

DE KUBUSDRIKSTERKTE ALS MAATSTAF VOOR DE BETONKWALITEIT

In de eerste twee paragrafen wordt nagegaan in hoeverre de kubusdruksterkte als maatstaf kan dienen voor de betonkwaliteit zowel ten aanzien van de absolute waarde als van de variaties hierin. Het blijkt dat onder bepaalde voorzorgen de kubusdruksterkte inderdaad als een goede maatstaf kan worden beschouwd. Na een enigszins uitgebreide verhandeling over de basisbegrippen bij statistische analysemethoden wordt de variantieanalyse toegepast om te komen tot een objectieve maatstaf voor de variaties in en tussen de molenvullingen (§ 3) waarna enige gegevens omtrent de betonkwaliteit in Nederland statistisch worden nagegaan (§ 4).

In § 5 worden de criteria behandeld volgens welke men deze sterkte objectief kan beoordelen en vergelijken ten opzichte van de vereiste sterkte; in § 6 wordt ten slotte een methode aangegeven om op een eenvoudige wijze de sterkte als functie van de tijd te bepalen. Het geheel kan worden toegepast om met een beperkt aantal proefstukken (9) te komen tot een objectieve beoordeling van het beton in het werk.

Inleiding

Zoals reeds eerder¹⁾ is uiteengezet, vertoont het begrip betonkwaliteit twee facetten, nl. een absolute waarde, welke men door middel van cijfers tracht vast te leggen, en een grotere of kleinere gelijkmatigheid van deze absolute waarde, dus de variatie welke optreedt, indien de absolute waarde n malen wordt bepaald. In het navolgende wordt thans nagegaan in hoeverre met de kubusdruksterkte een indruk omtrent de betonkwaliteit kan worden verkregen, waarbij uiteraard beide genoemde facetten dienen te worden beschouwd.

1 De kubusdruksterkte als absolute waarde voor de betonkwaliteit

De beoordeling van de betonkwaliteit dient te geschieden afhankelijk van de eisen welke aan een betonconstructie worden gesteld. Zo zal b.v. voor een voorgespannen betonconstructie de druksterkte van het grootste belang zijn,

¹⁾ I.B.C.-Mededelingen 5 (1957) no. 1, januari.

voor een betonnen watertoren de waterdichtheid benevens de treksterkte van het beton, voor betonwegen de weerstand tegen afslijten en de vorstbestendigheid. De betonkwaliteit is dus niet een vaststaande grootheid doch een verzameling van eigenschappen, waarvan bij bepaalde constructies bepaalde eigenschappen op de voorgrond treden. Als eigenschappen, die tezamen tot het begrip betonkwaliteit bijdragen, kunnen worden genoemd: volumegewicht, sterkte (druk-, trek-, buig-, schuif-, wringsterkte), elasticiteit(modulus), krimp, kruip, luchtdichtheid, waterdichtheid, capillariteit, vorstbestendigheid, weerstand tegen afslijten, vuurbestendigheid en weerbestendigheid.

Het fundamentele, dat een groot aantal van deze eigenschappen bepaalt, is de dichtheid (als tegengestelde van porositeit). Hoe groter de dichtheid (voor beton zonder toevoeging) des te hoger de weerbestendigheid, de vuurbestendigheid, de weerstand tegen afslijten, de vorstbestendigheid, de water- en luchtdichtheid, de elasticiteitsmodulus, de sterkte en het volumegewicht en des te lager over het algemeen de krimp en de kruip.

Wat de elasticiteitsmodulus, de sterkte en het volumegewicht betreft behoort het omgekeerde echter niet altijd waar te zijn, m.a.w. een hoge sterkte behoort niet gepaard te gaan met een hoge graad van dichtheid, al zal dit over het algemeen wel het geval zijn, nl. voorzover sprake is van een goede korrelgradering, tezamen met een cementshoeveelheid van ten minste 300 kg/m^3 .

Over het algemeen kan men van deze betonsamenstellingen zeggen dat zij bij een hoge druksterkte ook een goede weerbestendigheid, waterdichtheid, vuurbestendigheid, vorstbestendigheid en weerstand tegen afslijten hebben, dat een hoge elasticiteitsmodulus en een hoog volumegewicht worden bereikt, en dat ook de trek-, de buig-, de schuif- en de wringsterkte goed zullen zijn. Voor betonsamenstellingen met een goede korrelverdeling en een cementgehalte van ten minste 300 kg/m^3 kan dus de druksterkte worden beschouwd als een behoorlijke maatstaf voor de kwaliteit van die betonsamenstelling.

Thans zal worden nagegaan in hoeverre de druksterkte van het beton in het werk overeenkomt met de kubusdruksterkte, d.i. de druksterkte van separaat vervaardigde kuben van $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$. Hoewel in beide gevallen de betonsamenstelling dezelfde is, verschillen het transport naar resp. stort en kubusmallen, de plaatsing van de betonspecie ter plaatse van het stort resp. in de kubusmallen, de verdichting van de betonspecie ter plaatse van het stort resp. in de kubusmallen, en de wijze van verharden van het beton in het werk, resp. in de kubusmallen.

Hieruit blijkt reeds, dat de kubussterkte aangeeft de sterkte die met een bepaalde betonsamenstelling onder bepaalde omstandigheden bereikt *kan* worden; het is evenwel in het geheel niet zeker, dat deze kubussterkte inderdaad in het werk aanwezig zal zijn.

Indien echter zorg wordt besteed aan het transport en de verdichting in het werk, is de kubusdruksterkte hoger dan de druksterkte (tot ca. 20 %) in

het werk, mits de kuben dezelfde wijze van verharderen hebben ondergaan als het werk. Dit is het gevolg van de verhouding oppervlakte/inhoud welke voor de kuben vele malen groter is dan voor het beton in het werk. Worden de kuben opgeslagen in een kist met ca. 10 cm vochtig zand tussen de kuben onderling en met wanden zó hoog, dat alleen het bovenoppervlak aan de lucht is blootgesteld, dan wordt de druksterkte in het werk goed benaderd; indien echter de kuben direct na ontkisten (1 à 2 dagen na storten) in het laboratorium verder verharderen onder water van 19 °C of in lucht van ca. 98 % R.V. en 19 °C, blijkt de kubusdruksterkte tot ca. 15 % lager te zijn dan de druksterkte in het werk.²⁾ Vanzelfsprekend moeten de kuben met zorg in goede mallen worden vervaardigd. Hiervoor dienen bijvoorbeeld de voorschriften van de GBV 1950 te worden gevolgd.

Resumerende blijkt het dus inderdaad mogelijk te zijn dat de absolute waarde van de kubussterkte als een behoorlijke maatstaf voor de betonkwaliteit wordt beschouwd.

Vooropgesteld moet echter worden dat de wijze van verharderen voor de kuben gestandaardiseerd dient te zijn. De beste methode lijkt hiervoor te zijn, de kuben na ontkisten te bewaren (tot ongeveer de dag van beproeven) in een kist waarbij ca. 10 cm zand tussen de kuben onderling en de wanden aanwezig is, terwijl de bovenzijde der kuben aan weer en wind is blootgesteld.

2 Variaties in de kubusdruksterkte als maatstaf voor de variaties in de betonkwaliteit

In het voorgaande werd afgeleid dat onder bepaalde omstandigheden de absolute waarde van de kubusdruksterkte een maatstaf is voor de absolute waarde van de druksterkte van het werk zelf en dat deze laatste een redelijke maatstaf kan zijn voor de betonkwaliteit. Thans dienen te worden beschouwd de variaties welke in de kubusdruksterkte kunnen optreden ten opzichte van de variaties die zich kunnen voordoen in de sterkte van het werk.

De variaties in de sterkte van het werk zijn afkomstig van twee fundamenteel verschillende bronnen ³⁾:

a. Variaties in één molenvulling

Variaties in de individuele molenvullingen, veroorzaakt door menging, transport, wijze van verdichten en wijze van verharderen.

²⁾ Vergelijk ook: GRAF, O., Die Eigenschaften des Betons. Springer, Berlin 1950.

HERMITE, R. L', Idées actuelles sur la technologie du béton. Dunod, Paris 1955.

³⁾ Ontleend aan: PLUM, N. M., Quality control of concrete, its rational basis and economic aspects. Proc. Inst. Civ. Eng., **2** (1953) part 1, may, p. 311...336.

b. *Variaties tussen de molenvullingen onderling*

Variaties in de gemiddelde kwaliteit tussen de molenvullingen onderling, veroorzaakt door veranderende mengverhoudingen, eventuele wijzigingen in kwaliteit van cement en toeslag, en variaties veroorzaakt door transport, wijze van verdichten en wijze van verharderen.

Tabel I geeft een overzicht van de variaties in de sterkte van het werk.

Tabel I Variaties in de sterkte van het beton in het werk

	oorsprong	a variaties in de molenvulling	b variaties tussen de molenvullingen
1	cement		x
2	toeslag		x
3	water		x
4	toevoegingen		x
5	mengverhouding		x
6	mengen	x	
7	transport	x	x
8	verdichten	x	x
9	wijze van verharderen	x	x

Het is duidelijk dat de variatie in de kubussterkte van de monsterneming afhangt. Worden de kuben namelijk alle uit één molenvulling genomen, dan kunnen als oorsprong der variaties slechts optreden de menging, het transport, de verdichting, de wijze van verharderen (welke laatste twee bewerkingen gestandaardiseerd kunnen worden) en de wijze van beproeven (welke eveneens gestandaardiseerd kan worden). Worden de kuben alle uit verschillende (willekeurige) molenvullingen genomen, dan treden als oorsprong der variaties bovendien op de wisselingen in de kwaliteit van cement, toeslag, water en toevoegingen, en de wisselingen in de mengverhouding.

Aangezien het voor het beoordelen van de kwaliteit van belang is zowel de variaties in één molenvulling als de variaties tussen molenvullingen onderling te kennen, zal het nodig zijn uit verschillende (willekeurige) molenvullingen monsters betonspecie te nemen op het stort en uit elk monster betonspecie in het werk enige kubusvormige proefstukken te vervaardigen. Op deze wijze alleen zal het mogelijk zijn dat de variaties in de kubussterkte een maatstaf zijn voor de variaties in de sterkte van het beton.

3 Analyse van de kubussterkte

Ten einde uit de sterktecijfers een maximum aan objectieve gegevens te verkrijgen is het nodig de cijfers volgens statistische methoden te analyseren. Voor een beter begrip van deze methoden is het wellicht wenselijk iets nader op de meer fundamentele begrippen der statistiek in te gaan.

3.1 Statistische begrippen

Indien een serie kubusdruksterktecijfers ³⁾ van beton van dezelfde samenstelling en ouderdom beschikbaar zou zijn, kunnen deze grafisch worden weergegeven in een histogram (zie fig. 1). Men deelt hiertoe het gebied waarbinnen de waarnemingen vallen in een aantal intervallen van gelijke grootte. Voor elk interval maakt men de frequentie op (d.w.z. het aantal waarnemingen dat in het interval gelegen is) en geeft deze grafisch weer zoals in fig. 1 is gebeurd.

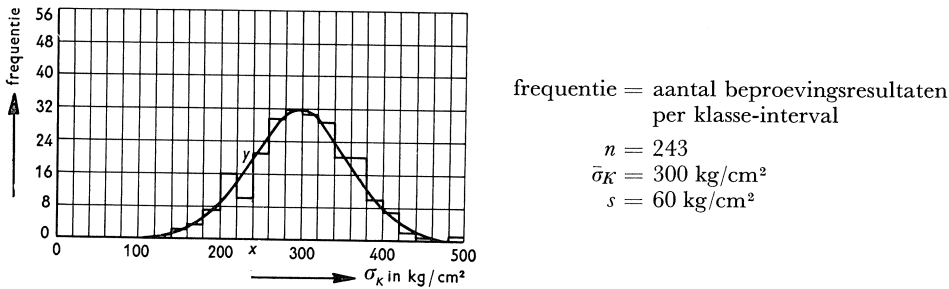


Fig. 1. Verdeling van kubusdruksterkte bij 243 betonnen proefstukken.

Het totale aantal proefstukken bedraagt hier 243, het interval 20 kg/cm², de verdeling der frequentie over de intervallen geeft het histogram. Gewoonlijk kan zulk een histogram benaderd worden door een „normale” frequentieverdeling (Gauss-Laplace) die eveneens in fig. 1 is getekend. Deze frequentieverdeling wordt volledig bepaald door twee parameters: het gemiddelde en de standaardafwijking. Noemt men de afzonderlijke waarnemingen $x_1, x_2, x_3, x_i \dots x_n$ dan wordt het gemiddelde

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

en de standaardafwijking ⁴⁾

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

(waarin $i = 1 \dots n$)

of omgewerkt en geschikt voor bewerkingen met een rekenmachine:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n - 1}}$$

⁴⁾ Statistische nomenclatuur volgens normblad V 1047: Weergeven van waarnemingsreeksen.

De vergelijking van de normale frequentieverdeling luidt nu:

$$\text{frequentie } y = \frac{n \cdot i}{s \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}}$$

met als maximale ordinaat

$$y_{\max} = \frac{n \cdot i}{s \sqrt{2\pi}}$$

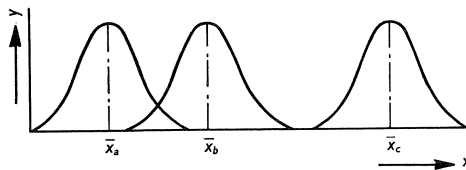
waarin: n = aantal waarnemingen
 i = klasse-interval
 x = gekozen afstand t.o.v. de abscis

Ten einde nu in termen van waarschijnlijkheid ⁵⁾ te kunnen spreken wordt het oppervlak onder de kromme gelijk aan 1 gesteld, hetgeen betekent dat wordt uitgegaan van de vergelijking

$$y = \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}}$$

waarbij y voorstelt de waarschijnlijkheid die behoort bij een bepaalde variabele kwantiteit x , en die dus maximaal is voor de waarde $x = \bar{x}$, m.a.w. de waarschijnlijkheid, dat een heel kleine of een heel grote waarde voor x optreedt, is zeer klein.

Het zal duidelijk zijn dat alle Gauss-krommen in wezen gelijk zijn en alleen verschillen in de gemiddelde waarde \bar{x} en de standaardafwijking s ; de vorm zal hetzelfde zijn. Fig. 2 geeft verdelingen met verschillende waarden voor \bar{x} en dezelfde waarde voor s , fig. 3 geeft verdelingen met dezelfde waarde voor \bar{x} en verschillende waarden voor s .



x = beproevinguitkomst; y = waarschijnlijkheidsfrequentie

Fig. 2. Verdelingen met dezelfde standaardafwijkingen s , maar met verschillende gemiddelde waarden.

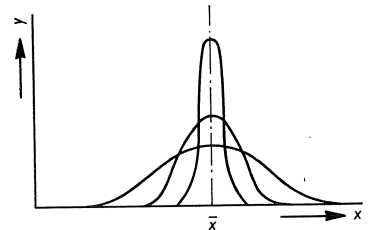


Fig. 3. Verdelingen met dezelfde gemiddelde waarden, maar met verschillende standaardafwijkingen s .

De reden dat in fig. 3 de krommen verschillen in hoogte, is dus dat het oppervlak onder de krommen als eenheid is genomen. Ten einde nu de verdelingen te kunnen vergelijken dienen hun parameters, i.c. \bar{x} en s op elkaar te worden afgestemd. Dit gebeurt door aan \bar{x} de waarde nul toe te kennen en alle afwijkingen van deze gemiddelde waarde ($=0$) in de standaardafwijking s uit te drukken. Als dit wordt gedaan, zal dus elke verdeling als gemiddelde

⁵⁾ Zie o.a. MORONEY, M. J., Facts from figures. Pelican book A 236.

waarde 0 hebben en een standaardafwijking gelijk aan de eenheid of, mathematisch uitgedrukt, zal elke afwijking van de gemiddelde waarde een waarde hebben

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

De vergelijking van de kromme gaat dan over in

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

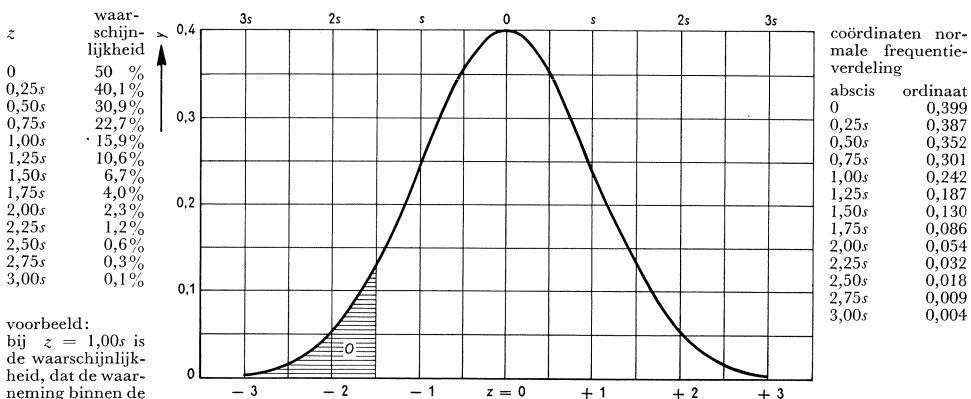
Zoals gezegd stelt dus het oppervlak onder deze kromme tussen twee waarden van z de waarschijnlijkheid voor, dat een punt uit de verdeling zal liggen tussen de waarden van de variabelen die overeenkomen met deze twee waarden van z . Tevens geeft deze vergelijking de mogelijkheid op gemakkelijke wijze de frequentieverdeling te schetsen (zie fig. 4).

Berekend kan nu worden

- dat 68,27 % van het oppervlak ligt tussen de waarden $z = -1$ en $z = +1$;
- dat 95,45 % van het oppervlak ligt tussen de waarden $z = -2$ en $z = +2$;
- dat 99,73 % van het oppervlak ligt tussen de waarden $z = -3$ en $z = +3$;
- dat 99,994 % van het oppervlak ligt tussen de waarden $z = -4$ en $z = +4$;
- dat 50 % van het oppervlak ligt tussen de waarden $z = -0,6745$ en

$$z = +0,6745.$$

De waarschijnlijkheid als fractie van het oppervlak van de normale verdeling kan eveneens worden afgelezen in fig. 4.



Het oppervlak O is de waarschijnlijkheid, dat een waarde, behorende tot de normale verdeling, valt buiten de waarde xs .

voorbeeld:
bij $z = 1,00s$ is de waarschijnlijkheid, dat de waarneming binnen de normale verdeling valt, hier dus $100 - 15,9 = 84,1\%$ en de waarschijnlijkheid, dat de waarneming niet meer dan s verwijderd ligt van de gemiddelde waarde, bedraagt dus $100 - (15,9 + 15,9) = 68,2\%$.

Fig. 4. Constructie en betekenis van de normale frequentieverdeling (Gauss-Laplace).

Wordt dit thans toegepast op de frequentieverdeling van fig. 1 waar de standaardafwijking 60 kg/cm^2 bedraagt, dan blijkt (zie fig. 5) dat 68 % der waarnemingen een sterkte heeft tussen $(300-60)$ en $(300+60)$ of ligt tussen 240 en 360 kg/cm^2 , dat 95,5 % der waarnemingen ligt tussen $(300-2 \cdot 60)$ en $(300+2 \cdot 60)$ of tussen 180 en 420 kg/cm^2 en dat praktisch alle waarnemingen (99,7 %) liggen tussen 120 kg/cm^2 en 480 kg/cm^2 .

Omgekeerd geredeneerd is er bijvoorbeeld dus 95,5 % waarschijnlijkheid dat de waarnemingen liggen tussen de gemiddelde waarde minus tweemaal de standaardafwijking en de gemiddelde waarde plus tweemaal de standaardafwijking ($180-420 \text{ kg/cm}^2$).

Ten slotte dient nog te worden vermeld, dat de standaardafwijking s wordt uitgedrukt in procenten van de gemiddelde waarde en dan wordt genoemd de variatiecoëfficiënt:

$$vc = \frac{s}{x} \cdot 100 \%$$

In het voorbeeld bedraagt dus de variatiecoëfficiënt:

$$vc = \frac{60}{300} \cdot 100\% = 20 \%$$

Het is duidelijk, dat voor de bepaling van de standaardafwijking s meestal vrij veel rekenwerk nodig is. Het is daarom een gelukkige omstandigheid, dat er voor kleine waarnemingsreeksen een zeer nauwe samenhang bestaat tussen de standaardafwijking s en de spreidingsbreedte w , welke wordt gedefinieerd als het verschil tussen de hoogste en de laagste uitkomst in een reeks. Men dient daartoe w te vermenigvuldigen met een factor $A(n)$ welke afhankelijk is van het aantal waarnemingen n in de reeks. Tabel 2 geeft deze waarden, waarmee men dus uit de spreidingsbreedte w de standaardafwijking verkrijgt, welke dan wordt aangeduid als s_w . De vc (vc_w) volgt weer door s_w uit te drukken in procenten van de gemiddelde waarde.

Tabel II De factor $A(n)$ in de vergelijking $s_w = A(n) \cdot w$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(n)$	0,8865	0,5907	0,4857	0,4299	0,3946	0,3698	0,3512	0,3367	0,3249
$A(n)$ afgerond ⁴⁾	0,89	0,59	0,49	0,43	0,40	0,37	0,35	0,34	0,32

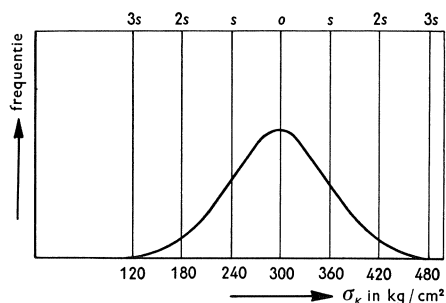


Fig. 5. Dezelfde verdeling als in fig. 1 echter nu ingedeeld in stroken met de breedte van de standaardafwijking s .

3.2 Toepassing der statistiek op de analyse der kubusdruksterkte

Uit het voorgaande volgt de berekening van gemiddelde, standaardafwijking s en variatiecoëfficiënt vc , de beide laatste hetzij uit individuele waarnemingen, hetzij uit de spreidingsbreedte w .

Zoals in § 2 is gebleken, is het echter gewenst te beschikken over kubussterktecijfers, afkomstig uit meer dan een molenvulling en is het van belang te weten de variaties in de individuele molenvulling en de variaties tussen de molenvullingen onderling. Uit het voorgaande volgt dat deze variaties eveneens zullen worden uitgedrukt in de standaardafwijking s en/of in de variatiecoëfficiënt vc . De hiertoe nodige statistische afleiding berust op de zgn. variantie-analyse welke uit de handboeken kan worden afgeleid ^{5, 6}). Het schema hiertoe zal worden gegeven, daarbij uitgaande van de onderstaande aanwezige sterktecijfers.

molenvulling no.	1	2	3j	k
proefstuk no. 1					
2					
⋮					
i					$x_{i,j}$
⋮					
n					

De notatie duidt dus aan dat van k molenvullingen elk n proefstukken aanwezig zijn en in totaal dus $k \times n$ kubusdruksterktecijfers zijn verkregen welke worden aangeduid als $x_{i,j}$.

Het berekeningsproces verloopt als volgt:

- a. Kwadrateer de individuele sterktecijfers en tel ze op, m.a.w. bepaal:

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,j})^2$$

- b. Bepaal de som van elke kolom (sterktecijfers van proefstukken uit één molenvulling), kwadrateer deze sommen, tel ze op en deel het resultaat door het aantal sterktecijfers dat uit één molenvulling afkomstig is, m.a.w. bepaal:

$$\frac{\sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^n (x_{i,j}) \right)^2}{n}$$

- c. Bepaal de totale som van alle individuele sterktecijfers, kwadrateer deze en deel ze door het totale aantal sterktecijfers, m.a.w. bepaal:

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,j}) \right)^2}{nk}$$

⁶) BROWNLEE, K. A., Industrial experimentation. London, His Majesty's stationery office, 1949.

Worden nu de variaties in de enkele molenvullingen aangeduid als s_n , de variaties tussen de molenvullingen onderling als s_k en de variaties in de totale verdeling sterktecijfers als s_{nk} , dan geldt:

s_n wordt gevonden door de waarde berekend onder a) te verminderen met de waarde berekend onder b), het verschil te delen door $k(n-1)$ en hieruit de wortel te trekken, m.a.w.

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,j})^2 - \frac{\sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^n (x_{i,j}) \right)^2}{n}}{k(n-1)}}$$

Wordt nu het verschil genomen van b) en c) en dit gedeeld door $(k-1)$ dan wordt gevonden het kwadraat van s_n vermeerderd met n maal het kwadraat van s_k of in formulevorm:

$$n \cdot s_k^2 + s_n^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^n (x_{i,j}) \right)^2}{n} - \frac{\left(\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,j}) \right)^2}{nk}}{k-1}$$

Aangezien s_n reeds bekend is, kan s_k gemakkelijk worden berekend.

De totale variatie s_{nk} is nu gelijk aan

$$s_{nk} = \sqrt{s_k^2 + s_n^2}$$

Voorwaarde voor de berekening van s_n en s_k afzonderlijk, is dat de verhouding $(n s_k^2 + s_n^2)/s_n^2 \gg 1$ daar slechts in dit geval het bewijs is geleverd, dat inderdaad de variaties tussen de molenvullingen onderling van meer factoren afhankelijk zijn dan de variaties in de enkele molenvullingen (hetgeen volgens tabel I het geval moet zijn).

Het lijkt wenselijk met een voorbeeld het besprokene toe te lichten. Daartoe vermeldt tabel IIIa de resultaten van verkregen sterktecijfers.

Tabel IIIa Voorbeeld voor variantieberekening

proefstukken	molenvullingen				opmerkingen
	1	2	3	4	
1	210	220	240	190	$k = 4$
2	200	210	230	180	$n = 3$
3	210	200	230	200	

Ten einde gemakkelijker te rekenen worden alle cijfers verminderd met 200; dit kan zonder het resultaat te beïnvloeden. Om geen onnodige verwarring te stichten wordt geen verdere vereenvoudiging toegepast.

Tabel IIIb

proefstukken	molenvullingen				totaal
	1	2	3	4	
1	10	20	40	-10	
2	0	10	30	-20	
3	10	0	30	0	
som	20	30	100	-30	120

Het gemiddelde bedraagt $\frac{120}{12} = 10$ dus $\bar{x} = 210 \text{ kg/cm}^2$.

Nu wordt:

a. $10^2 + 0 + 10^2 + \dots + (-10)^2 + (-20)^2 + 0 = 4600$

b. $\frac{20^2 + 30^2 + 100^2 + (-30)^2}{3} = \frac{12200}{3} = 4067$

c. $\frac{120^2}{12} = \frac{14400}{12} = 1200$

In tabel IIIc wordt ten slotte de uitkomst gevonden.

Tabel IIIc

oorzaak variaties	som der kwadraten	graden vrijheid	gemiddelde kwadraten	componenten der variaties
tussen molenvullingen onderling	$4067 - 1200 = 2867$	$k - 1 = 4 - 1 = 3$	$\frac{2867}{3} = 956$	$n \cdot s_k^2 + s_n^2$
in enkele molenvulling	$4600 - 4067 = 533$	$k(n - 1) = 4(3 - 1) = 8$	$\frac{533}{8} = 67$	s_n^2
totaal	$4600 - 1200 = 3400$	$k \cdot n - 1 = 12 - 1 = 11$		

Daar $s_n^2 = 67$ wordt $s_k^2 = \frac{956 - 67}{3} = \frac{889}{3} = 296$

m.a.w. $s_n = \sqrt{67} = 8,2 \text{ kg/cm}^2$ en $s_k = \sqrt{296} = 17,2 \text{ kg/cm}^2$ en

$vc_n = \frac{8,2}{210} = 3,9 \%$ en $vc_k = \frac{17,2}{210} = 8,0 \%$

terwijl $s_{nk} = \sqrt{67 + 296} = \sqrt{363} = 19,0 \text{ kg/cm}^2$ of $vc_{nk} = \frac{19,0}{210} = 9,0 \%$

De gegeven analyse kan bij de huidige methode van werken pas worden toegepast, indien alle cijfers van het betreffende werk ter beschikking zijn en het betonwerk reeds geheel gereed is. Dan is dus precies na te gaan hoe de variaties in sterkte ten opzichte van de gemiddelde sterkte liggen en wat de hoofdoorzaken van deze variaties zijn, m.a.w. op welke punten meer controle had moeten worden uitgeoefend om een gelijkmatiger kwaliteit te verkrijgen.

In de praktijk worden echter per stortdag enige kuben vervaardigd en wenst men zo snel mogelijk op de hoogte te zijn van de kwaliteit hiervan. De beste methode hiertoe lijkt, per stortdatum uit drie willekeurige molenvullingen elk drie kuben te nemen. Na 7 dagen zou dan van 6 kuben (uit 3 molenvullingen) de kubusdruksterkte kunnen worden bepaald, waaruit zou volgen hoe groot de variaties tussen en in de molenvullingen zijn. Bij 28 dagen ouderdom zouden de overige drie kuben worden beproefd, waaruit de definitieve sterktecijfers, welke bepalend zijn volgens de GBV 1950, zouden worden verkregen. Zou na 7 dagen de sterkte groter zijn dan 70 % van de vereiste sterkte na 28 dagen, en de variatie binnen nader te bepalen grenzen liggen, dan behoeven de kuben voor het bepalen van de sterkte na 28 dagen niet meer te worden beproefd. Deze zouden ook kunnen worden gebruikt om de sterkte als functie van de tijd vast te stellen (zie § 6).

4 Gegevens omtrent de betonkwaliteit in Nederland in de jaren 1952 t/m 1956

Cijfers betreffende de algehele controle van grote betonwerken, waaruit dus door middel van de statistische analyse volgens § 3 de gegevens betreffende de sterkte en de variatie hierin (in de individuele molenvulling en tussen de molenvullingen onderling) berekend zouden kunnen worden, zijn niet beschikbaar. Wel worden uit alle delen van Nederland regelmatig betonkubens aan het Instituut opgestuurd ter bepaling van de kubusdruksterkte. Deze betonkubens worden meest in series van 3, echter ook in series van 2 tot 6 stuks ontvangen, waarbij opdracht wordt verstrekt om deze series bij diverse leeftijden (7-90 dagen) op druksterkte te onderzoeken. Nagenoeg steeds zijn de kubens uit één molenvulling afkomstig.

Bij het verrichte onderzoek werden in eerste instantie de cijfers verzameld van series van drie kubens beproefd bij 28 dagen ouderdom. Tabel IV vermeldt de frequentietabel van de gemiddelde sterkten der series, waarnaar het histogram in fig. 6 is geschetst.

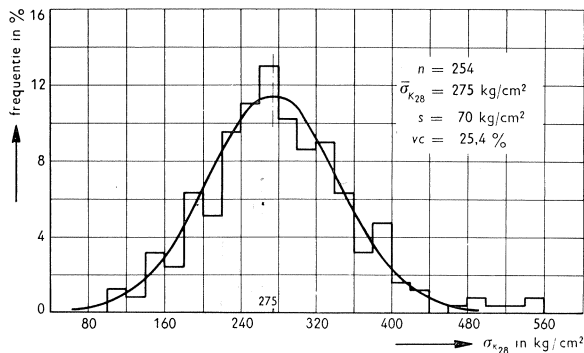
Aangezien de kubens in hoofdzaak afkomstig zijn van bouwwerken, waar met bouwcontrole wordt gebouwd, dient de minimum-kubussterkte bij 28 dagen dus 200 kg/cm² te bedragen. Het blijkt dat 16 % van het aantal series deze minimumsterkte niet bezit.

In tweede instantie werd nagegaan, hoe de variatie in de sterkten der series van 3 proefstukken verloopt. Daartoe werd voor elke serie van 3 kubens uit de spreidingsbreedte de standaardafwijking s_w bepaald en vervolgens de variatiecoëfficiënt vc_w . In tabel V zijn de gevonden waarden voor vc_w samengevat en in fig. 7 als histogram afgebeeld.

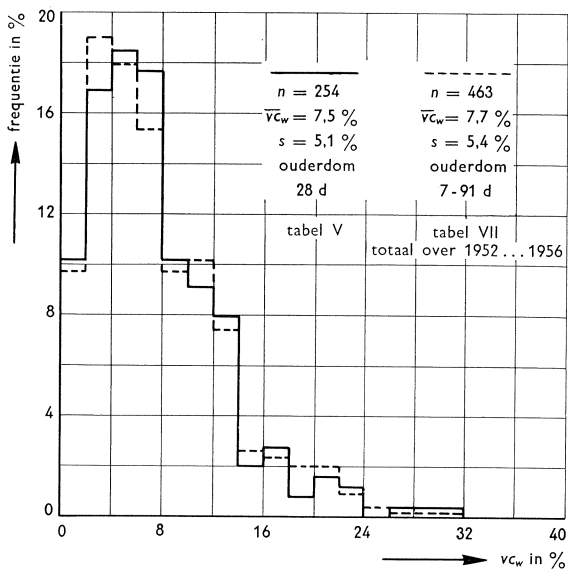
Het blijkt dat 90 % der series een vc_w heeft kleiner dan 14 %, hetgeen voor de gemiddelde betonkwaliteit ($\bar{\sigma}_{K28} = 275$ kg/cm²) betekent dat deze met 95 % waarschijnlijkheid ligt tussen $(275 - 2 \cdot 0,14 \cdot 275)$ en $(275 + 2 \cdot 0,14 \cdot 275)$

kubus- druksterkte in kg/cm ²	aantal	in %
100-120	3	1,2
120-140	2	0,8
140-160	8	3,1
160-180	6	2,4
180-200	16	6,3
200-220	13	5,1
220-240	24	9,5
240-260	28	11,0
260-280	33	13,0
280-300	26	10,2
300-320	22	8,6
320-340	23	9,0
340-360	16	6,3
360-380	8	3,2
380-400	12	4,7
400-420	4	1,6
420-440	3	1,2
440-460	—	—
460-480	1	0,4
480-500	2	0,8
500-520	1	0,4
520-540	1	0,4
540-560	2	0,8
totaal	254	100

Tabel IV en fig. 6. Frequentieverdeling van de gemiddelde σ_K van series van drie kuben bij 28 dagen ouderdom.



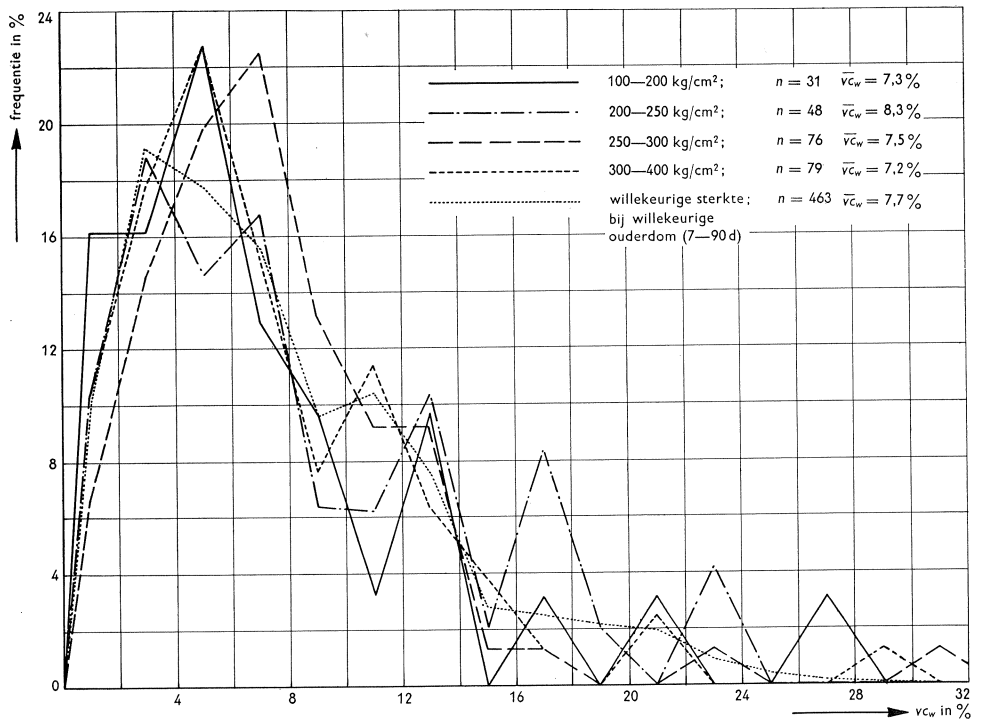
Tabel V en fig. 7. Frequentieverdeling van de vc_w in series van drie kuben over de jaren 1952... 1956 (getrokken lijn).



vc_w in %	aantal	in %
0- 2	26	10,2
2- 4	43	16,9
4- 6	47	18,5
6- 8	45	17,7
8-10	26	10,2
10-12	23	9,1
12-14	20	7,9
14-16	5	2,0
16-18	7	2,7
18-20	2	0,8
20-22	4	1,6
22-24	3	1,2
24-26	—	—
26-28	1	0,4
28-30	1	0,4
30-32	1	0,4
totaal	254	100

Tabel VI en fig. 8. Frequentieverdeling van de vc_w van series van drie kuben voor verschillende sterkteniveaus

vc_w in %	$\bar{\sigma}_{K28} =$ 100–200 kg/cm ²		$\bar{\sigma}_{K28} =$ 200–250 kg/cm ²		$\bar{\sigma}_{K28} =$ 250–300 kg/cm ²		$\bar{\sigma}_{K28} =$ 300–400 kg/cm ²	
	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %
0–2	5	16,1	5	10,4	5	6,6	8	10,1
2–4	5	16,1	9	18,7	11	14,5	14	17,7
4–6	7	22,7	7	14,6	15	19,7	18	22,8
6–8	4	12,9	8	16,7	17	22,4	12	15,2
8–10	3	9,7	3	6,3	10	13,2	6	7,6
10–12	1	3,2	3	6,2	7	9,2	9	11,4
12–14	3	9,7	5	10,4	7	9,2	5	6,3
14–16	–	–	1	2,1	1	1,3	3	3,8
16–18	1	3,2	4	8,3	1	1,3	1	1,3
18–20	–	–	1	2,1	–	–	–	–
20–22	1	3,2	–	–	–	–	2	2,5
22–24	–	–	2	4,2	1	1,3	–	–
24–26	–	–	–	–	–	–	–	–
26–28	1	3,2	–	–	–	–	–	–
28–30	–	–	–	–	–	–	1	1,3
30–32	–	–	–	–	1	1,3	–	–
totaal $\overline{vc_w}$ in %	31	100	48	100	76	100	79	100
		7,3		8,3		7,5		7,2



dus tussen 198 kg/cm² en 352 kg/cm². Evenzeer geldt echter voor de series met gemiddelde kubussterkte van 200 kg/cm² (die dus nog voldoen aan de eis van de GBV) dat 90 % van deze series met 95 % waarschijnlijkheid een sterkte heeft die ligt tussen (200 - 2·0,14·200) en (200 + 2·0,14·200), dus tussen 144 kg/cm² en 256 kg/cm². Hierbij is de veronderstelling gemaakt dat de gevonden verdeling der vc_w onafhankelijk is van de gemiddelde kubusdruksterkte der series. Dit kan nader worden gecontroleerd door de verdeling der vc_w na te gaan voor de series met een $\bar{\sigma}_{K28}$ van 100-200 kg/cm², van 200-250 kg/cm², van 250-300 kg/cm² en van 300-400 kg/cm². Tabel VI geeft deze verdelingen welke in fig. 8 grafisch zijn weergegeven.

Het blijkt dat inderdaad onafhankelijk van de sterkte nagenoeg dezelfde frequentieverdelingen worden bereikt voor de vc_w . Dan zal dit dus eveneens zo moeten zijn voor de vc_w in series van 3 kuben welke bij willekeurige ouderdom zijn beproefd. Aangezien hier meer cijfers ter beschikking staan, is het wellicht mogelijk, deze onder te verdelen volgens het jaar waarin ze werden verkregen. Deze frequentieverdelingen zijn opgenomen in tabel VII, de verdeling van het totaal is in fig. 7 met een stippellijn aangegeven.

Tabel VII Verdeling van de vc_w van series van 3 kuben welke bij willekeurige ouderdom zijn beproefd in de jaren 1952 t/m 1956

vc_w in %	1952		1953		1954		1955		1956		totaal	
	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %	aantal	in %
0-2	4	3,9	7	14,0	9	10,6	12	10,7	13	11,4	45	9,7
2-4	22	21,6	5	10,0	12	14,1	28	25,0	21	18,4	88	19,0
4-6	17	16,7	9	18,0	12	14,1	19	17,0	26	22,8	83	17,9
6-8	17	16,7	7	14,0	13	15,3	16	14,3	18	15,8	71	15,3
8-10	11	10,8	8	16,0	6	7,1	9	8,0	11	9,7	45	9,7
10-12	12	11,8	6	12,0	10	11,8	11	9,8	8	7,0	47	10,1
12-14	7	6,8	2	4,0	9	10,6	9	8,0	7	6,1	34	7,4
14-16	1	1,0	2	4,0	4	4,7	2	1,8	3	2,6	12	2,6
16-18	2	1,9	2	4,0	4	4,7	1	0,9	2	1,8	11	2,4
18-20	4	3,9	-	-	2	2,3	1	0,9	2	1,7	9	2,0
20-22	4	3,9	-	-	2	2,3	2	1,8	1	0,9	9	2,0
22-24	-	-	1	2,0	1	1,2	1	0,9	1	0,9	4	0,9
24-26	1	1,0	-	-	-	-	1	0,9	-	-	2	0,4
26-28	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0,9	1	0,2
28-30	-	-	-	-	1	1,2	-	-	-	-	1	0,2
30-32	-	-	1	2,0	-	-	-	-	-	-	1	0,2
totaal	102	100	50	100	85	100	112	100	114	100	463	100
\bar{vc}_w in %	8,1		8,0		8,7		6,9		7,2		7,7	
s in %	5,3		5,8		5,8		6,1		5,0		5,4	
vc_w van 0-10% bij	64 %		64 %		59 %		70 %		72 %		67 %	

Inderdaad blijkt het frequentieverloop van de vc_w goed aan te sluiten bij dat uit tabel VI. Worden de frequentieverdelingen over de jaren 1952 t/m 1956 beschouwd, dan zou kunnen worden geconcludeerd, dat de gelijkmatigheid in de kubenseries is toegenomen; immers een vc tussen 0 en 10 % welke tot 1955 in ca. 60 % der series werd bereikt, groeide voor de jaren 1955 en 1956 aan tot ca. 70 % (zie tabel VII), terwijl de $\overline{vc_w}$ (gemiddelde) verminderde van ca. 8 % t/m 1954 tot ca. 7 % in 1955–1956. Zoals reeds uit de beschouwing van tabel V werd geconcludeerd, blijkt dus dat voor ca. 90 % van de aangeboden series de vc_w niet groter is dan 14 %, terwijl gemiddeld een vc_w wordt bereikt van ca. 7,5 %.

Het zal na de voorafgaande statistische uiteenzetting duidelijk zijn dat het hier de vc_w van de individuele molenvulling betreft waarbij als oorzaken der variaties zijn te noemen: de menging, het transport in de kuben, de verdichting, de wijze van verharden en het sterkteonderzoek. Dit betekent dus dat de $\overline{vc_w}$ (voor series van drie proefstukken) in de individuele molenvulling onafhankelijk van plaats, tijd en mengverhouding op 7,5 % kan worden gesteld. Bij een gemiddelde kubussterkte van drie kuben van 200 kg/cm² (eis bouwcontrole) zal dus gemiddeld een spreidingsbreedte van 25 kg/cm² optreden.

Aangezien de menging der verschillende in de praktijk gebruikte betonmolens elkaar niet zoveel ontloopt en over het algemeen de menging zelf op behoorlijke wijze wordt uitgevoerd, zal deze grote spreidingsbreedte in hoofdzaak worden veroorzaakt door het vervaardigen van de kuben. Inderdaad is het een bekend en veelvuldig geconstateerd feit, dat hieraan meestentijds zeer weinig zorg wordt besteed, terwijl ten aanzien van de wijze van verharden de kuben nagenoeg voor elk bouwwerk op verschillende wijze worden behandeld.

Worden de gevonden cijfers vergeleken met die volgens de Amerikaanse werkmethode dan blijkt wel een grote achterstand. Uit tabel VIII ⁷⁾, welke werd opgesteld naar aanleiding van de Amerikaanse praktijkgegevens, blijkt immers dat voor de variaties in de individuele molenvulling een waarde van de vc die groter is dan 6 % duidt op slechte controle van het werk voor zover het de vervaardiging van de proefstukken betreft.

Tabel VIII Amerikaans voorschrift voor betoncontrole

	uitstekend	goed	matig	slecht
totale variaties in het werk	10,0	10,0–15,0	15,0–20,0	20,0
totale variaties bij lab.controle	5,0	5,0– 7,0	7,0–10,0	10,0
variaties in de individuele molenvulling op het werk	4,0	4,0– 5,0	5,0– 6,0	6,0
op het laboratorium	3,0	3,0– 4,0	4,0– 5,0	5,0

⁷⁾ Evaluation of compression test results of field concrete. Journal Am. Concr. Inst., **27**, (1955-'56) 3, nov., p. 241 ... 257.

Wat de variaties tussen de molenvullingen onderling betreft zijn op het instituut geen Nederlandse cijfers voor publikatie beschikbaar. Wel is dit het geval ten aanzien van een der oorzaken van deze variaties, nl. de cementkwaliteit. Regelmatig worden monsters cement aan het laboratorium ter keuring aangeboden volgens de genormaliseerde keuring vermeld in N 481. Een kleine statistische studie heeft voor de soorten portlandcement klasse A en B en hoogovencement klasse A en B de gemiddelde waarden met standaardafwijkingen vastgelegd voor bindtijd (begin en einde binding), fijnheid van malen (zeefrest op de 900 en 4900 mazen/cm² zeven), trek- en druksterkte (na 3, 7 en 28 dagen). Tabel IX geeft deze waarden.

Tabel IX Gemiddelde waarden en variaties verkregen bij de cementkeuring

eigenschap	portland-cement A			portland-cement B			hoogoven-cement A			hoogoven-cement B		
	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>
begin binding na (min)	198	200	41	60	191	50	132	211	56	62	203	70
einde binding na (min)	198	304	50	60	285	43	132	324	60	62	310	78
einde binding t.o.v. begin binding (min)	198	105	38	60	102	29	132	116	44	62	119	36
zeefrest 900mz zeef (%)	196	0,41	0,34	60	0,28	0,17	132	0,29	0,25	62	0,26	0,17
zeefrest 4900mz zeef (%)	196	6,8	2,4	60	4,00	2,25	132	3,6	2,3	62	3,12	1,73
σ_t na 3 d. (kg/cm ²)	—	—	—	62	31,0	3,7	—	—	—	62	29,6	2,3
σ_t na 7 d. (kg/cm ²)	196	30,7	3,6	59	34,3	3,6	132	32,3	2,9	61	35,2	2,6
σ_t na 28 d. (kg/cm ²)	182	35,4	3,3	50	38,6	3,4	125	38,6	6,2	52	41,3	2,7
σ_d na 3 d. (kg/cm ²)	—	—	—	62	374	74	—	—	—	62	317	37
σ_d na 7 d. (kg/cm ²)	196	385	51	59	462	71	132	380	58	61	428	42
σ_d na 28 d. (kg/cm ²)	182	473	63	50	553	81	125	500	57	50	547	55

Van de 198 monsters portlandcement klasse A bleken (voor zover onderzocht) 112 stuks te voldoen aan de eisen gesteld aan portlandcement klasse B (circa 57 %).

Van de 132 monsters hoogovencement klasse A bleken (voor zover onderzocht) 70 stuks te voldoen aan de eisen gesteld aan hoogovencement klasse B (circa 53 %).

Voor een aantal van deze A-cementen welke eveneens aan de overige eisen gesteld aan klasse B voldeden, werd eveneens de sterkte na 3 dagen onderzocht. Tabel X geeft de resultaten.

Bij deze tabellen dient dus te worden bedacht, dat zowel de variaties in de kwaliteit van één handelsmerk als de variaties tussen de verschillende handelsmerken onderling tot de gegeven cijfers hebben bijgedragen, terwijl ten slotte de variaties ten gevolge van de genormaliseerde keuring zelf eveneens hun invloed hebben op de vermelde waarden voor *s*.

Tabel X Gemiddelde waarden en variaties voor de cementsoorten klasse A

eigenschap	portlandcement klasse A						hoogovencement klasse A					
	voldoet niet aan de eisen van klasse B			voldoet wel aan de eisen van klasse B			voldoet niet aan de eisen van klasse B			voldoet wel aan de eisen van klasse B		
	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>	<i>n</i>	gem. waarde	<i>s</i>
begin binding na (min)	86	211	44	112	206	39	62	217	63	70	223	55
einde binding na (min)	86	315	59	112	311	48	62	324	67	70	341	51
einde binding t.o.v. begin (min)	86	113	44	112	113	36	62	126	49	70	159	37
zeefrest 900mz zeef (%)	86	0,46	0,32	112	0,55	0,36	62	0,36	0,18	70	0,41	0,27
zeefrest 4900mz zeef (%)	86	7,24	2,76	112	6,32	2,02	62	4,86	2,01	70	4,46	2,44
σ_t na 3 d. (kg/cm ²)	—	—	—	29	25,4	2,5	—	—	—	23	24,2	2,6
σ_t na 7 d. (kg/cm ²)	84	28,7	2,9	112	32,2	3,3	62	31,1	2,8	70	33,5	2,6
σ_t na 28 d. (kg/cm ²)	80	34,0	3,1	102	36,5	3,0	57	38,0	3,4	68	39,8	2,5
σ_a na 3 d. (kg/cm ²)	—	—	—	29	270	43	—	—	—	23	236	23
σ_a na 7 d. (kg/cm ²)	84	346	39	112	418	43	62	342	50	70	415	41
σ_a na 28 d. (kg/cm ²)	80	432	48	102	509	61	57	471	48	68	525	52

5 Criteria aan te leggen voor de beoordeling van de betonkwaliteit

Indien de theorie van de zwakste schakel in een ketting voor beton wordt toegepast zou dus het aantal proefstukken dat de vereiste sterkte niet zou behalen belangrijker zijn dan de gemiddeld behaalde sterkte. Dit is echter onpraktisch, aangezien de normale frequentieverdeling aanduidt, dat verwacht mag worden dat één sterktecijfer van elke zes sterkteproeven meer dan eenmaal de standaardafwijking *s* van het gemiddelde afwijkt, dat één sterktecijfer van elke 44 proeven lager is dan het gemiddelde verminderd met 2 *s* en dat één sterktecijfer uit elke 741 proeven lager ligt dan het gemiddelde verminderd met 3 *s*. Wel is het uit het voorgaande duidelijk, dat hoe gelijkmatiger de betonkwaliteit is (hoe kleiner dus *s* of *vc*) des te lager de gemiddelde sterkte kan zijn ten einde de vereiste sterkte te behalen.

Fig. 9 geeft een voorbeeld van drie frequentieverdelingen waarbij de vereiste sterkte 200 kg/cm² bedraagt en de *vc* 10 %, 15 % en 20 % is. Indien hierbij bijvoorbeeld wordt aangenomen dat 95,5 % van het aantal proefstukken moet voldoen aan de eis, dat niet meer dan 2 *s* wordt afgeweken van het gemiddelde of $(\bar{\sigma}_K - 2s) \geq 200 \text{ kg/cm}^2$, blijkt hieruit duidelijk dat bij

$$vc = 10 \% : \bar{\sigma}_K = 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } s = 25 \text{ kg/cm}^2$$

$$vc = 15 \% : \bar{\sigma}_K = 286 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } s = 43 \text{ kg/cm}^2$$

$$vc = 20 \% : \bar{\sigma}_K = 333 \text{ kg/cm}^2 \text{ en } s = 67 \text{ kg/cm}^2$$

De afkeurkans wordt daarbij alleen bepaald door het oppervlak onder de curven, links gelegen van de ordinaat behorende bij $\sigma_K = 200 \text{ kg/cm}^2$, waar-

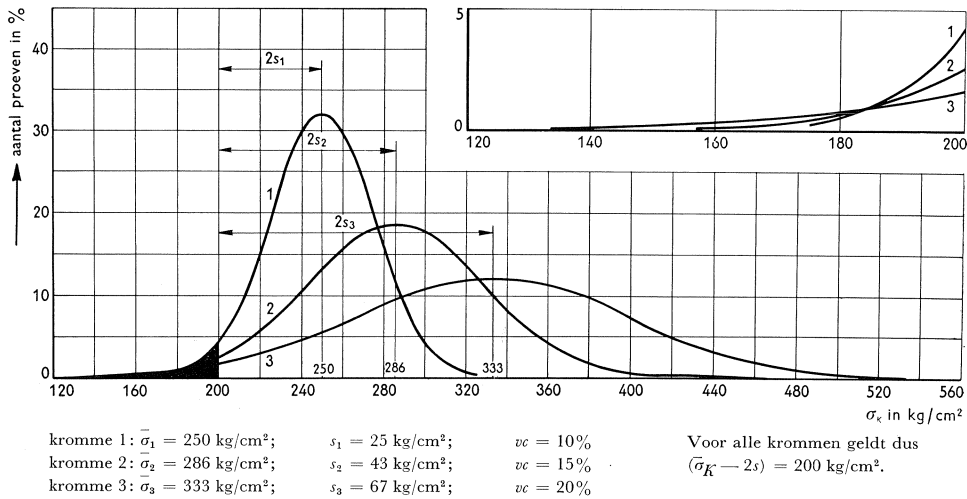


Fig. 9. De invloed van de variatiecoëfficiënt op de gemiddelde kubusdruksterkte bij gelijke afkeurkans (2,3%).

van in fig. 4 reeds de gegevens zijn verstrekt. Zo is dus in het voorbeeld de afkeurkans 2,3 % nl. $(100 - 95,5) : 2$ of een kans van 1 op 43.

Bovendien is nog van belang het aantal waarnemingen waaruit s wordt berekend; de in het voorbeeld berekende afkeurkans geldt namelijk voor een bepaling van s uit een oneindig aantal waarnemingen. Is het aantal waarnemingen eindig en wordt dit steeds kleiner, dan zal naar verhouding de afkeurkans steeds groter worden, of wel bij een zelfde afkeurkans zal voor een klein aantal waarnemingen de toegestane afwijking ten opzichte van het gemiddelde niet $2s$ bedragen doch $z \cdot s$ (en $z \geq 2$).

Statistisch kan men nu zeggen ⁸⁾ dat de gemiddeld te behalen kubusdruksterkte $\bar{\sigma}_K$ (bij bepaalde ouderdom) moet bedragen

$$\bar{\sigma}_K = \frac{\sigma_{Kv}}{(1 - zv)}$$

waarin: σ_{Kv} = vereiste kubusdruksterkte

z = factor afhankelijk van het aantal proeven dat lagere cijfers mag opleveren dan σ_{Kv} (afkeurkans) en afhankelijk van het aantal proefstukken waaruit de vc wordt bepaald

$$v = vc$$

De waarden van z zijn voor verschillende gevallen vermeld in tabel XI.

Als functie van de vc kan de factor $\bar{\sigma}_K/\sigma_{Kv}$ worden berekend. De waarden hiervan zijn grafisch voorgesteld in fig. 10 voor het geval s is bepaald uit zeer veel en uit 6 waarnemingen. Uit deze figuur blijkt bijvoorbeeld dat bij een afkeurkans van 10 %, dus een kans 1 : 10 dat de sterkte lager is dan de vereiste

⁸⁾ Recommended practice for evaluation of compression test results of field concrete. Journal Am. Concr. Inst., 29 (1957-'58) no. 1, juli, p. 1...19.

Tabel XI Waarden van z

percentage proefstukken tussen $(\bar{X}+zs)$ en $(\bar{X}-zs)$	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%
afkeurkans = kans dat een proefstuk niet voldoet aan de ondergrens $(\bar{X}-zs)$	1:4 25%	1:5 20%	1,5:10 15%	1:10 10%	1:20 5%	1:40 2,5%	1:100 1%	1:200 0,5%
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
aantal proefstukken	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
verminderd	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
met 1	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
(aantal vrijheidsgraden)	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

sterkte σ_{K_v} van bijvoorbeeld 200 kg/cm², de gemiddelde kubusdruksterkte $\bar{\sigma}_K$ bij een vc van

10% niet lager mag zijn dan $200 \times 1,175 = 235$ resp. $200 \cdot 1,15 = 230$ kg/cm²,
15% niet lager mag zijn dan $200 \times 1,285 = 257$ resp. $200 \cdot 1,24 = 248$ kg/cm²,
20% niet lager mag zijn dan $200 \times 1,42 = 284$ resp. $200 \cdot 1,345 = 269$ kg/cm²,

indien resp. 6 proeven, dan wel zeer veel proeven worden genomen ter bepaling van de vc .

In de vc dienen zowel de variaties in de individuele molenvulling als in de molenvullingen onderling te zijn begrepen. Zeer duidelijk blijkt dus de invloed van de vc .

In verband met de aard van het werk dient de afkeurkans (d.w.z. de kans dat de kubusdruksterkte lager is dan de eis) te worden vastgesteld.

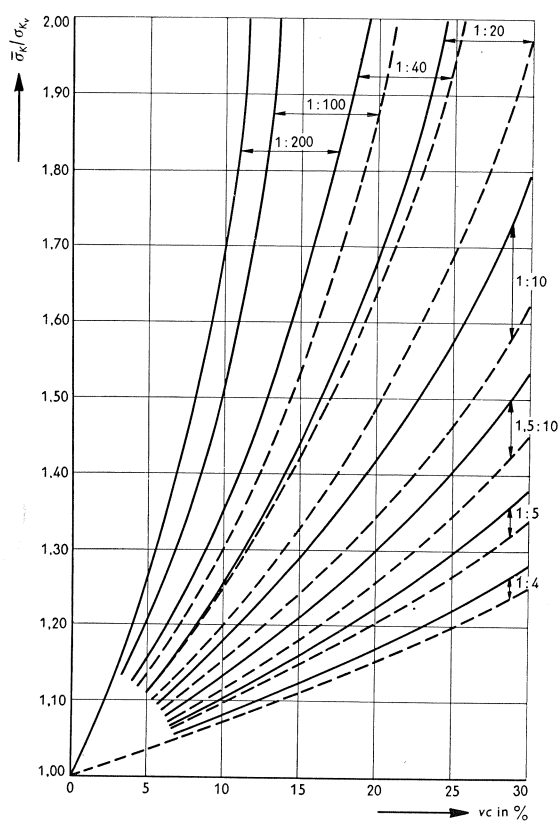
Uit het aantal proefstukken waaruit de vc wordt bepaald en uit de waarde van de vc zelf volgt de kubusdruksterkte welke gemiddeld behaald dient te worden. Kan de vc worden verminderd (hetgeen kan blijken uit de variantieberekening van § 3.2, waardoor de oorzaken worden opgespoord en verbetering kan worden aangebracht) dan blijkt dat automatisch de gemiddelde sterkte lager kan zijn, daar de factor $\bar{\sigma}_K/\sigma_{K_v}$ kleiner wordt.

Het is eveneens denkbaar dat niet alleen de afkeurkans en het aantal proefstukken per stort worden vastgesteld doch ook de vc welke minimaal moet worden behaald en waarmee dus de gemiddeld te behalen kubusdruksterkte

ten opzichte van de eis vastligt. De aannemer kan dus zijn gemiddelde sterkte verlagen, indien het hem gelukt de vc te verlagen.

Zoals uit § 4 blijkt kan de vc voor de variaties in de individuele molenvulling op 7,5 % worden gesteld; indien de vc tussen de molenvullingen onderling op 12,5 % wordt geschat, zal de vc van de totale variaties circa 15 % bedragen. Zouden 6 proefstukken per stort beschikbaar zijn terwijl de afkeurkans op 10 % wordt gesteld, dan zal dus $\bar{\sigma}_K/\bar{\sigma}_{K_v} = 1,29$ bedragen m.a.w. voor een eis van 200 resp. 250 kg/cm² dient $\bar{\sigma}_K$ 258 resp. 322 kg/cm² te zijn.

Fig. 10. De factor $\bar{\sigma}_K/\sigma_{K_v}$ als functie van de afkeurkans en van de vc .
 ————— = 6 proefstukken
 - - - - - = zeer veel proefstukken



6 De sterkte van beton als functie van de tijd

Zoals bleek uit het voorgaande (zie § 1) kan de kubusdruksterkte (indien zorg wordt besteed aan de vervaardiging en de wijze van verharden) ongeveer worden gelijkgesteld aan de betondruksterkte in het werk. Van belang is zo snel mogelijk de ontkistingssterkte, de sterkte bij 28 dagen en de eindsterkte te kennen. Indien de sterkte na 28 dagen lager is dan de eis, moet men bovendien weten of de geëiste sterkte zal worden behaald en zo ja bij welke ouderdom van het beton. Hieruit blijkt al het belang van de betonsterkte als functie van de tijd. Men heeft al dikwijls hiernaar gezocht en bekende voorbeelden uit de literatuur zijn de sterktefuncties van SAUL en van RASTRUP. Deze betrekken echter tevens in hun beschouwingen de temperatuur tijdens het verhardingsproces. Praktisch zal deze zelden bekend zijn, daar het bepalen van de temperatuur op het werk vrij uitgebreide maatregelen vereist.

Een berekeningsmethode die uitgaat van de bekende sterktecijfers ⁹⁾ bij enige willekeurige tijdstippen kan worden gebaseerd op de volgende onderstellingen.

⁹⁾ GORAL M. L., Empirical time - strength relations of concrete. Journal Am. Concr. Inst. 28 (1956-'57) 2, aug., p. 215...224.

- a. Voor beton (onder gegeven omstandigheden van mengen, transport en verharden) zijn de druk-, buig-, schuif-, en treksterkte functies van de tijd.
- b. Op het tijdstip nul (het vervaardigen van betonspecie, resp. proefstukken) is de sterkte eveneens nul, m.a.w. de functie sterkte-tijd loopt door het coördinatennulpunt.

Deze laatste onderstelling is voor praktische doeleinden als juist te aanvaarden, daar nagenoeg steeds deze sterkte van ondergeschikt belang is.

Uit bestudering van tijd-sterkte-functies blijkt dat de sterkte met de tijd toeneemt en een limiet nadert, zonder deze limiet ooit te bereiken, m.a.w. de sterkte-tijd-kromme heeft een asymptoot. Verwacht kan worden dat een hyperbolische functie die door het nulpunt gaat en een horizontale asymptoot heeft (sterkte als ordinaat) zal voldoen, of in mathematische vorm:

$$\sigma = \frac{t}{b + m t} \dots \dots \dots (1)$$

waarin σ = sterkte in kg/cm²
 t = tijd in dagen
 b, m = constanten

Hoewel ook e -functies hiervoor kunnen worden gekozen leidt de vermelde functie tot de eenvoudigste oplossing waarbij ongeveer dezelfde benaderingsfout wordt bereikt. De asymptoten van deze kromme zijn

$$t = \frac{b}{m} \text{ en } \sigma = \frac{1}{m}$$

waarvan alleen de laatste belangrijk is; deze stelt namelijk de eindsterkte voor. Anders geschreven wordt de vergelijking

$$\frac{t}{\sigma} = b + m t \dots \dots \dots (2)$$

Wordt $\frac{t}{\sigma}$ uitgezet als functie van de tijd, dan wordt dus een rechte lijn ver-

kregen. De factor $\frac{t}{\sigma}$ wordt verder eenvoudigheidshalve F genoemd, zodat geldt

$$F = b + m t.$$

Indien dus n proefstukken beproefd zijn, zullen van elk proefstuk bekend zijn de ouderdom en de sterkte. De n -proeven geven dus de punten (t_1, σ_1) , $(t_2, \sigma_2) \dots (t_n, \sigma_n)$ waaruit dus berekend kan worden $F_1, F_2 \dots F_n$.

De ervaring heeft geleerd dat, indien aan de proefstukken zorg is besteed zowel wat het vervaardigen, het verharden als het beproeven betreft, de punten F_1 t/m F_n , als ordinaat ten opzichte van de tijd uitgezet, inderdaad een rechte lijn vormen, zoals in vergelijking (2) tot uiting is gekomen.

Indien geen enkele afwijking aanwezig was, zou gelden

$$\begin{aligned} F_1 &= m t_1 + b \\ F_2 &= m t_2 + b \\ F_n &= m t_n + b \end{aligned}$$

en alle vergelijkingen zouden dezelfde waarden voor m en b hebben. Daar echter foutenbronnen aanwezig zijn, dient een benadering van de constanten m en b te worden verkregen, hetgeen het best geschiedt volgens de methode der kleinste kwadraten (de som van de kwadraten van de verschillen tussen ordinaatpunten en werkelijke punten van F dient een minimum te zijn).

Indien een hulpwaarde a wordt ingevoerd

$$a = (\Sigma t)^2 - n \Sigma t^2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

blijkt dat

$$m = \frac{\Sigma F \cdot \Sigma t - n \Sigma t F}{a} \quad \dots \dots \dots (4)$$

en
$$b = \frac{\Sigma t \cdot \Sigma t F - \Sigma t^2 \Sigma F}{a} \quad \dots \dots \dots (5)$$

waaruit b en m kunnen worden berekend. De berekening zelf kan gemakkelijk tabellarisch worden uitgevoerd. Het tijdstip waarop een bepaalde sterkte wordt bereikt, wordt gevonden uit

$$t = \frac{b \cdot \sigma}{1 - m \cdot \sigma} \quad \dots \dots \dots (6)$$

terwijl zoals vermeld de eindsterkte wordt gegeven door $\sigma = \frac{1}{m}$.

Indien het produkt $m \times$ gekozen sterkte > 1 , zal deze sterkte niet worden bereikt. Oorzaak hiervan kan zijn dat de sterkte van het beton te hoog wordt beoordeeld of de waarde van m te grote variatie heeft, hetzij door mathematische fouten, hetzij door foutieve sterktecijfers waaruit m is bepaald.

Indien waarden (t_i, σ_i) niet voldoen aan vergelijking (2) en dus ver buiten de rechte lijn liggen, betekent dit dat de betreffende combinatie onbetrouwbaar is (hetzij door tijd, hetzij door sterkte) en de proef niet in beschouwing dient te worden genomen.

Ten einde mogelijke fouten zo gering mogelijk te houden verdient het aanbeveling het tijdstip van het vervaardigen van de proefstukken te noteren, terwijl in het laboratorium het tijdstip van beproeven bekend dient te zijn. Vooral bij geringe ouderdom kan de tijd, uitgedrukt in tienden van dagen, de mogelijke fouten nog sterk reduceren.

Met onderstaand voorbeeld wordt een en ander verduidelijkt:

Voorbeeld

Bekend zijn de kubusdruksterktecijfers na 3 en 7 dagen, namelijk resp. 160 en 240 kg/cm². Gevraagd de sterkte bij 28 dagen ouderdom.

t	σ_K	$F = \frac{t}{\sigma_K}$	t^2	tF	
3	160	0,0188	9	0,0564	
7	240	0,0292	49	0,2044	
$\Sigma=10$		0,0480	58	0,2608	$n=2$

Uit de tabel volgt:

$$a = 10^2 - 2 \cdot 58 = -16$$

$$m = \frac{0,048 \cdot 10 - 2 \cdot 0,2608}{-16} = \frac{-0,0416}{-16} = 0,0026$$

$$b = \frac{10 \cdot 0,2608 - 58 \cdot 0,048}{-16} = \frac{-0,176}{-16} = 0,011$$

$$\text{dus } \sigma_{K_{28}} = \frac{28}{0,011 + 0,0026 \cdot 28} = \frac{28}{0,0838} = 334 \text{ kg/cm}^2$$

Uiteraard is deze voorspelling uit twee cijfers niet erg nauwkeurig. De sterkte na 14 dagen bleek echter 280 kg/cm² te bedragen en na 18 dagen 264 kg/cm².

De tabellering wordt nu:

t	σ_K	$F = \frac{t}{\sigma_K}$	t^2	tF	
3	160	0,0188	9	0,0564	
7	240	0,0292	49	0,2044	
14	280	0,0500	196	0,7000	
(18)	264	(0,0683)			
$\Sigma=24$		0,0980	254	0,9608	$n=3$

Uit fig. 11 blijkt dat de F -waarde behorende bij 18 dagen niet in de serie thuishoort, zodat uit de sterktecijfers na 3, 7 en 14 dagen thans de $\sigma_{K_{28}}$ wordt berekend.

$$a = 24^2 - 3 \cdot 254 = -186$$

$$m = \frac{0,098 \cdot 24 - 3 \cdot 0,9608}{-186} = 0,00285$$

$$b = \frac{24 \cdot 0,9608 - 254 \cdot 0,098}{-186} = 0,0125$$

$$\text{dus } \sigma_{K_{28}} = \frac{28}{0,0125 + 0,00285 \cdot 28} = 304 \text{ kg/cm}^2$$

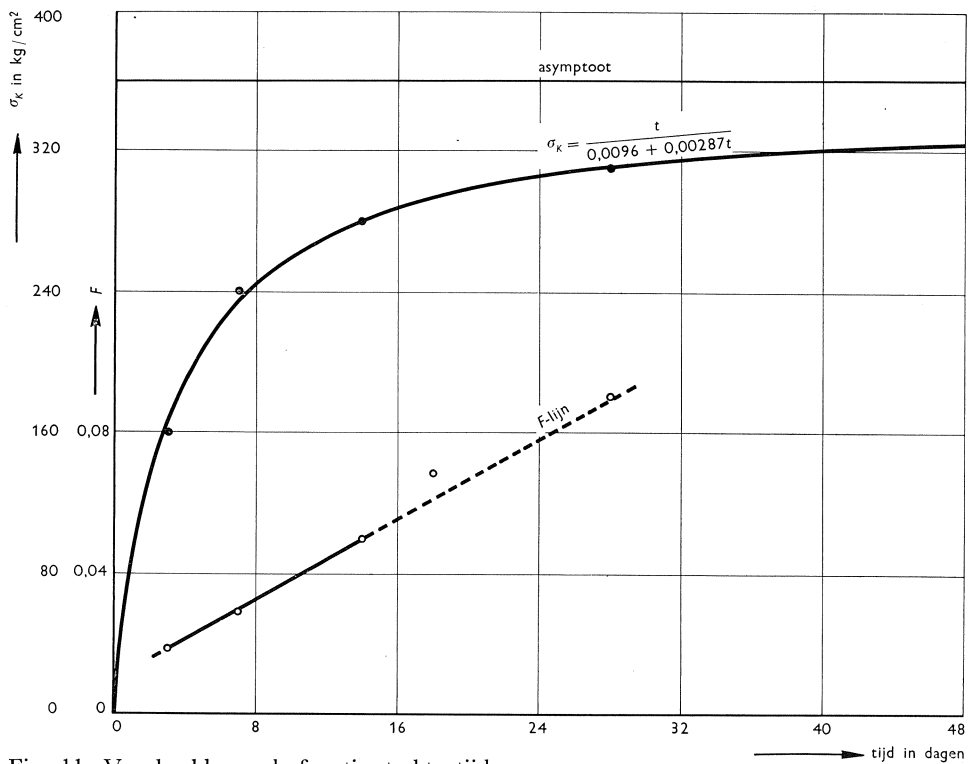


Fig. 11. Voorbeeld van de functie sterkte-tijd.

De σ_{K28} blijkt ten slotte 311 kg/cm² te bedragen zodat de fout ten opzichte van de voorspelde waarde 2,3 % bedraagt.

Wordt nu de eindvergelijking berekend, dan wordt verkregen:

t	σ_K	$F = \frac{t}{\sigma_K}$	t^2	tF
3	160	0,0188	9	0,0564
7	240	0,0292	49	0,2044
14	280	0,0500	196	0,7000
28	311	0,0902	784	2,5256
$\Sigma=52$		0,1882	1038	3,4864

$n=4$

$$a = 52^2 - 4 \cdot 1038 = -1448$$

$$m = \frac{0,1882 \cdot 52 - 4 \cdot 3,4864}{-1448} = \frac{9,78 - 13,95}{-1448} = \frac{-4,16}{-1448} = 0,00287$$

$$b = \frac{52 \cdot 3,4864 - 1038 \cdot 0,1882}{-1448} = \frac{181,5 - 195,3}{-1448} = \frac{-13,9}{-1448} = 0,0096$$

zodat de functie luidt: $\sigma_K = \frac{t}{0,0096 + 0,00287 t}$

Door enige punten te berekenen kan de kromme worden getekend (zie fig. 11), waarvan de verschillende waarden in onderstaande tabel zijn gegeven.

t	$0,0096 + 0,00287 \cdot t$	σ_K in kg/cm^2
3	0,01821	165
7	0,02969	236
14	0,04978	281
20	0,06700	299
28	0,08996	312
limiet $\sigma_K = 1/m =$		349

Indien thans gevraagd zou worden, na welke tijd een druksterkte van 325 kg/cm^2 bereikt zal zijn, geeft formule (6) uitsluitsel:

$$t = \frac{0,0096 \cdot 325}{1 - 0,00287 \cdot 325} = \frac{3,12}{0,06725} = 46 \text{ dagen.}$$

De limietwaarde bedraagt ten slotte 349 kg/cm^2 .

7 Conclusie

Indien per stortdatum 9 proefkublen beschikbaar zijn waarvan telkens 3 stuks uit 3 willekeurige molenvullingen zijn vervaardigd, blijkt het mogelijk de kwaliteit van het beton in het werk dat op die datum werd gestort voor elke ouderdom goed vast te leggen, zowel wat de absolute waarde als de variaties hierin betreft.

Zorg dient te worden besteed aan de vervaardiging der proefstukken (b.v. toepassing der gestandaardiseerde methode volgens GBV 1950), terwijl de wijze van verharden zodanig dient te geschieden, dat tussen de kublen onderling ca. 10 cm nat zand aanwezig is, terwijl het bovenvlak aan weer en wind is blootgesteld, evenals het beton in het werk. Op deze wijze zal de kubusdruksterkte (als absolute waarde) de druksterkte van het beton in het werk goed benaderen.

Bij 3, 14 en 28 dagen dient steeds één kube (uit elke molenvulling één) op druksterkte te worden onderzocht, terwijl bij 7 dagen de overige 6 worden gedrukt. Van deze zes zijn dus steeds 2 kublen uit iedere molenvulling afkomstig.

Uit de zes cijfers bij 7 dagen ouderdom kunnen door een eenvoudige variantie-analyse (zie § 3) zowel de variaties in de individuele molenvulling als tussen de molenvullingen onderling worden vastgesteld.

Uit de cijfers na 3 en 7 dagen kan globaal reeds de sterkte na 28 dagen worden berekend (zie § 6). Dit kan met vrij grote zekerheid geschieden, indien ook de sterkte na 14 dagen bekend is: als men de sterkte na 28 dagen weet, is de kubusdruksterkte van het beton in het werk op elke gewenste ouderdom

bekend. De cijfers betreffende de variaties in en tussen de molenvullingen (berekend uit de sterkte bij 7 dagen) en uitgedrukt als variatiecoëfficiënt zijn onafhankelijk van de ouderdom.

Ten slotte is het mogelijk de verkregen cijfers op objectieve wijze te toetsen aan de vereiste sterkte, indien de afkeuringskans is vastgesteld. In Amerika wordt hiervoor 10 % aanbevolen (normale constructies) d.w.z. er wordt toegestaan dat van elke 10 proefstukken één niet voldoet aan de vereiste sterkte (b.v. 200 kg/cm² volgens de bouwcontrole der GBV 1950). Hierdoor wordt namelijk de verhouding vastgelegd tussen de gemiddelde sterkte van de proefkuben bij een bepaalde ouderdom en de vereiste sterkte bij die ouderdom, zodat gemakkelijk kan worden nagegaan in hoeverre de vereiste sterkte wordt bereikt.

Tevens blijkt uit de variantie-analyse van de cijfers na 7 dagen ouderdom wat de hoofdoorzaken van de gevonden variaties zijn. Hieruit kan men vaststellen of de betonsamenstelling voor toekomstige stortdata gewijzigd dient te worden in verband met de vereiste sterkte, dan wel dat door meer zorg te besteden aan het betonwerk de *vc* voldoende kan worden vermindert.

Summary

In the first two sections of the article it is considered whether the compressive strength of concrete cubes may be used as a standard for the quality of the concrete with respect to the absolute value as well as to the variations in this value.

The compressive strength of cubes proved to be a satisfactory standard indeed provided some precautionary measures are taken.

Then the basic principles of statistical analysis are more amply discussed. The variance analysis is applied to obtain a detached standard for the variations in and between batches (§3). Then some data about the quality of concrete in the Netherlands are examined statistically. In § 5 criteria are given to examine the compressive strength objectively as such and as compared with the strength required.

In § 6 a method is given to plainly determine the strength as a function of the time. The statistical method may be considered to give from a limited number of pieces (9) detached data on the quality of the concrete on the site.