

DE WAARSCHUWING VAN DE BREUK BIJ OP BUIGING BELASTE, ÉÉNZIJDIG GEWAPENDE, RECHTHOEKIGE BETONBALKEN

Een belangrijke factor bij de bepaling van de grootte van de te eisen veiligheidscoëfficiënt voor constructies is de mate, waarin waarschuwing optreedt vóór het bezwijken van de constructie. Treedt geen waarschuwing op, dan moet een hogere veiligheidscoëfficiënt ten opzichte van breuk geëist worden. In onderstaand artikel is getracht deze mate van waarschuwing vast te leggen in een zg. „waarschuwingcoëfficiënt”. Hierbij is aangenomen, dat een zichtbare waarschuwing aanwezig is, als aan de onderzijde van de balk een rek van 5‰ optreedt, dat wil dus zeggen, bijvoorbeeld 5 scheuren van 1 mm breedte per meter. Voor verschillende gevallen is de grootte van de waarschuwingcoëfficiënt berekend.

Inleiding

Wordt bij een op buiging belaste gewapend betonbalk de belasting geleidelijk opgevoerd, dan is het wenselijk, dat, alvorens breuk optreedt, bij een bepaalde belasting p_1 zodanige, met het blote oog zichtbare, vervormingen en scheuren optreden, dat de waarnemer de gelegenheid krijgt voorzieningen te treffen, ten einde calamiteiten te voorkomen. De waarschuwing van de breuk is des te beter, naarmate de verhouding van de breukbelasting p_{br} en p_1 groter is. De mate van waarschuwing kan dus worden uitgedrukt in een zg. *waarschuwingcoëfficiënt* w , waarvoor geldt:

$$w = p_{br}/p_1 \dots \dots \dots (1)$$

Is $w \leq 1$, dan is er geen waarschuwing van de breuk. Tijdens of vóór het waarnemen van de verontrustende scheuren en vervormingen, bezwijkt de constructie. Is $w > 1$, dan is er een bepaalde waarschuwing en treedt breuk op bij een grotere belasting dan die, waarbij de verontrustende verschijnselen werden waargenomen.

Voor een nadere bestudering van de waarschuwingscoëfficiënt is het in de eerste plaats noodzakelijk criteria op te stellen, waarmee de belasting p_1 , waarbij „verontrustende verschijnselen” optreden, kan worden bepaald. Gezien de psychologische factoren, die hierbij een rol spelen, zullen deze criteria altijd betrekkelijk zijn en daardoor meer het karakter krijgen van een conventionele eis. Als mogelijke kenmerken, welke aanleiding kunnen geven tot verontrusting, kunnen worden genoemd:

- a) de doorbuigingen,
- b) de grootte van de scheuren,
- c) het aantal scheuren.

Ten aanzien van de doorbuigingen kan worden opgemerkt, dat dit kenmerk niet algemeen geldend is, omdat het al of niet zichtbaar zijn van de doorbuiging in sterke mate afhankelijk is van de zegg, die door de ontwerper aan de balk is gegeven.

Ook de scheurvorming is geen algemeen geldend kenmerk, omdat in de gevallen, waarbij de betonconstructie is bekleed, eventueel optredende scheuren soms in het geheel niet worden waargenomen.

Wil men, ondanks het betrekkelijke karakter van de waarschuwing toch hiervoor een voorschrift geven, dan kan men van de overweging uitgaan, dat de genoemde kenmerken alle min of meer samenhangen met de rek aan de onderzijde van de balk. Het verdient daarom aanbeveling als criterium voor de belasting p_1 een bepaalde rek aan de trekzijde van de balk in te voeren.

Voorgesteld wordt voor deze „verontrustende” rek een waarde van 5‰ in te voeren op de volgende gronden:

- a) Een rek van 5‰ correspondeert met b.v. 1 scheur van 5 mm per meter of b.v. 5 scheuren van 1 mm per meter. Bij scheurafstanden, variërend tussen 20 cm en 100 cm, treden dus bij deze rek duidelijk zichtbare scheuren op.
- b) De waarde van 5‰ rek correspondeert bij benadering met de conventionele rekgrens voor staal-soorten, die geen uitgesproken vloeigrens hebben (0,2‰ rekgrens).
- c) De waarde van 5‰ geeft een goede

Lijst van notaties

b	breedte van de balk
D	drukresultante
f_y	totale doorsnede van het staal
h	nuttige hoogte van de balk
M_{br}	breukmoment, berekend onder aanname van een gescheurde trekzone
M_s	scheurmoment
$M_{0,5\%}$	buigend moment, waarbij aan de trekzijde van de balk een rek van 0,5% optreedt
p_{br}	breukbelasting
p_1	belasting, waarbij zichtbaar vervormingen en/of scheuren optreden
T	trekresultante
w	waarschuwingscoëfficiënt
x	afstand neutrale lijn tot bovenzijde balk (hoogte drukzone)
$\alpha \sigma_{bs}$	gemiddelde betonspanning in de drukzone
βx	afstand drukresultante tot bovenzijde balk
ε_{bs}	breukstuik van beton
ε_y	rek van het staal
$\mu = f_y/bh$	wapeningspercentage
σ_{bs}	druksterkte van het beton
σ_{bt}	buigtreksterkte van het beton
$\sigma_{y_{br}}$	spanning in de wapening bij breuk van de balk (gescheurde trekzone)
σ_{y_v}	vloeigrens van het staal
$\sigma_{y_{0,2\%}}$	(conventionele) vloeigrens: spanning, waarbij een blijvende rek van 0,2% optreedt
$\omega =$	σ_{bs}/μ

aansluiting aan de door Prof. RÜSCH voorgestelde berekeningsmethode voor de controle van het breukmoment. Prof. RÜSCH stelt nl. voor, de z.g. kritieke toestand te definiëren als die toestand waarbij o.a. een rek in het staal optreedt van 5‰. (zie I.B.C.-Mededelingen, 3 (1955) no. 4, Okt., p. 137 e.v.).

Aannemende, dat er een lineair verband bestaat tussen de belasting p en het buigende moment M , hetgeen alleen bij statisch bepaalde constructies exact juist is, kan de formule voor de waarschuwingscoëfficiënt als volgt worden getransformeerd:

$$w = M_{br}/M_{0,5\%} \dots \dots \dots (2)$$

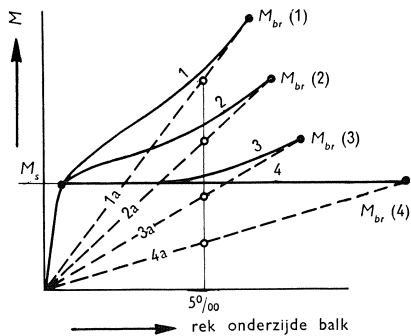


Fig. 1. Verband tussen buigend moment en rek aan de onderzijde van een balk.

In fig. 1 is voor verschillende wapeningspercentages schetsmatig aangegeven, hoe het verloop van de rek aan de onderzijde van de balk ten opzichte van het buigende moment is. In de figuur zijn 4 gevallen onderscheiden, aangegeven met de nummers 1, 2, 3 en 4. Het wapeningspercentage is voor geval 1 het grootste en neemt achtereenvolgens af. De lijnen 1a, 2a, 3a en 4a geven het verloop aan voor het geval de betontrekzone vanaf het begin van de belasting, b.v. door krimp- en temperatuurscheuren, uitgeschakeld is

voor het opnemen van trekspanningen. De lijnen 1 t/m 4 hebben betrekking op de gevallen, dat de betontrekzone bij de nul-belasting ongescheurd en spanningsloos is. In deze gevallen werkt de betontrekzone tot aan het scheurmoment volledig mee. Bij de lagere wapeningspercentages kan dan vrij plotseling breuk optreden. Gezien in het licht van „de waarschuwing van de breuk” is het daarom beter voor die gevallen, waarbij $M_{0,5\%} \leq M_s$ in bovenstaande formule in plaats van $M_{0,5\%}$ het scheurmoment M_s in te voeren.

Uit de grafiek blijkt tevens, dat bij de hogere wapeningspercentages de invloed van het meewerken van de betontrekzone op $M_{0,5\%}$ steeds kleiner wordt. Voor die gevallen kan men dus de verhouding $w = M_{br}/M_{0,5\%}$ bij benadering gelijkstellen aan de verhouding van de staalspanningen. Neemt men bovendien aan, dat de staalspanning waarbij de totale rek 5‰ is, bij benadering gelijk is aan de (conventionele) vloeigrens $\sigma_{y0,2\%}$, dan worden de formules voor de waarschuwingscoëfficiënt dus als volgt:

a) Betontrekzone reeds uitgeschakeld door de aanwezigheid van scheuren:

$$w = \sigma_{ybr}/\sigma_{y0,2\%} \dots \dots \dots (3)$$

b) Betontrekzone in tact:

Hierbij geldt dezelfde formule, met dien verstande, dat de waarschuwingscoëfficiënt niet groter kan worden dan: $w = M_{br}/M_s$.

Het breukmoment M_{br} wordt, als men de inwendige hefboom bij breuk op $0,8 h$ schat: $M_{br} = 0,8 \mu bh^2 \sigma_{ybr}$.

Het scheurmoment M_s wordt in hoofdzaak bepaald door de buigtreksterkte van het beton. Stelt men de buigtreksterkte op ongeveer $1/6$ à $1/7$ van de betondruksterkte σ_{bs} , dan geldt:

$$M_s = 1/6 \sigma_{bt} bh^2 = 1/36 \text{ à } 1/42 \sigma_{bs} bh^2.$$

Men vindt dan:

$$w \approx 30 \mu \sigma_{ybr} / \sigma_{bs} \dots \dots \dots (4)$$

In het navolgende zullen voor verschillende staalsoorten en verschillende wapeningspercentages de waarden van w worden berekend. De waarde van $\sigma_{y0,2\%}$ is over het algemeen bekend uit de keuringsresultaten van het staal. De bepaling van de waarde van σ_{ybr} vereist echter enig rekenwerk. Daarom zal eerst een methode worden aangegeven, waarmee σ_{ybr} op eenvoudige wijze is te bepalen.

Berekening van de spanning in de wapening bij breuk van de balk

In figuur 2 is aangegeven het verloop van de spanningen en de specifieke vervormingen over de hoogte van de balk in de breuktoestand.

Op eenvoudige wijze is nu af te leiden:

$$x = \frac{\epsilon_{bs}}{\epsilon_{bs} + \epsilon_y} h \dots \dots \dots (5)$$

$$D = \alpha x b \sigma_{bs} \dots \dots \dots (6)$$

$$T = \sigma_y f_y = \sigma_y \mu bh \dots \dots \dots (7)$$

Gelijkstelling van D en T levert:

$$\sigma_y = \frac{\alpha x \sigma_{bs}}{\mu h} \dots \dots \dots (8)$$

of na substitutie van (5) in (8):

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{\sigma_{bs}}{\mu} \frac{\alpha \epsilon_{bs}}{\epsilon_{bs} + \epsilon_y} = \\ &= \omega \frac{\alpha \epsilon_{bs}}{\epsilon_{bs} + \epsilon_y} \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

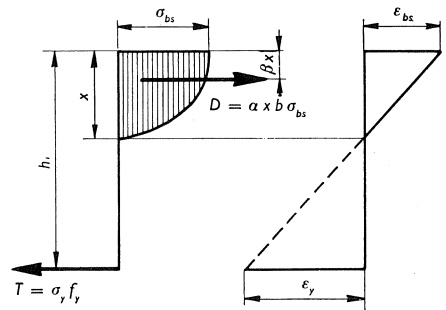


Fig. 2. σ - en ϵ -verloop over de hoogte van een balk in de breuktoestand.

Indien α en ϵ_{bs} zijn gegeven, kunnen lijnen worden getekend, waarbij voor diverse waarden van ω , σ_y als functie van ϵ_y wordt uitgezet. In deze figuur kunnen nu tevens de σ - ϵ diagrammen van het staal worden getekend. De bij breuk optredende staalspanning volgt uit het snijpunt van de gegeven ω -lijn en het σ - ϵ diagram van het staal.

Bij de gebruikelijke betonkwaliteiten geldt: $\alpha = 0,80$.

In fig. 3a zijn voor $\epsilon_{bs} = 2\text{‰}$ de genoemde ω -lijnen getekend, alsmede drie voorkomende σ - ϵ diagrammen van het staal en wel

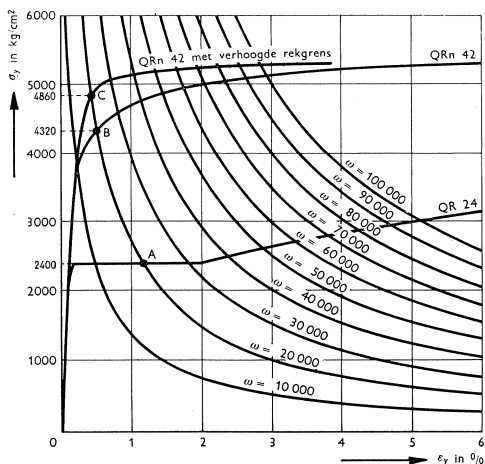


Fig. 3a. Verband tussen σ_y en ε_y voor diverse waarden van $\omega = \sigma_{bs}/\mu$ en voor $\alpha = 0,80$ en $\varepsilon_{bs} = 2^0/00$.

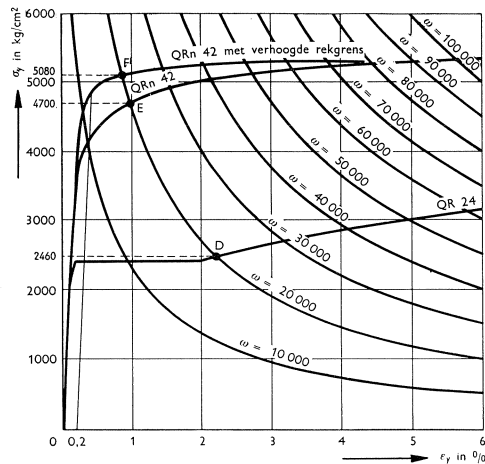


Fig. 3b. Verband tussen σ_y en ε_y voor diverse waarden van $\omega = \sigma_{bs}/\mu$ en voor $\alpha = 0,80$ en $\varepsilon_{bs} = 4^0/00$.

een diagram voor QR 24

een diagram voor QRn 42

een diagram voor een staalsoort, overeenkomende met QRn 42, echter met een hogere 0,2%-rekgrens. ($\sigma_{y0,2\%} = 0,9$ treksterkte = 4860 kg/cm²).

In fig. 3b zijn dezelfde lijnen getekend voor $\varepsilon_{bs} = 4^0/00$.

Getallenvoorbeeld.

Gegeven: $\alpha = 0,80$

$$\varepsilon_{bs} = 2^0/00$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2 \\ \mu = 0,01 \end{array} \right\} \omega = 20.000 \text{ kg/cm}^2.$$

Voor normaal staal QR 24 ($\sigma_{yv} = 2400$ kg/cm²) vinden we als snijpunt van de lijn $\omega = 20.000$ kg/cm² met het σ - ε diagram voor QR 24:

als $\varepsilon_{bs} = 2^0/00$ (zie fig. 3a), punt A, waarbij $\sigma_y = 2400$ kg/cm²,

als $\varepsilon_{bs} = 4^0/00$ (zie fig. 3b), punt D, waarbij $\sigma_y = 2460$ kg/cm².

Bij toepassing van staal QRn 42 wordt dit snijpunt:

als $\varepsilon_{bs} = 2^0/00$ (zie fig. 3a), punt B, waarbij $\sigma_y = 4320$ kg/cm²,

als $\varepsilon_{bs} = 4^0/00$ (zie fig. 3b), punt E, waarbij $\sigma_y = 4700$ kg/cm².

Voor staal QRn 42 met een verhoogde 0,2% rekgrens vinden we:

als $\varepsilon_{bs} = 2^0/00$ (zie fig. 3a), punt C, waarbij $\sigma_y = 4860$ kg/cm²,

als $\varepsilon_{bs} = 4^0/00$ (zie fig. 3b), punt F, waarbij $\sigma_y = 5080$ kg/cm².

Zoals te verwachten was, zijn bij een grotere betonstuk ε_{bs} de staalspanningen bij breuk σ_y dus groter.

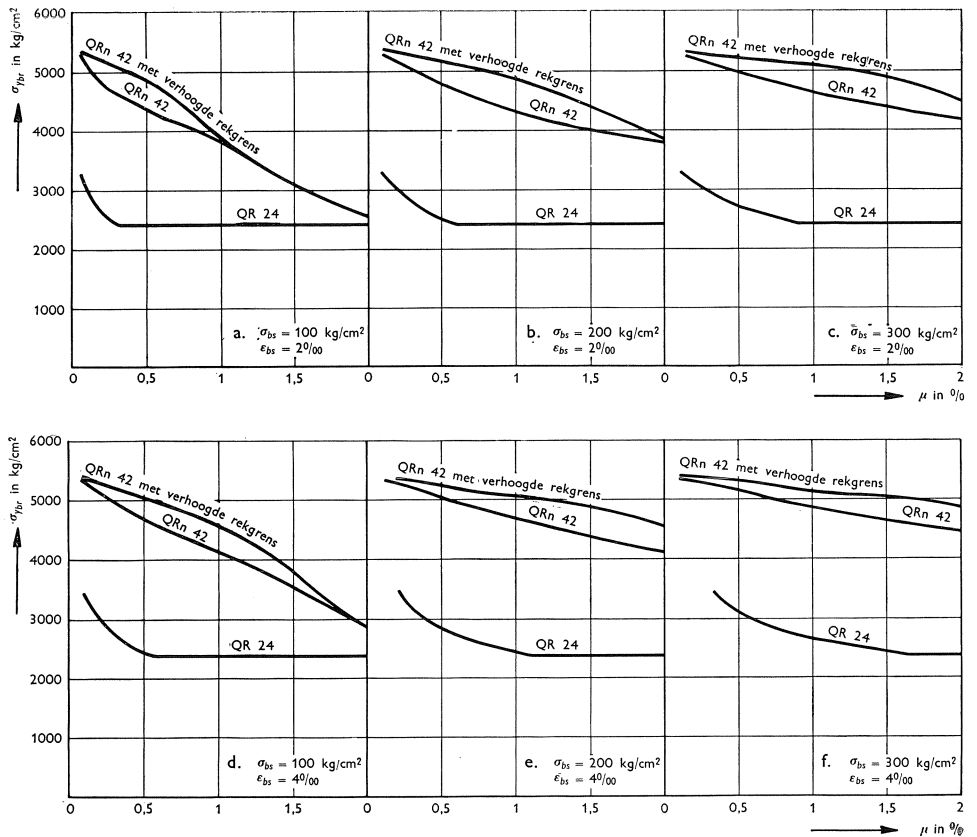


Fig. 4. De staalspanning bij breuk als functie van het wapeningspercentage.

Met behulp van deze grafieken (zie fig. 3a en b) zijn nu voor de verschillende wapeningspercentages μ de staalspanningen bij breuk σ_{ybr} berekend. Deze staalspanningen zijn als functie van het wapeningspercentage uitgezet in grafiekvorm voor een waarde van $\alpha = 0,80$ bij verschillende waarden van σ_{bs} en ε_{bs} en wel voor:

$$\sigma_{bs} = 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 2^0/00 \quad (\text{fig. 4a})$$

$$\sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 2^0/00 \quad (\text{fig. 4b})$$

$$\sigma_{bs} = 300 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 2^0/00 \quad (\text{fig. 4c})$$

$$\sigma_{bs} = 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 4^0/00 \quad (\text{fig. 4d})$$

$$\sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 4^0/00 \quad (\text{fig. 4e})$$

$$\sigma_{bs} = 300 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } \varepsilon_{bs} = 4^0/00 \quad (\text{fig. 4f}).$$

De waarden van σ_{ybr} zijn gegeven voor de staalsoorten QR 24, QRn 42 en QRn 42 met verhoogde rekgrens.

Berekening van de waarschuwingscoëfficiënt als functie van het wapeningspercentage, de betonstuik, de druksterkte en de staalsoort.

Zoals in de inleiding werd aangetoond, kan de waarschuwingscoëfficiënt w voor die gevallen, waarbij de betontrekzone reeds gescheurd is, bepaald worden met formule (3): $w = \sigma_{y_{br}} / \sigma_{y_{0,2\%}}$. Een methode werd aangegeven om $\sigma_{y_{br}}$ te bepalen. In de figuren 4a t/m 4f is $\sigma_{y_{br}}$ uitgezet als functie van het wapeningspercentage voor enkele waarden van de betonsterkte en de betonstuik, waarbij drie verschillende staalsoorten beschouwd werden.

Indien de betontrekzone nog in tact is, dient de waarschuwingscoëfficiënt ook berekend te worden met formule (4): $w = 30 \mu \sigma_{y_{br}} / \sigma_{bs}$.

De laagste, van de aldus bepaalde waarden voor w is maatgevend. Met behulp van bovenstaande gegevens werd de waarschuwingscoëfficiënt w als functie van het wapeningspercentage μ in grafiekvorm uitgezet en wel voor de volgende waarden van σ_{bs} en ϵ_{bs} :

$\sigma_{bs} = 100 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 2^0/00$	(fig. 6a)
$\sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 2^0/00$	(fig. 6b)
$\sigma_{bs} = 300 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 2^0/00$	(fig. 6c)
$\sigma_{bs} = 100 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 4^0/00$	(fig. 6d)
$\sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 4^0/00$	(fig. 6e)
$\sigma_{bs} = 300 \text{ kg/cm}^2$	$\epsilon_{bs} = 4^0/00$	(fig. 6f)

Invoering van het begrip minimumgrenswapeningspercentage.

Zoals hierboven reeds is uiteengezet en zoals in fig. 6 te zien is, bestaan de $w - \mu$ lijnen uit twee takken. In fig. 5 zijn deze beide takken schetsmatig aangegeven. De waarschuwing blijkt zeer sterk af te nemen in die gevallen, waarbij het wapeningspercentage kleiner is dan dat behorend bij het punt A. In werkelijkheid zal de scherpe overgang tussen de beide takken echter worden afgevlakt door het nog enigszins meewerken van de betontrekzone na het optreden van scheuren (stippellijn in fig. 5).

In het algemeen tracht men plotselinge breuken bij de lage wapeningspercentages te vermijden. Hiertoe heeft men een z.g. minimumgrenswapeningspercentage ingevoerd. Zoals uit fig. 6 blijkt, ligt dit minimumgrenswapeningspercentage voor QR 24 bij 0,3 à 0,4% en voor QRn 42 bij 0,2 à 0,3%.

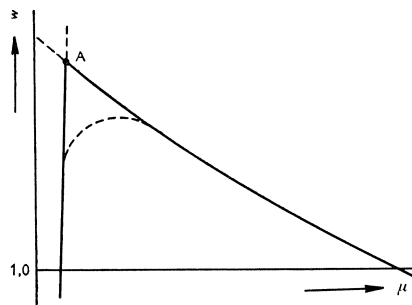


Fig. 5. Overgang tussen de twee takken van de $w - \mu$ lijnen.

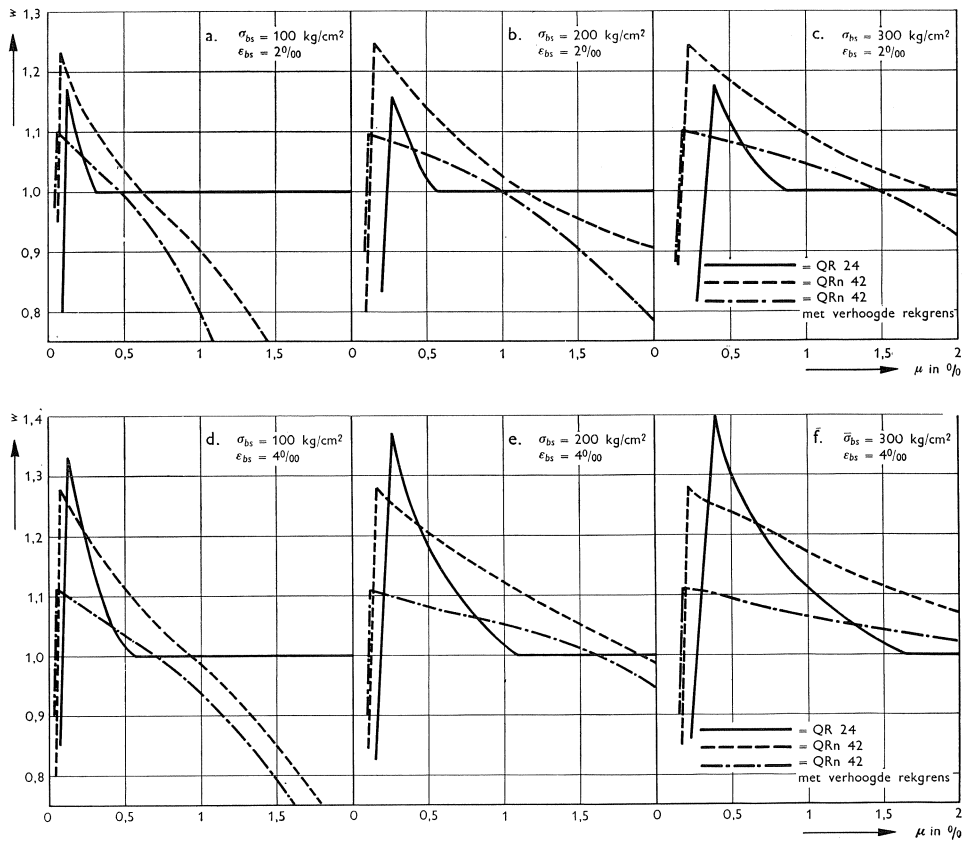


Fig. 6. De waarschuwingscoëfficiënt w als functie van het wapeningspercentage.

Voorbeeld.

Bij $\sigma_{bs} = 200 \text{ kg/cm}^2$ en $\varepsilon_{bs} = 4\text{‰}$ geldt (zie fig. 6e):
 voor QR 24 bij een wapeningspercentage van 1‰: $w = 1,02$;
 voor QRn 42 bij een wapeningspercentage van 0,7‰ $w = 1,17$;
 voor QRn 42 met verhoogde vloeigrens bij een wapeningspercentage van 0,7‰: $w = 1,07$.

Uit de figuren 6a t/m 6f kunnen voor wapeningspercentages groter dan het minimum grenswapeningspercentage de volgende conclusies worden getrokken:
 a) de waarschuwingscoëfficiënt neemt af met toenemend wapeningspercentage;
 b) de waarschuwingscoëfficiënt is groter naarmate beton met een hogere druksterkte wordt gebruikt;

- c) de waarschuwingscoëfficiënt is groter, naarmate beton met een hogere breukstuik wordt gebruikt;
- d) verhoging van de 0,2% rekgrens bij de bijzondere staalsoorten leidt tot kleinere waarden van de waarschuwingscoëfficiënt.
- e) bij toepassing van QR 24 is de waarschuwingscoëfficiënt in de beschouwde gevallen nooit kleiner dan 1, terwijl bij QRn 42 boven een bepaald wapeningspercentage coëfficiënten kleiner dan 1 kunnen optreden; dit grenswapeningspercentage is echter over het algemeen groter dan de gebruikelijke percentages.
- f) in het praktische toepassingsgebied is bij toepassing van QR 24 de waarschuwingscoëfficiënt zelden groter dan 1, maar meestal, door de uitgesproken vloiegrens, gelijk aan 1. Bij de kleinere wapeningspercentages zal de waarschuwingscoëfficiënt ten gevolge van de versteviging van het staal veelal groter zijn dan 1, in het bijzonder naarmate de druksterkte en/of de breukstuik hoger is.
- g) in het praktische toepassingsgebied geven balken, gewapend met QRn 42, ook al is de 0,2% rekgrens gelijk aan 0,9 maal de treksterkte, over het algemeen een betere waarschuwing dan balken, gewapend met QR 24.

Summary

An important factor in defining the magnitude of the safety factor to be required for constructions is the extent, in which warning exists before collapse of the construction occurs. In case there is no warning a higher safety factor has to be required. In this article the author tries to fasten down this extent of warning in a so-called „warning coefficient”. The supposition is made that there is a visible warning when an elongation of $5 \frac{0}{100}$ occurs at the lower side of the beam, e.g. 5 cracks of a width of 1 mm per meter. In various cases the magnitude of the warning coefficient has been calculated.