_6 + F_7 + F_8) + (F_9 + F_{10} + F_{11} + F_{12}) = 0.$$

Voorts is:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \approx \frac{F_2 + F_4 - 2F_0}{\Delta^2}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \approx \frac{F_1 + F_3 - 2F_0}{\Delta^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \approx -\frac{(F_5 - F_6) - (F_8 - F_7)}{4\Delta^2}$$

De ordinaten F zijn, rekening houdend met de randvoorwaarden, opgelost en in bovenstaande figuur aangegeven voor  $P = \frac{50000}{\Delta} = \frac{400000}{a}$

waarin  $F$  weer het oppervlak van het splijtvlak voorstelt. Deze formule wijkt slechts zeer weinig af van de formule, gevonden voor de cilinderproef (zie p. 112).

In fig. 16 zijn de hoofdspansings-trajectoriën getekend. Ook hier ziet men duidelijk de cirkelvorm naar voren komen.

*Bepaling van de spanningsverdeling door middel van een foto-elastisch onderzoek*

De langs deze weg bepaalde spanningsverdeling over het splijtvlak is eveneens in fig. 15 gegeven. De overeenkomst met de theoretisch bepaalde spanningen is zeer goed. Daar de belasting bij het foto-elastisch onderzoek over een kleinere breedte was aangebracht dan bij de theoretische berekening, trad de gelijkmatige spanningsverdeling over een grotere hoogte op. Ook in dit geval kan men stellen

$$\sigma_{\text{splijt}} = 0,65 \frac{P}{F}$$

In fig. 17 zijn een tweetal foto's afgebeeld, aangevend de isochromen (lijnen van gelijk hoofdspansingsverschil) voor een cirkelvormige en een vierkante doorsnede. De overeenkomst van beide is treffend.

Op grond van de zeer goede overeenkomst in de spanningsverdeling in het middenvlak bij een cilinder en een kubus, mag men dus verwachten, dat de kubussplijtproef dezelfde resultaten zal geven als de cilindersplijtproef.

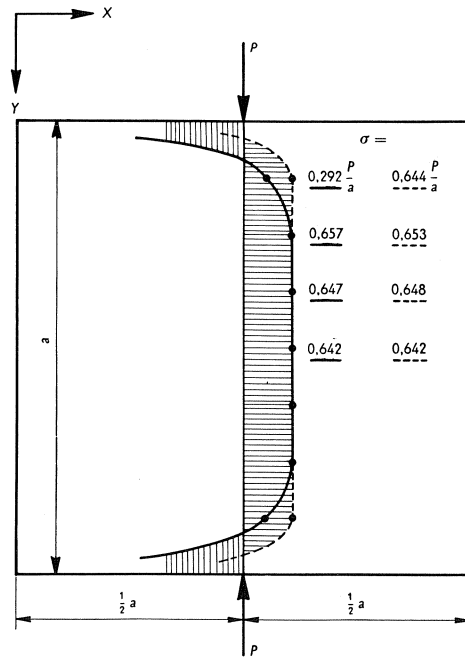


Fig. 15 Spanningsverdeling  $\sigma_x$  over het splijtvlak bij de kubusproef.

— theoretisch m.b.v de spanningsfunctie van Airy.  
 - - - foto-elastisch

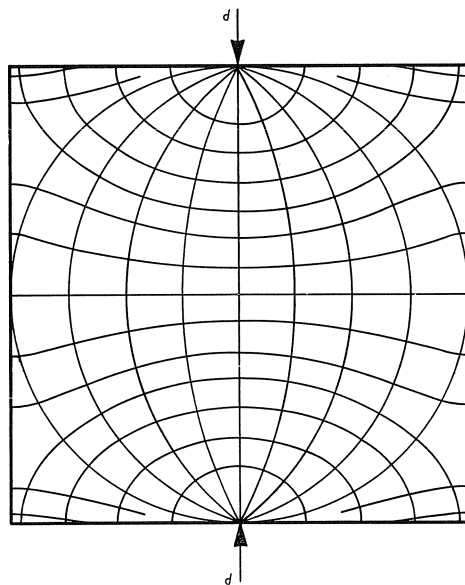


Fig. 16 Hoofdspansingstrajectoriën bij de kubussplijtproef.

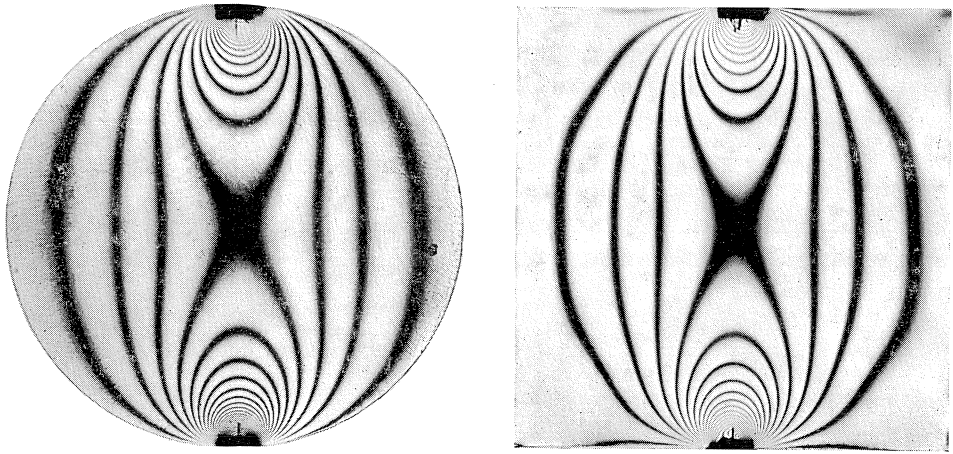


Fig. 17 Isochromen verkregen uit foto-elastisch onderzoek voor cilinder en kubus

*Vergelijkingsproeven op cilinders en kuben*

Teneinde de slijtspanning bij kuben te vergelijken met die bij cilinders zijn van elk type 9 proefstukken vervaardigd. Toegepast werd een trilbetonmengsel 1 : 3 : 4 met 290 kg P.C./m<sup>3</sup>. De watercementfactor bedroeg 0,48. De proefstukken werden tot het ogenblik van beproeven in vochtige omgeving bewaard. Als tussenlaag werd zowel voor de cilinders als voor de kuben 2 mm

dik triplex gebruikt met een breedte van 12 mm. De resultaten zijn samengevat in tabel IV. Uit de tabel blijkt, dat met de slijtproef op kuben dezelfde resultaten worden verkregen als met de slijtproef op cilinders. In fig. 18 is een foto van de kubusslijtproef gegeven.

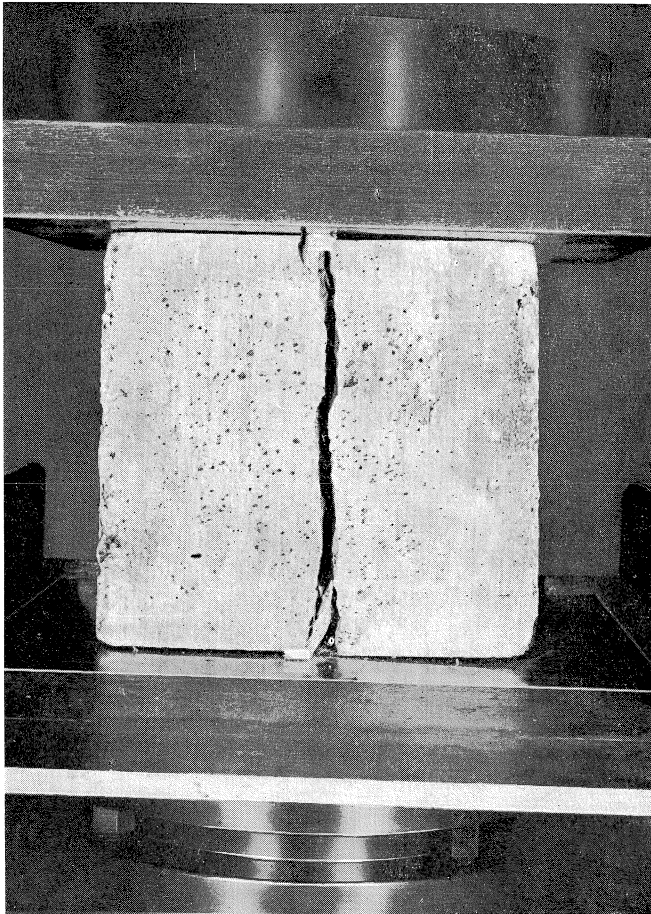


Fig. 18 Kubusslijtproef



Tabel IV Vergelijking van de resultaten van cilinder- en kubusplijtproof

splijtproof door middel van:	cilinders	kuben
formule:	$\sigma_{splijt} = 0,64 \frac{P}{F}$	$\sigma_{splijt} = 0,65 \frac{P}{F}$
gemiddelde splijtspanning in kg/cm <sup>2</sup>	26,4	26,1
standaard-afwijking in kg/cm <sup>2</sup>	2,1	1,4
standaard-afwijking in %	8,1	5,3

### Literatuur

- [1] GRAF, O., Die Eigenschaften des Betons. Springer, Berlin 1950.
- [2] WRIGHT, P. J. F., The effect of the method of test on the flexural strength of concrete. Magazine of concrete research, **4**, no 11, oct. 1952. p. 67-76.
- [3] AKAZAVA, T., Journal Japanese Civil Engineering Institute, nov. 1943 en Tension test method for concretes, in RILEM Bulletin no 16, nov. 1953, p. 11-23.
- [4] CARNEIRO, F. L. L. and A. BARCELLIS, Tensile strength of concretes. RILEM, Bulletin no 13, maart 1953. p. 97-123.
- [5] HARTOG, J. P. DEN, Advanced strength of materials. McGraw Hill, New York 1952.
- [6] WRIGHT, P. J. F., Comments on an indirect tensile test on concrete cylinders. Magazine of concrete research, **7**, no. 20, juli 1955, p. 87-96.
- [7] EFSEN, A. and O. GLARBO, Tensile strength of concrete determined by cylinder splitting tests. Beton og jernbeton **8** (1956) no. 1, p. 33-39.
- [8] Indirect tensile test on concrete cylinders. Preliminary investigations. Rapport BI-55-19. I.B.C.-T.N.O.
- [9] A new indirect tension test for concrete. Theoretical analysis and preliminary experiments. Rapport BI-56-6. I.B.C.-T.N.O.
- [10] ZELGER, C., Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Betonzugfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau **51** (1956) no 6, p. 139-140.

### Summary

Though the tensile strength of concrete is one of the most important properties of this material it is difficult to determine the right value. A method which attracted attention lately is the cylinder splitting test which appears to be a simple method to determine the tensile strength. An investigation has been carried out to trace the possibility of determining the tensile strength by splitting cubes. Theoretically as well as experimentally it could be ascertained that there is a striking agreement between the splitting test on cubes and on cylinders. To the interest of those countries, in which the cube is the standard test piece, it appears possible to determine the tensile and the compressive strength with the same type of test piece (cubes) and the aid of the same apparatus (compression machine).