

HET GEDRAG VAN BETONCONSTRUCTIES ONDER INVLOED VAN KORTSTONDIGE BELASTINGEN

Het invoeren van een berekeningsmethode ten behoeve van betonconstructies, gebaseerd op het breukstadium, wordt o.a. bemoeilijkt door de onbekendheid met de criteria, die de breuk van een betonlichaam bepalen. In dit verband bestaat de hypothese, dat beton, waarin een drukspanning aanwezig is, slechts een bepaalde maximale specifieke verkorting kan ondergaan, welke de breukstuik wordt genoemd en die veelal als een materiaalconstante, dus alleen afhankelijk van de betonkwaliteit, wordt opgevat. Wanneer in enig deel van een constructie de vervorming de waarde van de breukstuik bereikt, zou breuk van de constructie optreden.

Naar aanleiding van resultaten van onderzoeken inzake het $\sigma - \epsilon$ diagram van beton, verricht door Chambaud, Hognestad c.s. en Prentis wordt aange- toond, dat de bij breuk in betonconstructies optredende maximale specifieke verkorting niet alleen afhankelijk is van de betonkwaliteit, doch ook van de wijze van belasten en van de vorm van de doorsnede en voor gewapend beton- constructies ook van de hoeveelheid en kwaliteit van het wapeningsstaal.

Inleiding

Het invoeren van een berekeningswijze ten behoeve van betonconstructies, gebaseerd op het breukstadium, wordt o.a. bemoeilijkt door de onbekendheid met de criteria, die de breuk van een betonlichaam bepalen. In dit verband bestaat de hypothese, dat beton, waarin een drukspanning aanwezig is, slechts een bepaalde maximale specifieke verkorting kan ondergaan, welke de breukstuik wordt genoemd ¹⁾ en als een materiaalconstante wordt opgevat. Wanneer in enig deel van een betonconstructie de vervorming de grootte van de breukstuik bereikt, zou breuk van de constructie optreden. Het blijkt evenwel, b.v. uit metingen verricht aan de hand van op buiging belaste balken, dat veelal hogere waarden voor de breukstuik worden gevonden in vergelijking met die, bepaald met behulp van centrisch belaste prisma's van dezelfde betonkwaliteit.

Uit onderzoeken van CHAMBAUD [1], HOGNESTAD c.s. [2] en PRENTIS [3] is af te leiden, dat het, in tegenstelling met het gebruikelijke $\sigma - \epsilon$ diagram van beton ¹⁾, mogelijk is een voortzetting voorbij het hoogste punt van het $\sigma - \epsilon$ diagram te verkrijgen, wanneer het betonproefstuk op andere, dan op centriscche wijze wordt belast. Het $\sigma - \epsilon$ diagram bezit dan een vorm, zoals in fig. 1

¹⁾ Zie: Problemen inzake het verband tussen spanningen en vervormingen in beton. (p. 45)

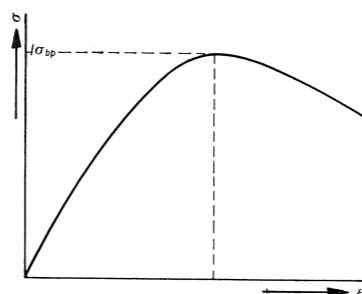


Fig. 1. Verband tussen spanningen en specifieke vervormingen volgens Chambaud, Hognestad c.s. en Prentis.

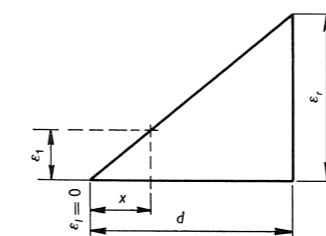


Fig. 2a. Vervormingsdiagram.

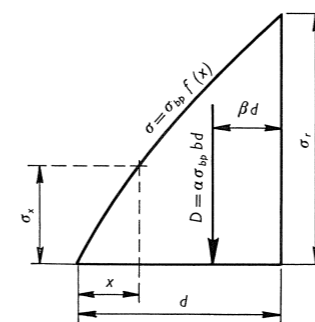


Fig. 2b. Spanningsdiagram.

is aangegeven. Zoals uit het onderstaande zal volgen is het, onder aanneming van een dergelijk $\sigma - \epsilon$ diagram, mogelijk aan te tonen, dat de maximaal in een betonconstructie optredende specifieke verkorting bij breuk niet alleen afhankelijk is van de betonkwaliteit, maar ook van de wijze van belasten, van de vorm van de doorsnede van de constructie en voor gewapende constructies ook van de hoeveelheid en van de kwaliteit van de wapening.

Als „breuk” van een constructie wordt aangenomen dát stadium waarin, bij een geringe verhoging van de uitwendige belasting, de inwendige krachten geen evenwicht meer kunnen maken met de uitwendige belasting. De in dit stadium optredende maximale specifieke verkorting in een constructie wordt aangeduid met „kritieke stuik”.

Opgemerkt mag worden, dat het hierna volgende betoog slechts geldt voor betonconstructies, die onderworpen zijn aan een kortstondige belasting, daar in het geval van langdurige of herhaalde belasting het verband tussen spanningen en vervormingen van beton eveneens afhankelijk is van de factor tijd.

Spanningsverdeling in belaste betonconstructies

Wanneer wordt aangenomen, dat de wet van Bernoulli geldt, zodat vlakke doorsneden onder invloed van een belasting vlak blijven, kan de spanningsverdeling in een op druk belaste constructie worden opgevat als een affine transformatie van het $\sigma - \epsilon$ diagram van het beton. Als voorbeeld wordt gekozen een constructie met rechthoekige doorsnede met afmetingen b en d onder invloed van een zodanige drukbelasting, dat aan de linkerzijde de specifieke

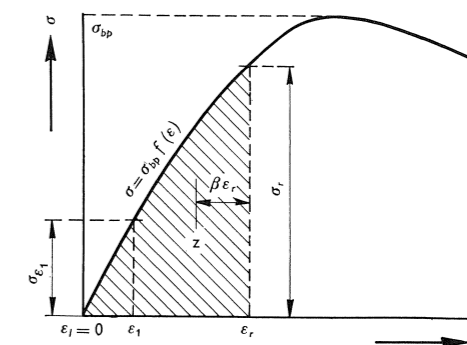


Fig. 2c. $\sigma - \epsilon$ diagram.

verkorting $\varepsilon_l = 0$ en aan de rechterzijde ε_r optreedt. Aangenomen wordt, dat het vervormingsdiagram dan over de gehele breedte b verlopen zal als in fig. 2a. Het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het beton wordt voorgesteld (zie fig. 2c) door:

$$\sigma = \sigma_{bp} f(\varepsilon) \dots \dots \dots (1)$$

waarin σ_{bp} de maximaal bereikbare spanning is. In fig. 2b is de bijbehorende spanningsverdeling in de constructie aangegeven. Ter plaatse van x bedraagt de verkorting ε_1 (zie fig. 2a); bij deze verkorting behoort σ_{ε_1} (zie fig. 2c). De in fig. 2b aangegeven spanning σ_x , behorende bij x , is dan gelijk aan σ_{ε_1} . De spanningsverdeling kan dus, overeenkomstig vgl. (1) worden weergegeven door:

$$\sigma = \sigma_{bp} f(x) \dots \dots \dots (2)$$

en is een zodanige transformatie van het gearceerde gedeelte van het $\sigma - \varepsilon$ diagram, dat de basis $0 - \varepsilon_r$ overeenkomt met de dikte d van de constructie. De gemiddelde spanning, die in de constructie heerst, is dan gelijk aan de gemiddelde spanning in het gearceerde gedeelte van het $\sigma - \varepsilon$ diagram, welke ten opzichte van de maximale spanning σ_{bp} wordt uitgedrukt met behulp van de coëfficiënt α , zodat:

$$\sigma_{gem} = \alpha \sigma_{bp} = \frac{\sigma_{bp} \int_0^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r} \text{ of}$$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r} \dots \dots \dots (3)$$

De integraal van de inwendige spanningen D (zie fig. 2b) is dan:

$$D = \alpha \sigma_{bp} b d = \sigma_{bp} b d \frac{\int_0^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r}.$$

De afstand van het zwaartepunt van het spanningsdiagram tot de meest vervormde zijde kan eveneens met behulp van het $\sigma - \varepsilon$ diagram worden bepaald. Deze afstand wordt weergegeven met behulp van de coëfficiënt β :

$$\beta \varepsilon_r \sigma_{bp} \int_0^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma_{bp} \int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon_r - \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon \text{ of}$$

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{\int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon_r - \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon} \dots \dots \dots (4)$$

De afstand van het zwaartepunt van het spanningsdiagram in de constructie tot de meest belaste zijde is dan βd , welke afstand de ligging van D bepaalt (zie fig. 2b). Als de in- en uitwendige krachten met elkaar in evenwicht zijn, zal de uitwendige belasting gelijk dienen te zijn aan D en met deze moeten samenvallen. Het aangrijpingspunt van de uitwendige belasting wordt dus eveneens bepaald door β .

Voor het geval, dat de specifieke verkorting aan de linkerzijde $\varepsilon_l \neq 0$ gaan de vgl. (3) en (4), zoals eenvoudig is af te leiden, over in resp.:

$$\alpha = \frac{\int_{\varepsilon_l}^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r - \varepsilon_l} \dots \dots \dots (3a)$$

en

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon_r - \varepsilon_l} \frac{\int_{\varepsilon_l}^{\varepsilon_r} (\varepsilon_r - \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_l}^{\varepsilon_r} f(\varepsilon) d\varepsilon} \dots \dots \dots (4a)$$

Als eenzijdig gewapende constructie met rechthoekige doorsnede wordt belast door een excentrisch aangrijpende kracht P (buiging + druk) zodanig dat de neutrale lijn binnen de doorsnede ligt, dan wordt het vervormingsdiagram en het bijbehorende spanningsdiagram in de constructie, zoals is aangegeven in fig. 3. Aangenomen is, dat het beton geen trekspanning kan opnemen. De hoogte van de betondrukzone wordt voorgesteld door x . Uit de beide figuren zijn de volgende evenwichts- en vervormingsvoorwaarden af te leiden:

$$P = D_b - T_y \dots (5)$$

$$P e = T_y h' - D_b \beta x \dots (6)$$

$$x = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + \varepsilon_y} h' = \eta h' (7)$$

Voorts is:

$$T_y = \sigma_y F_y \dots (8)$$

$$D_b = \alpha \sigma_{bp} b x \dots (9)$$

Het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het staal wordt voorgesteld door:

$$\sigma_y = f(\varepsilon_y) \dots (10)$$

terwijl: $\alpha = \sigma_{bp} f_1(\varepsilon_r) \dots (11)$

en $\beta = f_2(\varepsilon_r) \dots (12)$

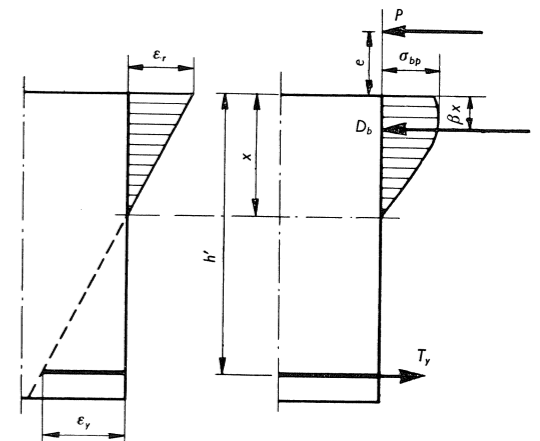


Fig. 3. Balk belast op buiging en normaalkracht. Links: vervormingsdiagram; rechts: spanningsdiagram.

De laatste twee vergelijkingen zijn af te leiden uit het $\sigma - \epsilon$ diagram van het beton. Wanneer zowel het $\sigma - \epsilon$ diagram van het staal als dat van het beton bekend is, geven de vgl. (5) t/m (12) volledig het verband weer tussen de uitwendige belasting, de optredende krachtsverdeling, de vervormingen, de afmetingen van de constructie en de hoeveelheid wapening. In het geval, dat drukwapening aanwezig is, kunnen de bovenstaande vergelijkingen gemakkelijk worden uitgebreid.

Bepaling van de waarden van α en β en van de kritieke stuijk bij tot breuk belaste, ongewapende constructies

Als voorbeeld wordt aangenomen, dat het $\sigma - \epsilon$ diagram wordt voorgesteld door $\sigma = \sigma_{bp} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon)$, waarin ϵ in ‰ is uitgedrukt. Het diagram is aangegeven in fig. 4. Bij een centrisc belaste constructie, waarbij over de doorsnede een gelijkmatig verdeelde spanning heerst, is eenvoudig in te zien, dat breuk zal optreden wanneer de uitwendige belasting de maximale waarde van de integraal van de inwendige spanningen overschrijdt. Deze maximale waarde bedraagt $D_{max} = \sigma_{bp} \cdot F$, waarin F het oppervlak van de doorsnede van de constructie voorstelt. Daar in dit geval $\sigma_{gem} = \sigma_{bp}$, is dus $\alpha_{max} = 1$. Daar centrisc wordt belast is $\beta = 0,5$. De maximale, over de gehele doorsnede optredende, specifieke verkorting, de kritieke stuijk ϵ_c , bedraagt 2,0‰.

Wanneer een constructie met rechthoekige doorsnede, met de afmetingen b en d zodanig wordt belast, dat steeds gedurende het opvoeren van de uitwendige belasting de vervorming aan één zijde gelijk nul wordt gehouden ($\epsilon_l = 0$), zal het vervormingsdiagram verlopen als is aangegeven in fig. 2a. De maximale uitwendige belasting zal worden bereikt als de integraal van de inwendige spanningen $D = \alpha \sigma_{bp} b d$ (zie fig. 2b) maximaal wordt, dus wanneer α een maximale waarde bereikt. Volgens vgl. (3) is:

$$\alpha = \sigma_{bp} \int_0^{\epsilon_r} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon) d\epsilon / \epsilon_r$$

zodat α maximaal is als $\frac{d\alpha}{d\epsilon_r} = 0$. Berekend kan

worden, dat dit het geval is voor $\epsilon_r = 3,0$ ‰. Deze waarde geeft tevens de kritieke stuijk ϵ_c aan, welke aanzienlijk groter is dan wanneer centrisc wordt belast, hoewel dezelfde betonkwaliteit, uitgedrukt in het $\sigma - \epsilon$ diagram, is aangenomen. De bijbehorende waarden voor α en β , bepaald volgens de vgl. (3) en (4), bedragen resp. 0,75 en 0,417. Deze waarden zijn kleiner dan in het vorige geval. Opgemerkt kan worden, dat β gedurende het opvoeren van de uitwendige belasting variabel

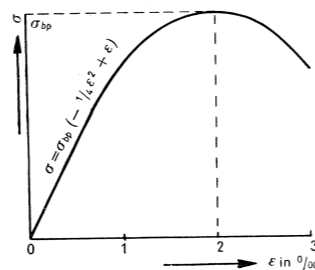


Fig. 4. Aangenomen $\sigma - \epsilon$ diagram.

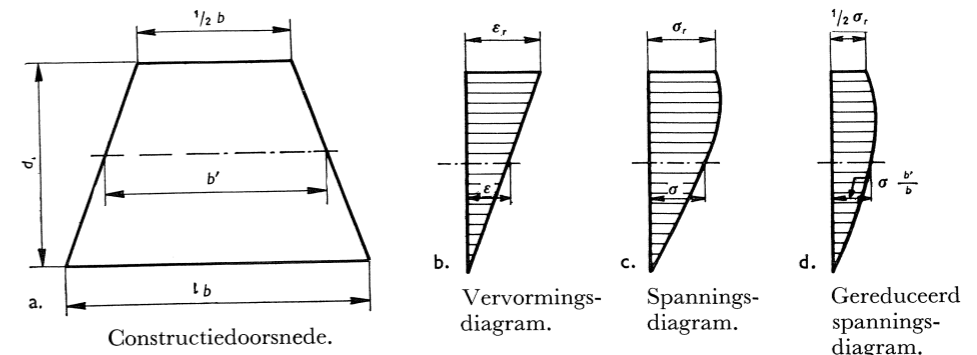


Fig. 5. Trapeziumvormige doorsnede met vervormings- en spanningsdiagrammen.

dient te zijn, daar anders niet kan worden voldaan aan de voorwaarde, dat steeds $\epsilon_l = 0$.

Ook in geval $\epsilon_l \neq 0$ kan de bovenstaande berekening worden uitgevoerd en wel met behulp van de vgl. (3a) en (4a), mits ter compensatie een nieuwe voorwaarde wordt ingevoerd. Zo kan b.v. worden gesteld, dat β gedurende het opvoeren van de belasting bepaald wordt door een gegeven functie. De eenvoudigste betrekking is, dat β constant blijft, zodat het aangrijpingspunt van de uitwendige belasting zich niet verplaatst. De kritieke stuijk ϵ_c en de maximale waarde voor α zijn dan afhankelijk van de waarde van β .

Ook voor andere dan rechthoekige doorsneden kan de kritieke stuijk met de bijbehorende waarden voor α en β worden bepaald.

Als voorbeeld wordt gekozen een trapeziumvormige doorsnede met evenwijdige zijden ter lengte b en $1/2 b$ en een dikte d , zoals is weergegeven in fig. 5a. De uitwendige belasting wordt weer zodanig opgevoerd, dat steeds ter plaatse van de langste zijde $\epsilon_l = 0$. Het $\sigma - \epsilon$ diagram wordt weer voorgesteld door $\sigma = \sigma_{bp} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon)$. Teneinde de bepaling van de integraal D van de inwendige spanningen te vereenvoudigen, kan het $\sigma - \epsilon$ diagram of het spanningsdiagram (zie fig. 5c) worden herleid op een rechthoek met dikte d en breedte b' . Uit de figuren 5a en b is af te leiden, dat $b' = \frac{2\epsilon_r - \epsilon}{2\epsilon_r} b$, zodat het gereduceerde diagram (zie fig. 5d) wordt voorgesteld door:

$$\sigma = \sigma \frac{b'}{b} = \sigma_{bp} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon) \cdot \frac{2\epsilon_r - \epsilon}{2\epsilon_r}$$

Nu is: $D = b d \sigma_{bp} \int_0^{\epsilon_r} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon) \frac{2\epsilon_r - \epsilon}{2\epsilon_r} d\epsilon \dots \dots \dots (13)$

Betrokken op de trapeziumvormige doorsnede is:

$$\alpha = \frac{D}{\sigma_{bp} \cdot 1/2 d (b + 1/2 b)} = 4/3 \int_0^{\epsilon_r} (-1/4\epsilon^2 + \epsilon) \frac{2\epsilon_r - \epsilon}{2\epsilon_r} d\epsilon \dots (14)$$

terwijl β , overeenkomstig vgl. (4), is:

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{\int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon_r - \varepsilon) (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon) \frac{2\varepsilon_r - \varepsilon}{2\varepsilon_r} d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_r} (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon) \frac{2\varepsilon_r - \varepsilon}{2\varepsilon_r} d\varepsilon} \dots \dots \dots (15)$$

D zal maximaal worden als $\frac{dD}{d\varepsilon_r} = 0$ of als $\frac{d\alpha}{d\varepsilon_r} = 0$. Zowel uit verg. (13) als uit vgl. (14) is af te leiden, dat dit geschiedt als $\varepsilon_{r\max} = \varepsilon_c = 3,20\text{‰}$, welke kritieke stuijk groter is dan in het geval van de rechthoekige doorsnede op dezelfde wijze belast. De bijbehorende waarden voor α en β volgens de vgl. (14) en (15) zijn resp. 0,711 en 0,471. Op overeenkomstige wijze zijn voor alle willekeurige doorsneden de waarden voor de kritieke stuijk en voor α en β te bepalen.

Bepaling van het gedrag van een éézijdig gewapende, rechthoekige balk, belast op zuivere buiging

De afmetingen van de beschouwde balk zijn weergegeven in fig. 6a. De balk is gewapend met QR 24, waarvan het $\sigma - \varepsilon$ diagram is aangegeven in fig. 6b. Het wapeningspercentage bedraagt 1 ‰, zodat $F_y = 0,01 bh'$. Het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het beton wordt weer voorgesteld door $\sigma = \sigma_{bp} (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon)$, waarin wordt aangenomen, dat $\sigma_{bp} = 0,8 \sigma_k$. Voor een kubussterkte van 200 kg/cm² is dus $\sigma_{bp} = 160$ kg/cm². Het diagram is weergegeven in fig. 6c. Voorts wordt gesteld, dat het beton geen trekspanning kan opnemen.

Ter bepaling van het gedrag van de balk wordt uitgegaan van de vgl. (5) t/m (12) en de fig. 3a en 3b. Daar $P = 0$, is volgens vgl. (5) $D = T$, zodat volgens de vgl. (8), (9) en (10):

$$D = \alpha \sigma_{bp} b x = T = 0,01 bh' \sigma_y = 0,01 bh' f(\varepsilon_y) \dots \dots \dots (16)$$

Volgens de vgl. (11) en overeenkomstig vgl. (3) is:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_r} (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r} = 1/2 \varepsilon_r (-1/6 \varepsilon_r + 1)$$

Voorts is volgens vgl. (7): $x = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + \varepsilon_y} h' = \eta h'$, zodat vgl. (16) overgaat in:

$$1/2 \varepsilon_r (-1/6 \varepsilon_r + 1) 160 b \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + \varepsilon_y} h' = 0,01 bh' f(\varepsilon_y)$$

$$\text{of } 80 \varepsilon_r (-1/6 \varepsilon_r + 1) \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r + \varepsilon_y} = 0,01 f(\varepsilon_y) \dots \dots \dots (17)$$

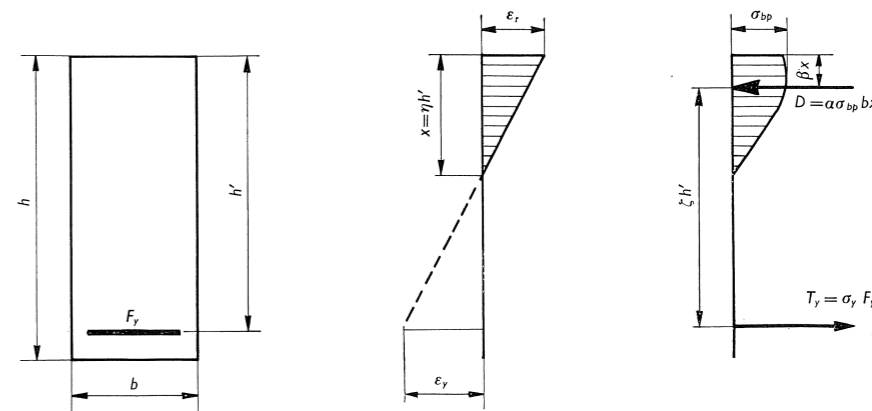


Fig. 6a. Definitie van verschillende grootheden.

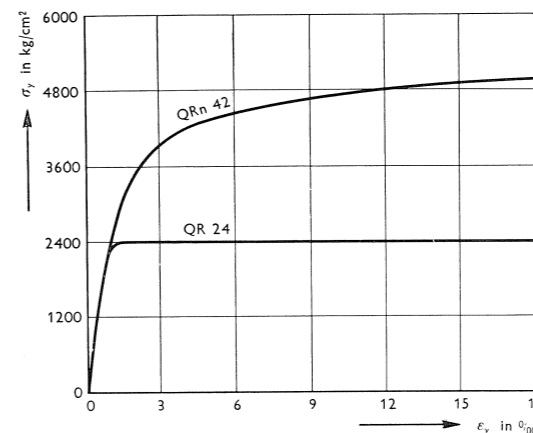


Fig. 6b. Aangenomen $\sigma - \varepsilon$ diagram voor QR 24 en QRn 42.

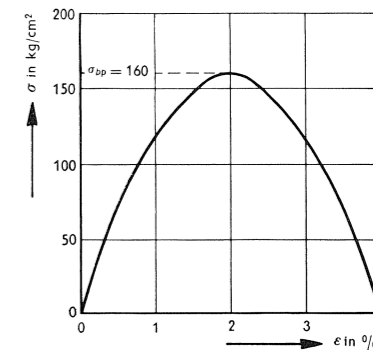


Fig. 6c. Aangenomen $\sigma - \varepsilon$ diagram voor beton.

Met behulp van vgl. (17) en met het $\sigma - \varepsilon$ diagram van het staal is ε_y als functie van ε_r te bepalen en voorts σ_y en η . De grootheid β is overeenkomstig de vgl. (12) en (4):

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{\int_0^{\varepsilon_r} (\varepsilon_r - \varepsilon) (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_r} (-1/4 \varepsilon^2 + \varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\varepsilon_r - 8}{4 \varepsilon_r - 24}$$

Uitgaande van vgl. (6) is: $M = Th' - D\beta x$ of $M = T(h' - \beta x)$. De factor $h' - \beta x$ stelt de hefboomsarm van het moment voor.

$$\text{Nu is: } h' - \beta x = h' - \beta \eta h' = h' (1 - \beta \eta) = \zeta h' \dots (18)$$

zodat $M = T \zeta h' = 0,01 bh'^2 f(\epsilon_y) \zeta$ of wel $\frac{M}{bh'^2} = m = 0,01 \zeta f(\epsilon_y)$. De groot-heden ζ en m zijn nu ook als functie van ϵ_r te bepalen.

In fig. 7a zijn alle genoemde grootheden, benevens α en β , als functie van ϵ_r uitgezet. Breuk van de balk zal optreden, wanneer het moment van de inwendige krachten maximaal is geworden. In het beschouwde geval zal dit geschieden als σ_y de vloeispanning σ_{yv} heeft bereikt. Daar de vloeispanning is aangenomen op 2400 kg/cm² (zie fig. 6b) zal vgl. (17) voor dit geval overgaan in:

$$80 \epsilon_r (-1/6 \epsilon_r + 1) \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + \epsilon_y} = 0,01 \cdot 2400 = 24$$

of
$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + \epsilon_y} = \eta = \frac{24}{80 \epsilon_r (-1/6 \epsilon_r + 1)}$$

De kracht T is in het vloeispanningsgebied constant, dus ook D . Het maxi-male moment zal ontstaan, wanneer de hefboomsarm een maximum bereikt. Dit is het geval als $\beta \eta$ - zie vgl. (18) - minimaal is geworden.

$$\text{Nu is: } \beta \eta = \frac{\epsilon_r - 8}{4 \epsilon_r - 24} \cdot \frac{24}{80 \epsilon_r (-1/6 \epsilon_r + 1)}$$

Het minimum wordt bereikt voor:

$$\frac{d(\beta \eta)}{d\epsilon_r} = 0.$$

Dit geschiedt bij $\epsilon_{rmax} = \epsilon_c = 2,536\%$. De waarden voor α , β , η , ζ en ϵ_y be-horende bij ϵ_c zijn uit fig. 7a af te leiden, evenals de maximale waarde van het moment $m = M/bh'^2$:

$$m = \mu \sigma_{yv} \zeta = \mu \sigma_{yv} (1 - \beta_c \eta_c) = \mu \sigma_{yv} \left(1 - \frac{\beta_c \mu \sigma_{yv}}{\alpha_c \sigma_{bv}}\right) = 24 (1 - 0,082) = 22,08 \text{ kg/cm}^2$$

Nagegaan kan worden, dat in het geval het staal een vloeispanningsgebied bezit, alleen bij een hoog wapeningspercentage, waarbij het staal niet tot vloeien komt en bij een laag wapeningspercentage, waarbij het staal het zgn. versterkingsgebied bereikt, het wapeningspercentage invloed heeft op de grootte van de kritieke stuik.

In fig. 7b zijn dezelfde grootheden uitgezet als functie van ϵ_r in het geval, dat de balk is gewapend met 1% QRn 42, waarvan het $\sigma - \epsilon$ diagram is aan-gegeven in fig. 6b. De kritieke stuik blijkt thans 3,18% te bedragen en het maximale moment $m = 37,0 \text{ kg/cm}^2$. De grootte van de kritieke stuik is nu steeds afhankelijk van het wapeningspercentage, daar het staal geen vloeispanningsgebied bezit. Uit de beide voorbeelden blijkt, dat de kritieke stuik afhankelijk is van de toegepaste staalsoort.

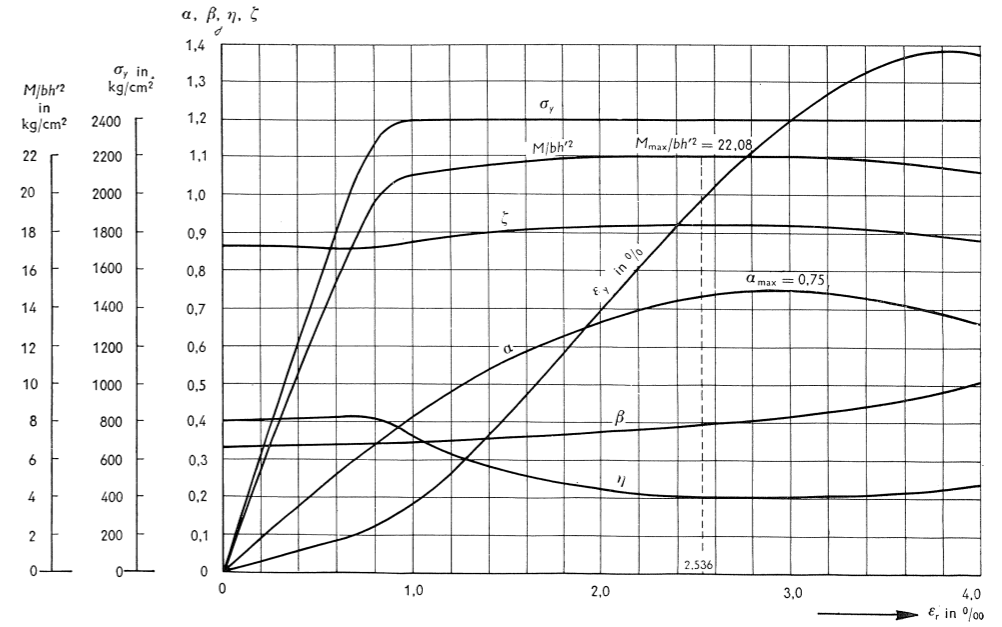


Fig. 7a. Verschillende grootheden, uitgezet als functie van de randvervorming ϵ_r van de beton-drukzone van een op zuivere buiging belaste, eenzijdig gewapende, balk met rechthoekige doorsnede, gewapend met QR 24.

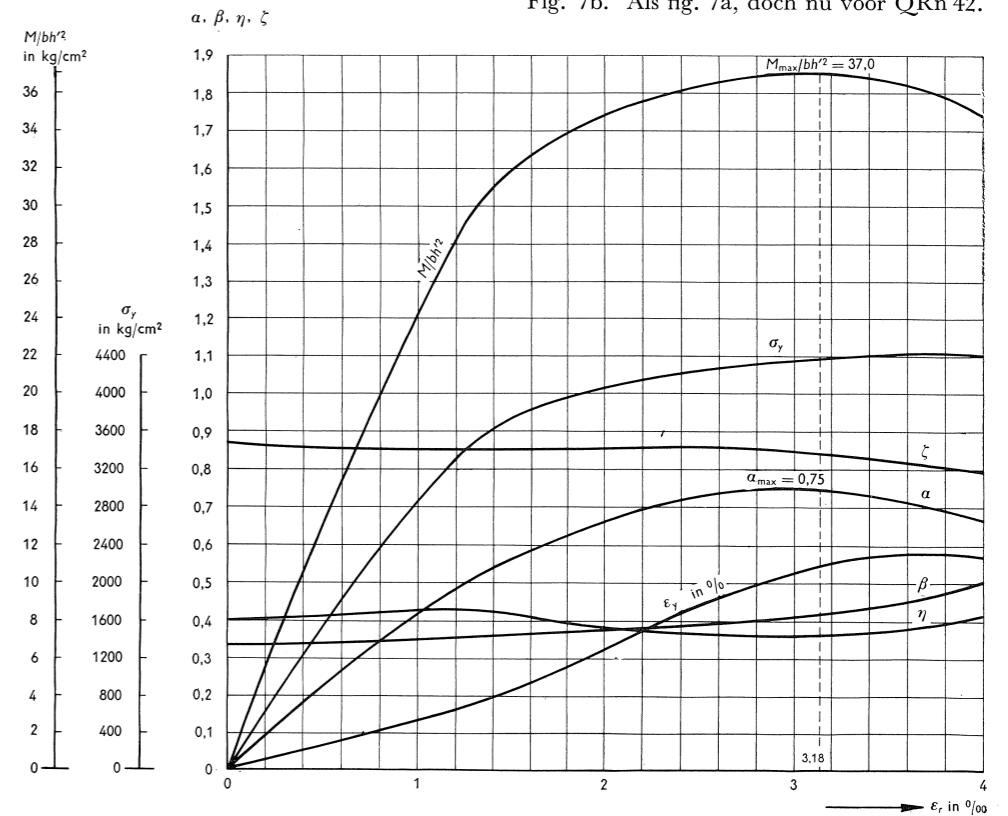


Fig. 7b. Als fig. 7a, doch nu voor QRn 42.

Uit de fig. 7a en b is af te leiden, dat het bij onderzoeken van op buiging belaste balken zeer moeilijk is de breuk vast te stellen, daar in dit stadium bij een zeer geringe verhoging van de uitwendige belasting de vervormingen snel toenemen. Dit kan misschien de grote spreiding verklaren, die verschillende onderzoekers bij dergelijke proefnemingen ten aanzien van de maximale vervormingen hebben gevonden.

Tot slot zij opgemerkt, dat het misschien mogelijk is, dat beton een „fysische breukstuijk” bezit, welke alleen afhangt van de kwaliteit van het beton. Gezien het feit, dat soms specifieke verkortingen zijn geconstateerd ter waarde van 5 à 15‰, zal deze breukstuijk waarschijnlijk een hoge waarde bezitten. Deze zal echter bij het beproeven van constructies meestal eerst na het passeren van de kritieke stuijk worden bereikt. Het toenemen van de vervormingen in dit laatste stadium zal evenwel zeer snel geschieden, daar geen evenwicht mogelijk is tussen uitwendige belasting en inwendige krachten.

Literatuur

- [1] CHAMBAUD, R., Théorie élasto-plastique de la flexion dans les poutres en béton armé Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Nov. 1949.
- [2] HOGNESTAD, E., N. W. HANSEN & D. McHENRY, Concrete stress distribution in ultimate strength design. Journal American Concrete Inst. 27 ('55-'56) 4, dec. 1955, p. 455 . . . 479. JANNEY, J. R., E. HOGNESTAD & D. McHENRY, Ultimate flexural strength of prestressed and conventionally reinforced beams. Journal American Concrete Inst. 27 ('55-'56) 6, febr. 1956, p. 601 . . . 620.
- [3] PRENTIS, J. M., The distribution of concrete stress in reinforced and prestressed concrete beams when tested to destruction by a pure bending moment. Magazine of Concrete Research vol. 2, no 5, jan. 1951, p. 73 . . . 78.
PRENTIS, J. M., Analysis of inelastic bending stress in concrete beams. Journal American Concrete Institute 28 ('56-'57) 3, sept. 1956, p. 309 . . . 317.

Summary

Introducing a method of calculation of concrete structures which is based on the ultimate load design is made difficult a.o. by the unacquaintance with the criteria which govern the ultimate strength of a concrete structure. In this relation a hypothesis exists that concrete under a compressive force can undergo only a certain strain, the so-called ultimate strain (under compression) which is assumed mostly to be a constant of the material dependent on the quality of the concrete. When the deformation in any part of the construction attains this value of the ultimate strain failure would occur. With reference to results of investigations on the stress-strain diagram of concrete, carried out by CHAMBAUD, HOGNESTAD c.s. and PRENTIS, it is made clear that the maximum strain under compression occurring during failure of concrete structures is not only dependent on the quality of the concrete but also on the manner of loading, the shape of the cross-section and with reinforced concrete structures on the quantity and quality of the reinforcement.

ONDERZOEK OP HET GEBIED VAN DE BEZWIJKANALYSE

Als derde in de reeks bijdragen van het Laboratorium voor Experimenteel Spanningsonderzoek van de afdeling der Weg- en Waterbouwkunde van de Technische Hogeschool volgt hier een artikel van de Heer J. Bouwers over een onderzoek verricht met steun van het Delfts Hogeschoolfonds.

In dit artikel wordt eerst het berekenen van constructies volgens de bezwijkanalyse kort behandeld. Daarna volgt een beschrijving van proeven, verricht aan kleine modellen van portalen, die belast werden tot ze bezweken. De gevonden resultaten worden vergeleken met de uitkomsten van de berekeningen volgens de bezwijkanalyse. De experimenteel gevonden waarden van de bezwijklast blijken iets hoger te liggen dan de theoretisch bepaalde en wel door de eindige afmetingen van de knooppunten en door de versteviging die bij de plastische scharnieren optreedt. Verder werden uit metingen met rekstrookjes de optredende momentenlijnen bepaald, die vergeleken worden met de momentenlijnen volgens de methode Cross en met de momentenlijnen volgens de bezwijkanalyse. In de conclusie worden ook nog enige algemene opmerkingen over de berekening van constructies volgens de bezwijkanalyse gegeven.

Inleiding

Bij de bezwijkanalyse wordt, zoals het woord al zegt, uitgegaan van de bezweken constructie. De daarbij behorende bezwijklast is dan gemakkelijk te berekenen. Door nu de constructies zodanig te dimensioneren, dat de bezwijklast gelijk wordt aan de belasting, die maatgevend is, vermenigvuldigd met een zekere constante, is het mogelijk alle constructies een van te voren vastgestelde veiligheidscoëfficiënt tegen overbelasten te geven. Dit is bij berekenen volgens de elasticiteitstheorie, waar als eis wordt gesteld dat nergens een bepaalde spanning (b.v. $\sigma = 1400 \text{ kg/cm}^2$) mag worden overschreden, niet mogelijk. De bezwijklast is dan namelijk onbekend. Hij zal variëren o.a. met het aantal statisch onbepaalden in de constructie.

De bezwijkanalyse geldt voor constructies uit een homogeen materiaal met plastische eigenschappen. Gerekend wordt met een $\sigma - \epsilon$ diagram als is getekend in fig. 1. Aangenomen wordt dus, dat de wet van Hooke geldt tot het bereiken van een vloeigrens en dat bij een rek groter dan de vloeirek de spanning steeds gelijk blijft aan σ_v .

Als in een staafdoorsnede een zuiver moment werkt, zal aanvankelijk de spanningsverdeling zijn als getekend in fig. 2a. Bij groter worden van het moment zal op zeker ogenblik in de uiterste vezels de vloeigrens worden

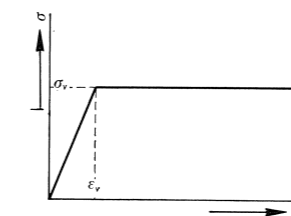


Fig. 1. $\sigma - \epsilon$ diagram.

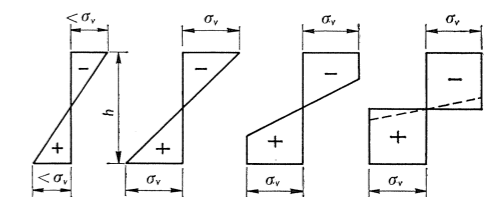


Fig. 2. Spanningsverdeling bij toenemende belasting.