

Uit de fig. 7a en b is af te leiden, dat het bij onderzoeken van op buiging belaste balken zeer moeilijk is de breuk vast te stellen, daar in dit stadium bij een zeer geringe verhoging van de uitwendige belasting de vervormingen snel toenemen. Dit kan misschien de grote spreiding verklaren, die verschillende onderzoekers bij dergelijke proefnemingen ten aanzien van de maximale vervormingen hebben gevonden.

Tot slot zij opgemerkt, dat het misschien mogelijk is, dat beton een „fysische breukstuik” bezit, welke alleen afhangt van de kwaliteit van het beton. Gezien het feit, dat soms specifieke verkortingen zijn geconstateerd ter waarde van 5 à 15‰, zal deze breukstuik waarschijnlijk een hoge waarde bezitten. Deze zal echter bij het beproeven van constructies meestal eerst na het passeren van de kritieke stuik worden bereikt. Het toenemen van de vervormingen in dit laatste stadium zal evenwel zeer snel geschieden, daar geen evenwicht mogelijk is tussen uitwendige belasting en inwendige krachten.

#### Literatuur

- [1] CHAMBAUD, R., Théorie élasto-plastique de la flexion dans les poutres en béton armé Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Nov. 1949.
- [2] HOGNESTAD, E., N. W. HANSEN & D. McHENRY, Concrete stress distribution in ultimate strength design. Journal American Concrete Inst. **27** ('55-'56) 4, dec. 1955, p. 455 . . . 479. JANNEY, J. R., E. HOGNESTAD & D. McHENRY, Ultimate flexural strength of prestressed and conventionally reinforced beams. Journal American Concrete Inst. **27** ('55-'56) 6, febr. 1956, p. 601 . . . 620.
- [3] PRENTIS, J. M., The distribution of concrete stress in reinforced and prestressed concrete beams when tested to destruction by a pure bending moment. Magazine of Concrete Research vol. 2, no 5, jan. 1951, p. 73 . . . 78.  
PRENTIS, J. M., Analysis of inelastic bending stress in concrete beams. Journal American Concrete Institute **28** ('56-'57) 3, sept. 1956, p. 309 . . . 317.

#### Summary

Introducing a method of calculation of concrete structures which is based on the ultimate load design is made difficult a.o. by the unacquaintance with the criteria which govern the ultimate strength of a concrete structure. In this relation a hypothesis exists that concrete under a compressive force can undergo only a certain strain, the so-called ultimate strain (under compression) which is assumed mostly to be a constant of the material dependent on the quality of the concrete. When the deformation in any part of the construction attains this value of the ultimate strain failure would occur. With reference to results of investigations on the stress-strain diagram of concrete, carried out by CHAMBAUD, HOGNESTAD c.s. and PRENTIS, it is made clear that the maximum strain under compression occurring during failure of concrete structures is not only dependent on the quality of the concrete but also on the manner of loading, the shape of the cross-section and with reinforced concrete structures on the quantity and quality of the reinforcement.

## ONDERZOEK OP HET GEBIED VAN DE BEZWIJKANALYSE

*Als derde in de reeks bijdragen van het Laboratorium voor Experimenteel Spanningsonderzoek van de afdeling der Weg- en Waterbouwkunde van de Technische Hogeschool volgt hier een artikel van de Heer J. Bouwers over een onderzoek verricht met steun van het Delfts Hogeschoolfonds.*

*In dit artikel wordt eerst het berekenen van constructies volgens de bezwijkanalyse kort behandeld. Daarna volgt een beschrijving van proeven, verricht aan kleine modellen van portalen, die belast werden tot ze bezweken. De gevonden resultaten worden vergeleken met de uitkomsten van de berekeningen volgens de bezwijkanalyse. De experimenteel gevonden waarden van de bezwijklast blijken iets hoger te liggen dan de theoretisch bepaalde en wel door de eindige afmetingen van de knooppunten en door de versteviging die bij de plastische scharnieren optreedt. Verder werden uit metingen met rekstrookjes de optredende momentenlijnen bepaald, die vergeleken worden met de momentenlijnen volgens de methode Cross en met de momentenlijnen volgens de bezwijkanalyse. In de conclusie worden ook nog enige algemene opmerkingen over de berekening van constructies volgens de bezwijkanalyse gegeven.*

#### Inleiding

Bij de bezwijkanalyse wordt, zoals het woord al zegt, uitgegaan van de bezweken constructie. De daarbij behorende bezwijklast is dan gemakkelijk te berekenen. Door nu de constructies zodanig te dimensioneren, dat de bezwijklast gelijk wordt aan de belasting, die maatgevend is, vermenigvuldigd met een zekere constante, is het mogelijk alle constructies een van te voren vastgestelde veiligheidscoëfficiënt tegen overbelasten te geven. Dit is bij berekenen volgens de elasticiteitstheorie, waar als eis wordt gesteld dat nergens een bepaalde spanning (b.v.  $\sigma = 1400 \text{ kg/cm}^2$ ) mag worden overschreden, niet mogelijk. De bezwijklast is dan namelijk onbekend. Hij zal variëren o.a. met het aantal statisch onbepaalden in de constructie.

De bezwijkanalyse geldt voor constructies uit een homogeen materiaal met plastische eigenschappen. Gerekend wordt met een  $\sigma - \epsilon$  diagram als is getekend in fig. 1. Aangenomen wordt dus, dat de wet van Hooke geldt tot het bereiken van een vloeigrens en dat bij een rek groter dan de vloeirek de spanning steeds gelijk blijft aan  $\sigma_v$ .

Als in een staafdoorsnede een zuiver moment werkt, zal aanvankelijk de spanningsverdeling zijn als getekend in fig. 2a. Bij groter worden van het moment zal op zeker ogenblik in de uiterste vezels de vloeigrens worden

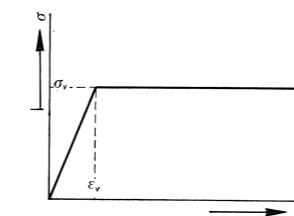


Fig. 1.  $\sigma - \epsilon$  diagram.

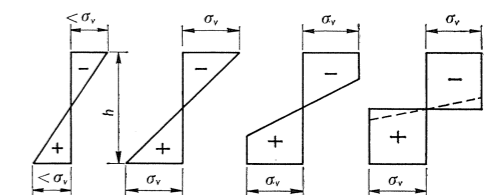


Fig. 2. Spanningsverdeling bij toenemende belasting.

bereikt (zie fig. 2b). Wordt het moment daarna nog groter, dan is een lineair verloop der spanningen niet meer mogelijk over de volle hoogte (zie fig. 2c). Het maximale moment, dat theoretisch kan worden opgenomen, is datgene, waarbij zowel in de trekzone als in de drukzone over de volle hoogte de vloeigrens is bereikt (zie fig. 2d). Dit heet het *volplastisch moment*. Bij de hier voorgeschetste spanningsverdeling behoort een oneindig grote kromming (dus een kromtestraal = 0), terwijl het opnemen van een dwarskracht onmogelijk is. Daarom zal dit diagram in werkelijkheid nooit optreden; altijd zal over een gering gedeelte van de hoogte de spanning lineair verlopen (zie fig. 2d, --- lijn). Zolang de normaal- en dwarskrachten geen overwegende rol spelen, wordt echter toch gerekend met het volplastisch moment, daar de vermindering, volgend uit bovenstaande overweging zeer klein is (meestal niet meer dan enkele procenten) en dus mag worden verwaarloosd. Bij al deze beschouwingen is ervan uitgegaan, dat vlakke doorsneden vlak – dus de rekken lineair – blijven.

Als in een doorsnede eenmaal het volplastisch moment is bereikt, zal bij toenemende belasting dit moment daar blijven bestaan en niet groter kunnen worden. De doorsnede zal daarna werken als een scharnier, waar een constant moment werkt; er is een zgn. *plastisch scharnier* ontstaan. De constructie, die eerst  $n$ -voudig statisch onbepaald was, is daarmee  $(n-1)$ -voudig statisch onbepaald geworden. Als nu uiteindelijk  $n$  plastische scharnieren zijn ontstaan, is de constructie statisch bepaald geworden. Ontstaat daarna door toenemen van de belasting nóg een plastisch scharnier, dan wordt de constructie labiel. Dit is het moment van bezwijken. Niet elke constructie zal in zijn geheel bezwijken. Het komt voor dat, terwijl de volledige constructie nog statisch onbepaald is, een gedeelte al labiel is. Dan treedt gedeeltelijk bezwijken op.

Is de constructie in zijn geheel of voor een gedeelte bezweken, dan is de krachtsverdeling in zijn geheel c.q. voor dat gedeelte onafhankelijk van de afmetingen van de staafdoorsneden buiten de plastische scharnieren, ten minste als deze doorsneden overal zo groot zijn, dat nergens buiten de plastische scharnieren het volplastisch moment optreedt.

Uit deze theorie vloeien een tweetal consequenties voort, nl.:

1. Blijkbaar bevindt zich buiten de plaatsen van de plastische scharnieren meer materiaal dan nodig is voor de sterkte. Het zou dus toegestaan zijn daar een gedeelte van het materiaal weg te nemen en wel zoveel, dat overal juist het volplastisch moment wordt bereikt. Dan zou men bij deze bezwijkvorm, qua materiaalverbruik de zuinigste constructie hebben.
2. Het moet geoorloofd zijn bij een gegeven schema van de constructie en de belastingen een willekeurige momentenlijn te kiezen. Deze moet uiteraard zó zijn, dat hij voldoet aan de voorwaarden van evenwicht. Als nu de constructie hierbij zodanig wordt gedimensioneerd, dat nergens het volplastisch moment wordt overschreden, dan is de constructie dus sterk genoeg. Aangenomen is hierbij, dat de veiligheidscoëfficiënt reeds is verdisconteerd in de belastingen.

Uit het bovenstaande blijkt, dat toepassen van de bezwijkanalyse leidt tot besparing op materiaal en vermindering van rekenwerk, doordat de doorsneden der staven kunnen worden aangepast aan de momentenlijnen en de uitvoerige elasticiteitsberekeningen achterwege kunnen blijven.

### Proeven met kleine stalen modellen

Teneinde de theorie van de bezwijkanalyse te verifiëren zijn proeven gedaan op een aantal 9-voudig statisch onbepaalde portaaltjes uit St 37. Het schema van de afmetingen en de belasting is weergegeven in fig. 3. Daaruit blijkt tevens, dat er 16 plaatsen zijn, waar mogelijk een plastisch scharnier zal optreden. De portaaltjes zijn alle gezaagd uit één grote plaat van St 37, zodat de materiaaleigenschappen voor allemaal nagenoeg dezelfde zijn. Om de vloeigrens  $\sigma_v$ , de elasticiteitsmodulus  $E$  en de waarde van het volplastisch moment  $M_p$  nauwkeurig te bepalen en te controleren en tevens om een goede methode voor het meten van de optredende momenten en van het bewerkstelligen van de onderinklemmingen te ontwikkelen, zijn eerst een aantal voorbereidende proeven gedaan; en wel: 6 trekproeven, 3 vierpuntsbuigproeven, 4 driepuntsbuigproeven en één proef met een staaf met een doorlassen verkregen inklemming.

De tijdens de proeven optredende rekken werden gemeten met rekstrookjes, die op de trek- en op de drukzijde van de staven waren geplakt. Hiervoor werden 15 plaatsen zó uitgekozen, dat de rekken zo veel mogelijk in het elastisch gebied bleven. Teneinde de onderlinge verhouding der vier puntlasten steeds constant te houden is een belastingconstructie ontwikkeld om deze vier krachten met één trekpers te kunnen aanbrengen. Het portaaltje is opgesteld onder een helling 1 : 3, zodat de componenten, waarin de verticale kracht  $P = Q\sqrt{10}$  wordt ontbonden, gelijk zijn aan  $Q$  en  $3Q$ . Deze  $3Q$  wordt

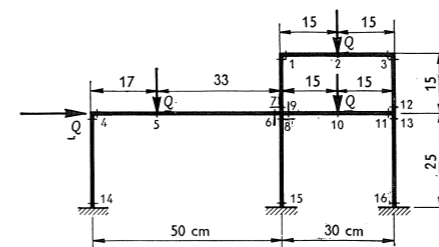


Fig. 3. Schema van de portaaltjes.

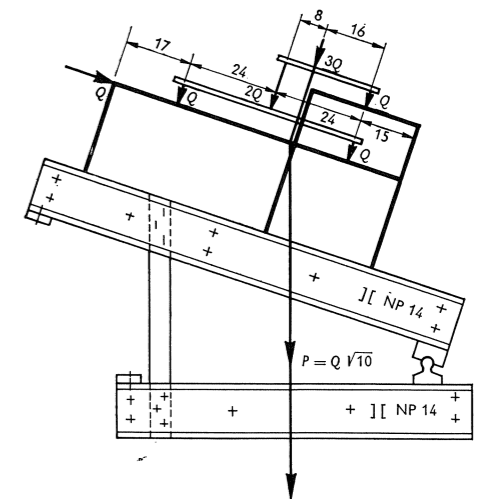
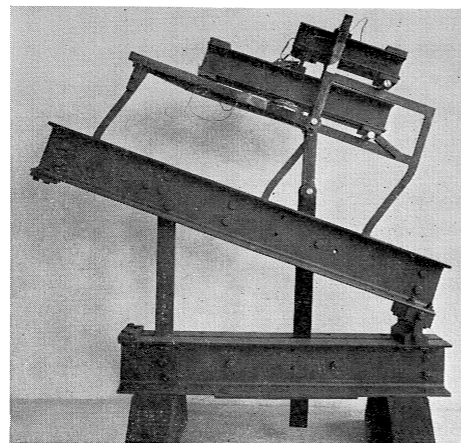


Fig. 4. Schema van de belastingapparaat.

Fig. 5. Uitvoering van de beproeving.

ontbonden in een kracht van  $Q$  en één van  $2Q$ , welke laatste weer wordt ontbonden in twee krachten ter grootte van  $Q$ . Het schema van deze oplossing is weergegeven in fig. 4, terwijl fig. 5 de werkelijke uitvoering laat zien. Hier is de belastingconstructie met erin een bezwiken portaal tje vrij opgesteld.



### Portaal tje no. 1

De meest ongunstige bezwijkvorm van portaal tje no. 1 is getekend in fig. 6. Een dergelijke bezwijkvorm is een „mechanisme”, dat bij de bezwijklast nog juist in evenwicht verkeert, doch bij een iets hogere last geheel ineenzakt. We kunnen ons voorstellen, dat we als de bezwijklast juist bereikt is, het mechanisme even in werking stellen. Daardoor verrichten dan de lasten een zekere virtuele arbeid, die (omdat er evenwicht is) gelijk moet zijn aan de inwendige vormveranderingsarbeid in de constructie. Deze inwendige vormveranderingsarbeid is nu geheel in de „plastische scharnieren” geconcentreerd en dus ook

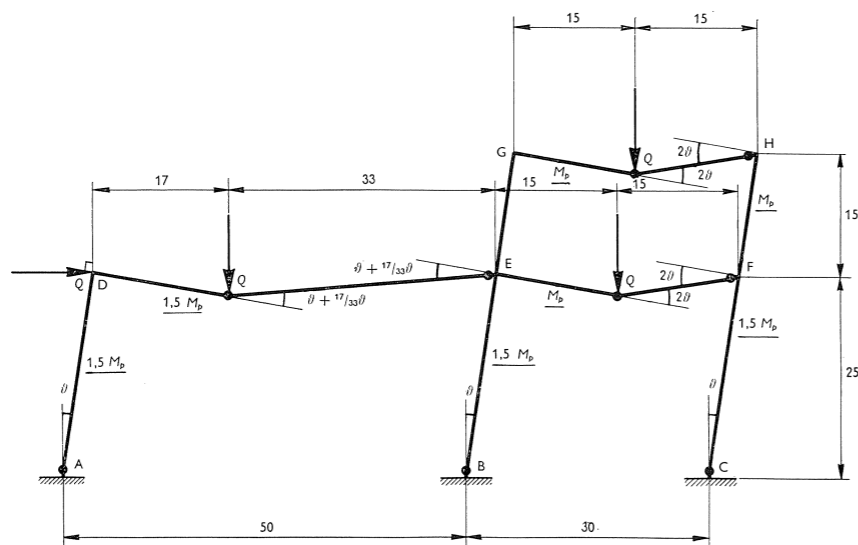


Fig. 6. De meest ongunstige bezwijkvorm van portaal tje 1.

eenvoudig te berekenen. Het gevolg is, dat de bezwijklast zeer eenvoudig te berekenen is, door inwendige en uitwendige virtuele arbeid aan elkaar gelijk te stellen. In ons geval:

$$\begin{aligned} & Q \cdot \vartheta \cdot 25 + Q \cdot \vartheta \cdot 17 + Q \cdot \vartheta \cdot 15 + Q \cdot \vartheta \cdot 15 = \\ & = 1,50 M_p (\vartheta + \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \vartheta + \vartheta) + \\ & + 1,00 M_p \cdot (2 \vartheta + 2 \vartheta + 2 \vartheta + 2 \vartheta) \end{aligned}$$

waaruit voor de bezwijklast  $Q$  volgt:  $Q = 0,236 M_p$ .

Voor  $M_p = 3175 \text{ kgcm}$  is de totale bezwijklast  $P = Q \sqrt{10} = 2370 \text{ kg}$ .

Bij bezwijken heeft het portaal tje 9 plastische scharnieren. Daar de constructie 9-voudig statisch onbepaald is en zij bij bezwijken labiel is geworden, is zij dan nog 1-voudig statisch onbepaald. Om alle dan optredende momenten te berekenen moet er dus nog één vormveranderingsvoorwaarde worden ingevoerd.

Bij de proef bezweek het portaal tje bij  $P = 2700 \text{ kg}$ . Dit is een 14 % groter waarde dan werd berekend. Echter, de eindige afmetingen van de knooppunten hebben hier al een invloed van 7 %, zodat er nog 7 % overblijft, die op rekening van de versteviging moet worden geschreven. Met versteviging wordt hier niet alleen bedoeld datgene, wat onder deze naam bekend is uit de  $\sigma - \epsilon$  diagrammen van staal, maar ook het feit, dat de plastische scharnieren niet vlak naast de inklemmingen en de knooppunten ontstaan, maar op enige afstand daarvan, omdat de staven anders geen gelegenheid hebben een zekere kromming te verkrijgen.

Fig. 7 geeft weer de momentenlijnen in het elastische gebied, zoals deze zijn gevonden uit de waarnemingen der rekstrookjes, vergeleken met de momenten gevonden met een Cross-berekening. De belasting is hier  $P = 1400 \text{ kg}$ . Er blijkt een goede overeenstemming te bestaan.

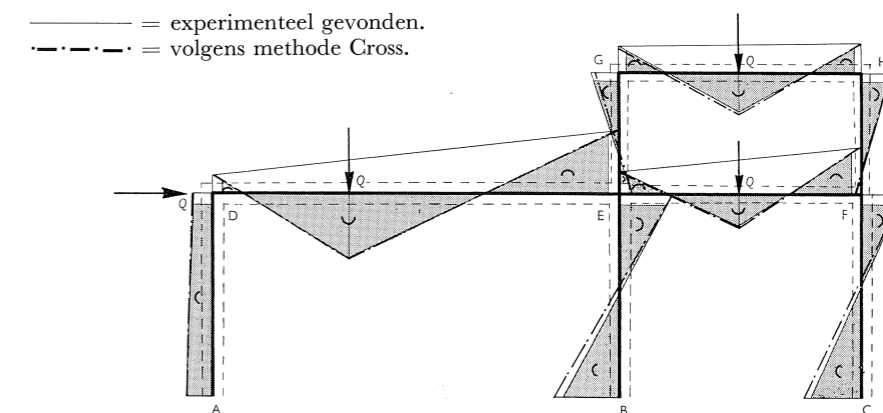


Fig. 7. Momentenlijnen in het elastische gebied.

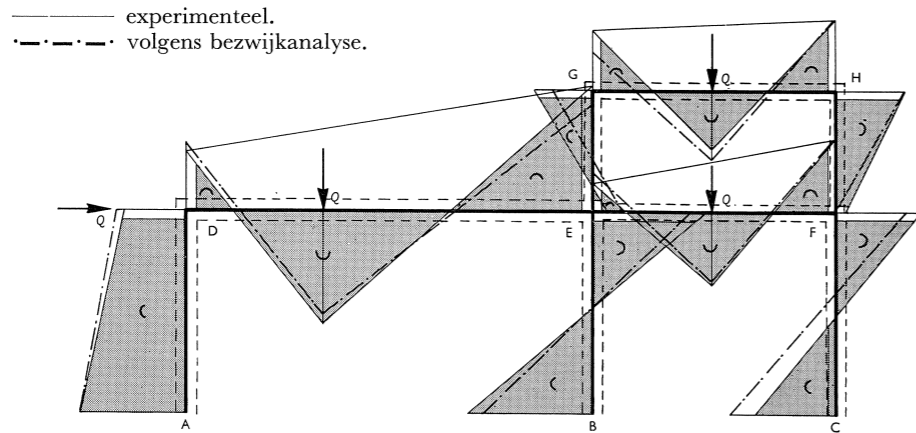
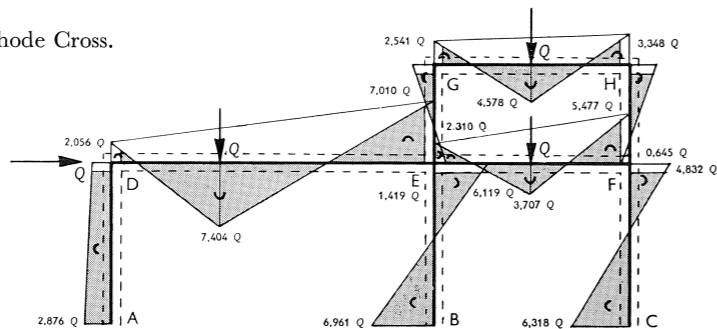


Fig. 8. Momentenlijnen vlak voor het bezwijken.

Fig. 9. Vergelijking van momentenlijnen volgens methode Cross en volgens de bezwijkanalyse.

volgens methode Cross.



volgens bezwijkanalyse.

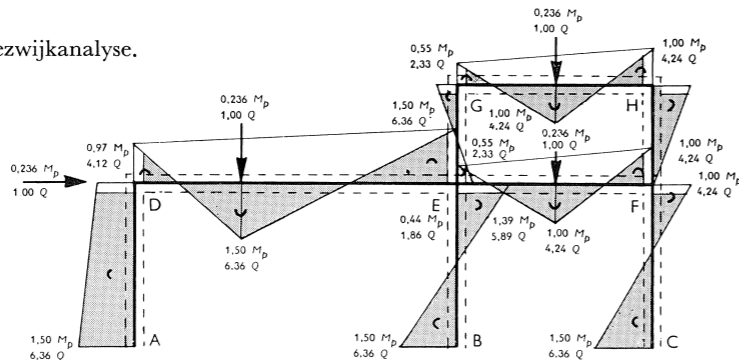


Fig. 8 toont de momentenlijnen dicht bij bezwijken (nl.  $P = 2600$  kg). Hier zijn de gemeten momenten vergeleken met die, berekend volgens de bezwijkanalyse. Ook hier is de overeenstemming goed te noemen.

Een vergelijking van de momentenlijnen, gevonden met de methode Cross, met die, welke zijn gevonden met de bezwijkanalyse laat zien, dat de vorm overeenstemming vertoont; slechts in grootte verschillen de momenten (zie fig. 9). Berekenen volgens de bezwijkanalyse kan dus reeds enig inzicht geven in de momentenverdeling in het elastische gebied! Wanneer men dus slechts globaal de momenten, optredend lang voor bezwijken, wil kennen, behoeft men niet te crossen, maar kan men de constructie berekenen volgens de bezwijkanalyse. Dit geeft een grote werkbesparing, daar deze werkwijze veel minder rekenwerk vereist dan de methode Cross.

### Portaaltje no. 2

De meest ongunstige bezwijkvorm van portaaltje no. 2 is getekend in fig. 10. De bezwijklast wordt gevonden uit de vergelijking:

$$Q \cdot \vartheta \cdot 25 + Q \cdot \vartheta \cdot 17 =$$

$$= 1,50 M_p \left( \vartheta + \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta \right) + 1,00 M_p (\vartheta + \vartheta + \vartheta + \vartheta)$$

Hieruit volgt:  $Q = 0,203 M_p$ . Uit  $M_p = 3150$  kgcm, volgt dus  $P = 2020$  kg. Dit portaaltje heeft bij bezwijken 7 plastische scharnieren en is dan dus nog 3-voudig statisch onbepaald.

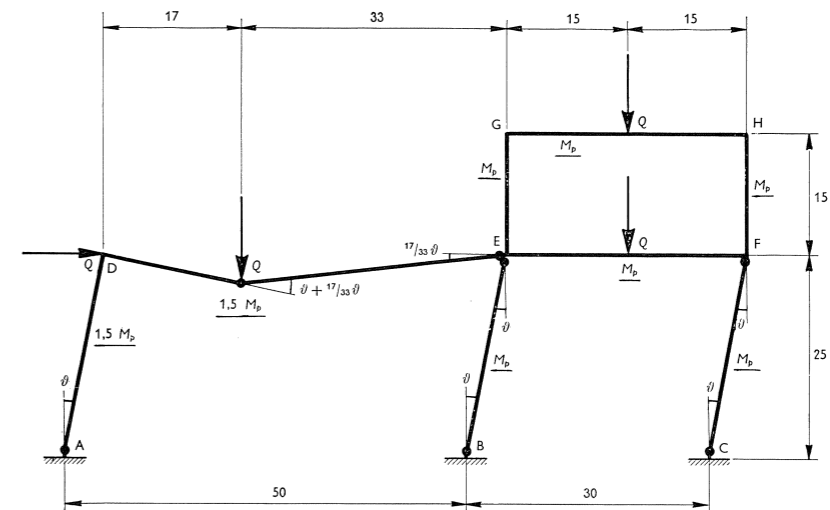


Fig. 10. De meest ongunstige bezwijkvorm van portaaltje no. 2.

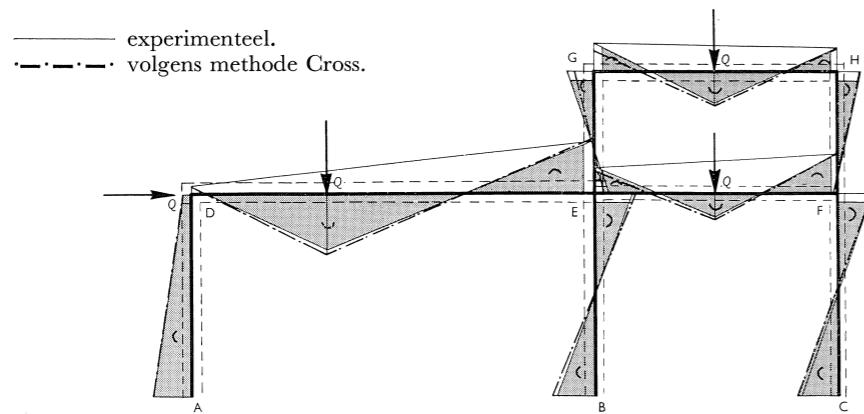


Fig. 11. Momentenlijnen in het elastische gebied.

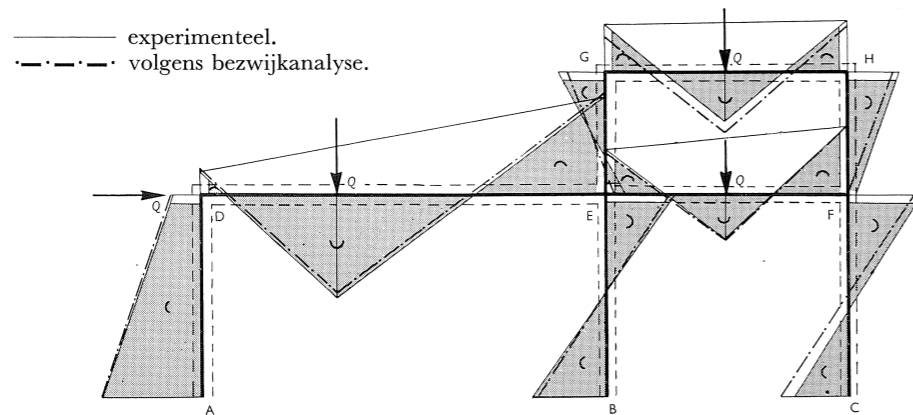


Fig. 12. Momentenlijnen vlak voor het bezwijken.

De bij de proef optredende bezwijklast was  $P = 2250$  kg, wat 11 % hoger is dan werd berekend. Hier is de invloed van de eindige afmetingen van de knooppunten 4 %, zodat weer 7 % overblijft als invloed van de versteviging.

Ook voor portaaltje no. 2 zijn de berekende en de gemeten momenten met elkaar vergeleken. Fig. 11 geldt voor  $P = 1200$  kg (het elastische gebied) en fig. 12 geldt voor  $P = 2100$  kg (dicht bij bezwijken). Uit beide figuren blijkt een goede overeenstemming tussen theorie en experiment.

### Portaaltje no. 3

Dit portaaltje is zo gedimensioneerd, dat twee bezwijkvormen even ongunstig zijn (zie fig. 13).

In geval a geldt voor regel DE:

$$Q \cdot \vartheta \cdot 17 = 1,50 M_p \left( \vartheta + \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta \right)$$

$$\text{of: } Q = 0,267 M_p;$$

voor de regels EF en GH geldt:

$$Q \cdot \vartheta \cdot 15 = 1,00 M_p (\vartheta + 2 \vartheta + \vartheta)$$

$$\text{of } Q = 0,267 M_p.$$

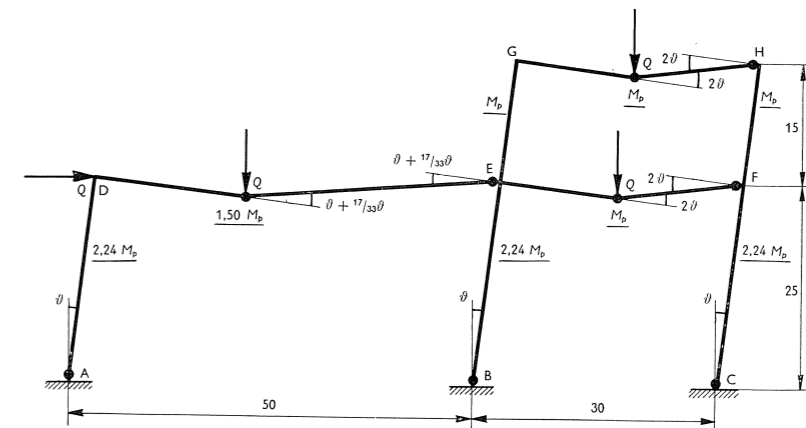
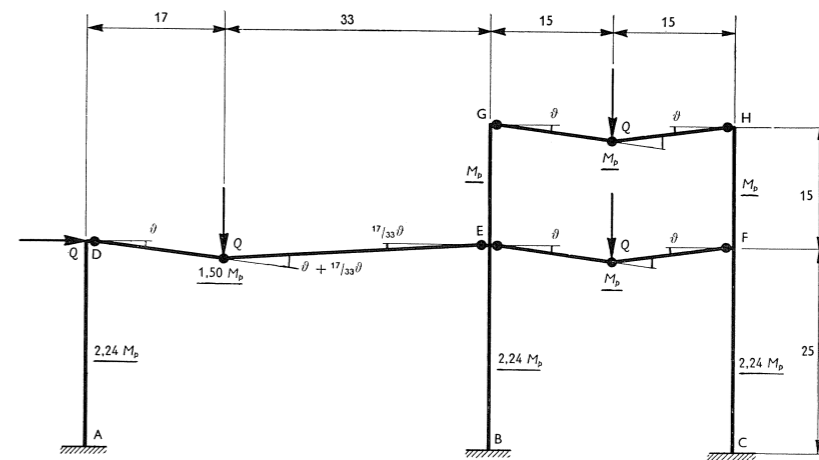


Fig. 13. Twee bezwijkvormen voor portaaltje no. 3 die even ongunstig zijn.

In geval b geldt:

$$\begin{aligned}
 & Q \cdot \vartheta \cdot 25 + Q \cdot \vartheta \cdot 17 + Q \cdot \vartheta \cdot 15 + Q \cdot \vartheta \cdot 15 = \\
 & = 2,24 M_p (\vartheta + \vartheta + \vartheta) + 1,50 M_p \left( \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta \right) + \\
 & + 1,00 M_p (2 \vartheta + 2 \vartheta + 2 \vartheta + 2 \vartheta) \\
 & \text{of } Q = 0,267 M_p.
 \end{aligned}$$

Uit  $M_p = 3150 \text{ kgcm}$ , volgt dus in beide gevallen  $P = 2660 \text{ kg}$ .

In beide gevallen heeft de constructie bij bezwijken 9 plastische scharnieren. Bezwijkvorm b is nog 1-voudig statisch onbepaald. De bezwijkvorm a is echter nog 3-voudig statisch onbepaald. Dit komt, omdat hier drie onderling onafhankelijke bezwijkmechanismen optreden, de constructie wordt dus bij bezwijken ook op drie plaatsen labiel.

Het portaaltje bezweek bij een belasting  $P = 3150 \text{ kg}$ , wat 18 % hoger is dan werd berekend. In dit geval is de invloed van de eindige afmetingen der knooppunten gemiddeld 8 %. Er moet dan 10 % op rekening van de versterking worden geschreven. Dit is zeer aannemelijk, daar de stijlen AD, BE en CF in dit geval aanmerkelijk breder waren dan bij de eerste twee portaaltjes.

#### Portaaltje no. 4

Ook dit portaaltje is zodanig gedimensioneerd, dat twee bezwijkvormen even ongunstig zijn (zie fig. 14).

In geval a geldt:

$$\begin{aligned}
 & Q \cdot \vartheta \cdot 25 = 0,97 M_p (\vartheta + \vartheta) + 1,00 M_p (\vartheta + \vartheta + \vartheta) + 0,93 M_p \cdot \vartheta \\
 & \text{waaruit } Q = 0,235 M_p.
 \end{aligned}$$

Uit  $M_p = 3175 \text{ kgcm}$ , volgt nu  $P = 2360 \text{ kg}$ .

In geval b geldt:

$$\begin{aligned}
 & Q \cdot \vartheta \cdot 25 + Q \cdot \vartheta \cdot 17 = \\
 & 0,97 M_p \cdot \vartheta + 2,56 M_p \left( \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta + \frac{17}{33} \vartheta \right) + 1,00 M_p (\vartheta + \vartheta + \vartheta) + \\
 & + 0,93 M_p \cdot \vartheta \\
 & \text{waaruit } Q = 0,240 M_p.
 \end{aligned}$$

Uit  $M_p = 3175 \text{ kgcm}$ , volgt  $P = 2410 \text{ kg}$ .

Bezwijkvorm a is nog 4-voudig en b nog 3-voudig statisch onbepaald (er zijn 6 resp. 7 plastische scharnieren bij bezwijken).

Experimenteel werd een bezwijklast  $P = 2600 \text{ kg}$  gevonden, dat is dus 10 % resp. 8 % groter dan was berekend. De invloed van de eindige af-

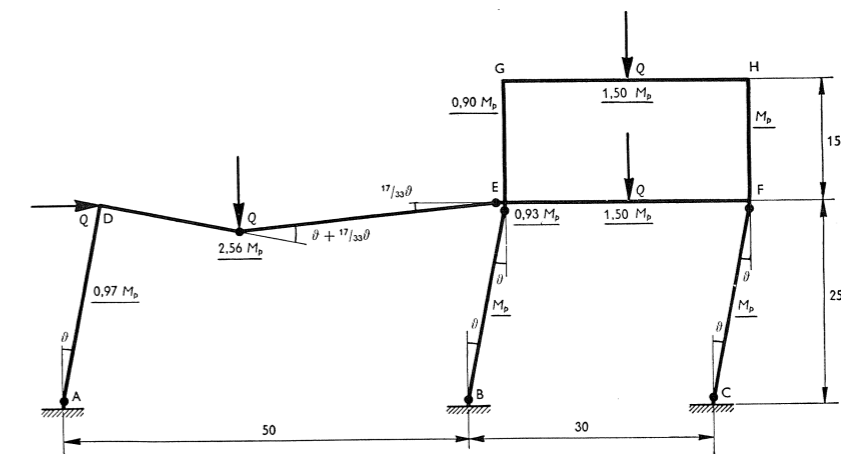
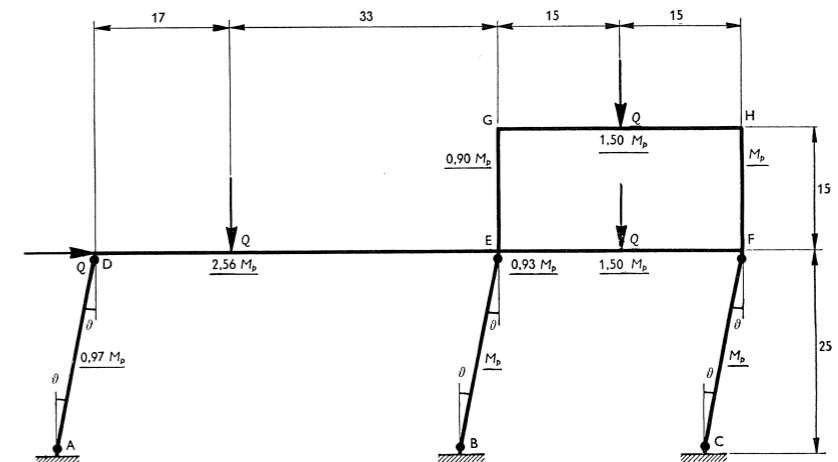
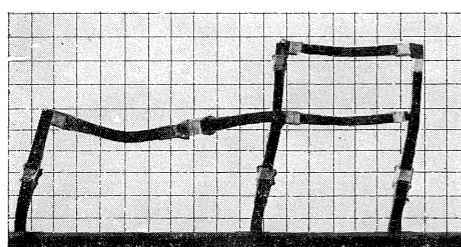
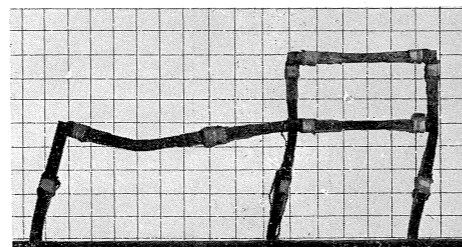


Fig. 14. Twee bezwijkvormen voor portaaltje no. 4, die even ongunstig zijn.

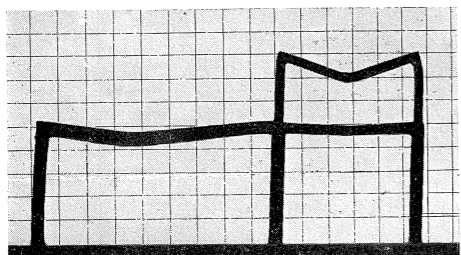
metingen van de knooppunten bedroeg bij a gemiddeld 6 % en bij b 4 %, zodat in beide gevallen 4 % overblijft voor rekening van de versterking. Beide bezwijkvormen zijn dus ondanks het aanvankelijk gevonden verschil bij nadere beschouwing toch precies even ongunstig. De waarde van 4 % voor de versterking is wat aan de kleine kant. Men zou voor dit portaaltje 5 à 6 % verwachten. Dit geringe verschil is waarschijnlijk veroorzaakt door toevallige factoren.



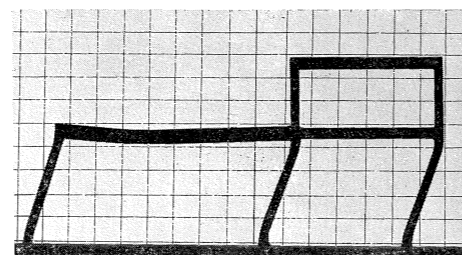
Portaaltje 1.



Portaaltje 2.



Portaaltje 3.



Portaaltje 4.

Fig. 15. Opgetreden bezwijkvormen van de vier portaaltjes.

De uiteindelijk optredende bezwijkvorm van de vier portaaltjes is te zien in fig. 15. Hieruit blijkt, dat portaaltje no. 1 niet geheel overeenkomstig de theorie is bezweken. Dit is een gevolg van het feit, dat de belastingconstructie de grote vervormingen bij bezwijken niet kan volgen. Was dit wél mogelijk geweest, dan was de theoretische vorm wel opgetreden, zoals bleek uit het verloop van de proef.

De bezwijkvorm van portaaltje no. 2 komt volkomen overeen met die welke is getekend in fig. 10.

De portaaltjes no. 3 en 4, die ieder 2, even ongunstige, bezwijkvormen hadden, vertonen beide een combinatie van de gevallen a en b. De beide vormen zijn in fig. 15 te onderkennen bij deze twee portaaltjes, hetgeen een zeer bevredigend resultaat is.

De onderstelling, dat het materiaalverbruik geringer wordt naarmate er meer statisch onbepaalden zijn verdwenen bij bezwijken, dus naarmate er meer plastische scharnieren ontstaan, dus naarmate de afmetingen van de staven beter zijn aangepast aan de momentenlijn bij bezwijken, vindt enige bevestiging in de gedane proeven. Door het voor een portaaltje gebruikte staal in  $\text{cm}^3$  te delen op de berekende bezwijklast in kg is het materiaalverbruik te vergelijken; deze methode mag uiteraard alleen worden toegepast als de

bezwijklasten en de afmetingen niet al te zeer uiteen lopen. Een hoog quotient geeft dan aan, dat het materiaal efficiënt is gebruikt.

De volgende quotienten werden gevonden:

- voor portaaltje no. 1: 4,1,
- voor portaaltje no. 2: 3,7,
- voor portaaltje no. 3: 4,1 en
- voor portaaltje no. 4: 3,7.

De portaaltjes no. 1 en no. 3, die bij bezwijken volgens de theorie nog 1-voudig statisch onbepaald waren, geven dus een 10 % gunstiger uitkomst dan de portaaltjes no. 2 en no. 4, die een 3-voudig statisch onbepaalde bezwijkvorm hadden. Dit komt overeen met bovengenoemde onderstelling.

### Conclusies

De proeven op de portaaltjes hebben uitgewezen, dat de theorie der bezwijkanalyse de werkelijkheid, wat betreft de bezwijkvorm en -last, goed weer geeft. Ook de krachtsverdeling in het plastische gebied vertoont een behoorlijke overeenstemming met de theorie. Door de invloed van de eindige afmetingen der knooppunten en de versteviging, die in de praktijk wordt verwaarloosd, is de theorie steeds aan de veilige kant.

Het is dus geoorloofd deze methode toe te passen voor het berekenen van constructies uit een materiaal met plastische eigenschappen. Dit leidt in de eerste plaats tot tijdsbesparing door het veel geringere rekenwerk. Ten tweede kan economischer worden gedimensioneerd doordat de doorsneden der staven kunnen worden aangepast aan de momentenlijn bij bezwijken en doordat de veiligheidscoëfficiënt tegen overbelasten der constructie een constante waarde kan krijgen.

Een bezwaar van deze methode is, dat de in het elastische gebied optredende vervormingen onbekend blijven terwijl deze soms maatgevend zijn. Echter ook dan kan voor de dimensionering gebruik worden gemaakt van de bezwijkanalyse. Meestal moet namelijk een constructie diverse malen (b.v. met de methode „Cross”) worden doorgerekend vóór de juiste afmetingen zijn bepaald. Bij deze werkwijze is dat niet nodig; slechts dient ter controle van de optredende vervormingen het geheel uiteindelijk nog slechts één keer te worden berekend volgens de elasticiteitstheorie. Aldus is ook voor deze gevallen nog een werkbesparing te verkrijgen door toepassen van de bezwijkanalyse.

De vaak verkondigde opvatting, dat de constructies, berekend volgens de bezwijkanalyse, vaak al bij geringe belastingen vrij grote vervormingen krijgen, is blijkens de gedane proeven onjuist. Bij alle vier portaaltjes traden noemenswaardige vormveranderingen pas op in de buurt van de theoretisch berekende bezwijklast.

In sommige gevallen geeft toepassen van de bezwijkanalyse weinig werkbesparing, doordat de ongunstigste bezwijkvorm nog erg veel statisch onbe-

paalden heeft. Dat is b.v. het geval bij pakhuizen, waar de horizontale (wind)-belasting gering is in verhouding tot de grote verticale belasting. Er ontstaan dus vrij veel onderling onafhankelijke liggermechanismen (zoals in fig. 13a) en de kolommen blijven statisch onbepaald. Deze laatste dienen op knik te worden berekend.

In andere gevallen, zoals bij meerbeukige loodsen, waar door de hellende daken al horizontale krachten worden uitgeoefend op de stijlen, zijn in de bezwijkvormen wél nagenoeg alle statisch onbepaalden verdwenen. Daar voldoet deze rekenwijze, zoals in enkele gevallen al is bewezen, dan ook uitstekend.

#### **Summary**

This article deals with tests on models of portals loaded up to failure to verify the ultimate load theory. The experimentally obtained results are compared with those of calculations according to the ultimate load theory. The values from the tests are somewhat higher than the theoretical values owing to the finite dimensions of the points of junction and to the strengthening occurring in the plastic hinges. From measurements with electrical strain gauges the occurring moment curves are determined and compared with those from the method Cross and with those from the ultimate load theory. In the conclusions some general remarks upon the calculation of constructions according to the ultimate load theory are given too.