

# EEN VOORBEELD VAN MODELONDERZOEK

*In de inleiding van dit artikel worden de twee groepen van modelonderzoek kort behandeld. Deze groepen zijn: de geometrisch verkleinde modellen, al dan niet van hetzelfde materiaal, en de verschillende analogieën zoals de mechanische en elektrische analogieën, het foto-elastisch spanningsonderzoek, de moiré-effect-methode en de reflectie-methode. Daarna wordt als voorbeeld van de eerste groep het modelonderzoek van het stalen ornament van „De Bijenkorf” te Rotterdam beschreven. Daarbij is eerst aan een esthetisch model nagegaan hoe groot de spanningen door windbelasting zouden worden, waarna de constructie gedimensioneerd is. Daarna is een op schaal gedimensioneerd model vervaardigd, waaraan controlemetingen verricht zijn. Ten slotte is onderzocht of het ornament door windkrachten niet in trilling kan geraten en is de bevestiging van het inbouwsel van het ornament aan de hoofdconstructie beschouwd met het oog op de stijfheid, die deze constructies bezitten.*

## **Inleiding**

Indien een constructie niet langs rekenkundige weg berekend kan worden, omdat de theorie ontoereikend of niet bevredigend is, neemt men veelal zijn toevlucht tot het modelonderzoek. De twee groepen, waarin dit modelonderzoek is te splitsen, zijn: het onderzoek aan geometrisch verkleinde modellen, welke mechanisch beproefd worden en het onderzoek met behulp van diverse analogieën.

De eerste groep omvat de geometrisch verkleinde modellen van hetzelfde materiaal als de werkelijke constructie, en de modellen die van een ander materiaal zijn vervaardigd.

Uiteraard leent vooral een staalconstructie zich voor een verkleining op schaal. Het materiaal is immers in hoge mate homogeen en is gemakkelijk te verwerken bij het vervaardigen van het model.

Bij modellen van gewapend beton heeft het verkrijgen van de juiste materiaaleigenschappen voor het beton en het staal aanvankelijk moeilijkheden opgeleverd, welke thans echter wel zijn overwonnen.

Vaak komt het voor, dat bij een zuiver schaalmodel de te meten grootheden – veelal rekken en verplaatsingen – te klein zijn voor betrouwbare metingen, zodat men genoodzaakt is een materiaal te zoeken met een lagere elasticiteits-



modulus. Hiervoor wordt tegenwoordig b.v. het plastic materiaal perspex toegepast, maar ideaal zijn de ervaringen met dit materiaal ongetwijfeld niet (kruip). Toch neemt men vaak voor een snel onderzoek zijn toevlucht hier toe. Ook kartonnen modellen kunnen dikwijls reeds een duidelijk inzicht geven, vooral betreffende de stabiliteit.

Wordt een constructie behalve aan een statische belasting ook aan een dynamische belasting onderworpen en zou men de invloed hiervan ook aan de hand van een model willen onderzoeken, dan kunnen bij een dergelijk onderzoek ernstige bezwaren rijzen.

Indien een constructie namelijk aan een dynamische krachtswerking is blootgesteld, kan het zuivere modelonderzoek voor materialen met een sterk dempend vermogen, zoals beton, vooralsnog niet worden toegepast, daar de vervormingen en de spanningen in het model, o.a. door de verschillen in massademping van model en werkelijkheid, niet in overeenstemming zullen zijn met de overeenkomstige grootheden in de werkelijke constructie. Toepassing van hulpmassa's kan in een dergelijk geval de eigenfrequentie van het model misschien nog wel identiek maken aan de eigenfrequentie van de constructie, maar het dempingsverschijnsel kan hierbij nog niet nauwkeurig in rekening worden gebracht.

Bij staal, dat vrijwel geen demping heeft, zijn de genoemde bezwaren niet zo ernstig. Het bepalen van resonantiefrequenties aan een zuiver stalen model kan dan ook zonder enig technisch bezwaar worden uitgevoerd. Uiteraard zijn deze frequenties de schaalfactor groter dan die welke in de werkelijke constructie optreden.

Algemeen geldt natuurlijk de vraag, of het financieel verantwoord is een zuiver schaalmodel te vervaardigen en te beproeven. De kosten voor het vervaardigen van dergelijke modellen liggen veelal hoog. Bedacht dient te worden dat een dergelijk modelonderzoek soms de enige mogelijkheid is om een inzicht in de krachtswerking van een constructie te verkrijgen.

Gelukkig staan de hedendaagse onderzoekers ook andere mogelijkheden ten dienste die veelal tot een verantwoorde oplossing van de gestelde problemen kunnen leiden. Tot deze mogelijkheden van onderzoek behoren allereerst de mechanische analogieën.

Zo zijn bijvoorbeeld de zakkingslijn alsook de verdeling van de dwarskrachten en momenten voor het te zinken gedeelte van de geprojecteerde IJ-tunnel te Amsterdam door het instituut bepaald met behulp van een mechanische analogie, waarbij de funderingseenheden (putten) van de tunnelsecties waren weergegeven door drijvers in een waterbassin. De afmetingen van de drijvers waren daarbij zodanig bepaald, dat zij – bij een bepaalde belasting op schaal – een zelfde indrukking zouden ondergaan als de funderingseenheden van de tunnelsecties in de plaatselijk zeer slechte ondergrond (beddingconstanten van  $0,5-7 \text{ kg/cm}^3$ ). Door de buigingsstijfheid van de stalen strip, welke over deze drijvers lag, op schaal aan te passen aan de buigingsstijfheid van de werkelijke tunnel, was het mogelijk om door deze „schipbrug” een juist beeld te verkrijgen van het zakkingsverloop bij onderling verschillende afstanden van de putten. Uit dit verloop konden de optredende momenten- en dwarskrachtenverdelingen worden bepaald.

Behalve mechanische analogieën kunnen ook elektrische analogieën worden toegepast. Uiteraard bieden ook de bekende zeepvliesanalogie van PRANDTL voor een op wringing belaste staaf, en de analogie van AIRY, voor een vlakke spanningstoestand, mogelijkheden voor de oplossing van de betreffende problemen.

Bij al deze onderzoekingen kunnen evenwel de specifieke materiaaleigenschappen van bijvoorbeeld het materiaal beton niet in de modelresultaten doorwerken. Dit is echter veelal geen bezwaar, als dergelijke onderzoekingen zich tot het elastische stadium beperken.

Er bestaan voorts diverse experimentele onderzoekmethoden die ons in staat stellen langs een andere weg de krachtsverdeling aan een model – veelal van een ander materiaal dan de beschouwde constructie – te bepalen. De belangrijkste zijn ongetwijfeld:

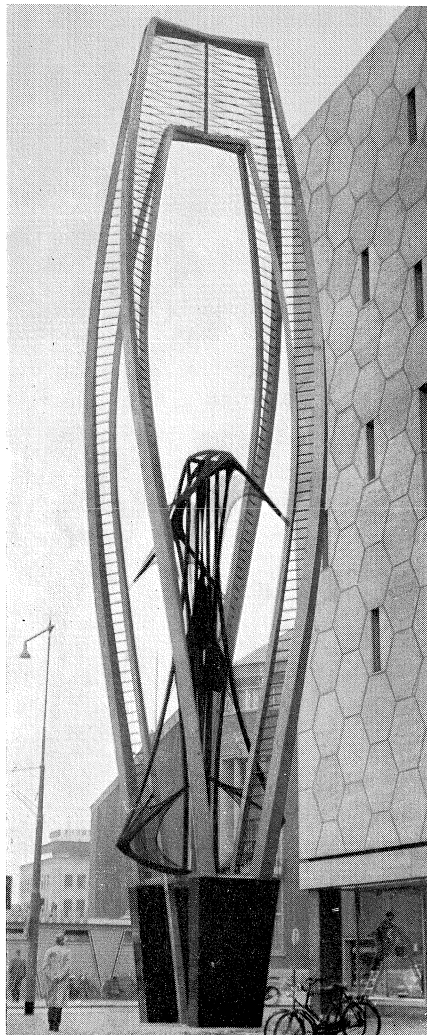
het foto-elastisch spanningsonderzoek voor de oplossing van vlakke of ruimtelijke spanningstoestanden;  
de moiré-effect-methode voor het bepalen van de momentenverdeling in vlakke platen, ook wanneer deze gelijkmatig, elastisch zijn ondersteund;  
de reflectiemethode voor de bepaling van het momentenverloop bij balkroosters.

Van deze methoden biedt de moiré-effect-methode steeds meer toepassingsmogelijkheden, bijvoorbeeld de bepaling van de temperatuurspanningen in een schijf (o.a. de dwarsdoorsnede van een tunnelprofiel), alsook voor de – op dezelfde grond gebaseerde – oplossing van de spanningsfunctie van AIRY.

Ook kan men met de moiré-effect-methode uiteindelijk in combinatie met het foto-elastisch onderzoek de spanningstoestand bepalen in een constructie met variabele  $E$  – bijvoorbeeld bij grondmassieven zoals dijken.

Wanneer – terugkerend tot het zuivere modelonderzoek – een constructie in staal wordt uitgevoerd, moet een studie aan een stalen schaalmodel technisch als een ideale onderzoekmethode worden beschouwd, daar de modelgegevens zonder enig bezwaar op de werkelijke constructie kunnen worden overgedragen. Vooral bij een grillige vormgeving van de constructie is dit zuivere modelonderzoek de enige mogelijkheid om met een redelijke graad van nauwkeurigheid de toekomstige spanningen en vervormingen te bepalen. Deze laatste overwegingen hebben ertoe geleid, het stalen ornament voor het nieuwe pand van „De Bijenkorf” te Rotterdam aan de hand van een stalen model te onderzoeken. Dit onderzoek, dat in opdracht van de directie van de N.V. „De Bijenkorf” werd uitgevoerd, zal in het volgende uitvoeriger worden besproken.

Fig. 1. Het door Naum Gabo ontworpen stalen ornament.



## **Het modelonderzoek van het stalen ornament voor „De Bijenkorf” te Rotterdam**

De opdracht bestond uit het onderzoek naar de constructiemogelijkheden van het door de Amerikaanse kunstenaar Naum Gabo ontworpen ruim 25 m hoge stalen ornament.

De hoofdconstructie bestaat uit vier gebogen en getordeerde stijlen, welke aan de voet en de top onderling zijn verbonden. In het onderste deel van het ornament bevindt zich een inbouwsel bestaande uit een frame en een aantal regelvlakken, die uit spiraalveren zijn samengesteld. De vorm van het ornament is zodanig, dat een nauwkeurige berekening zonder experimentele beproevingen van een zuiver schaalmodel niet mogelijk is. Dit geldt temeer, daar de juiste windbelasting niet nauwkeurig aan de hand van de voorschriften berekend kan worden.

### **Onderzoek van het esthetisch model**

De opdrachtgever stelde in eerste instantie een esthetisch model op schaal 1 : 16,5 beschikbaar. Dit model – uitgevoerd in messing en koper – had afmetingen die de ontwerper uit esthetisch oogpunt wenste. Het onderzoek zou moeten uitwijzen, of deze uitwendige maten inderdaad uit een oogpunt van sterkte en stijfheid gehandhaafd konden blijven. Daartoe moesten twee vragen worden beantwoord, namelijk „hoe is vooral ter plaatse van de inklemming aan de voet, waar de hoogste spanningen verwacht kunnen worden, de werking van de constructie in de elastische toestand” en „hoe groot is de windbelasting en het hierdoor ontstane buigend moment bij de inklemming van de vier hoofdstijlen”.

Het antwoord op de eerste vraag werd als volgt verkregen. Voor het bepalen van het elastisch gedrag van het ornament werd het inbouwsel in de onderste helft van de constructie verwijderd. Dit deel is immers constructief van secundaire betekenis. Door nu de hoofdconstructie aan een proefbelasting te onderwerpen en bij een bekend buigend inklemmingsmoment de rekken aan de voet van de staven te meten, is het mogelijk, de juiste buigingsstijfheid van de inklemmingsdoorsnede te bepalen. Deze werkzame doorsnede kan variëren tussen de maximum-stijfheid, die aanwezig is bij de volledige als één geheel werkzame doorsnede, en een stijfheid, die gelijk is aan de som der buigingsstijfheden van de afzonderlijke staven (4 buitenstaven en 4 binnenstaven).

Het antwoord op de tweede vraag kon worden verkregen uit de resultaten van proefnemingen met het model in de windtunnel van het Nationaal Luchtvaart Laboratorium (N.L.L.) te Amsterdam (zie fig. 2). Hiermee werd uitsluitend verkregen omtrent de ongunstigste windrichting en het daarbij optredende maximale inklemmingsmoment aan de voet van het ornament.

Op grond van de resultaten van deze twee proeven werden de afmetingen van de constructie vastgesteld. Hierbij is echter aangenomen, dat het elastisch

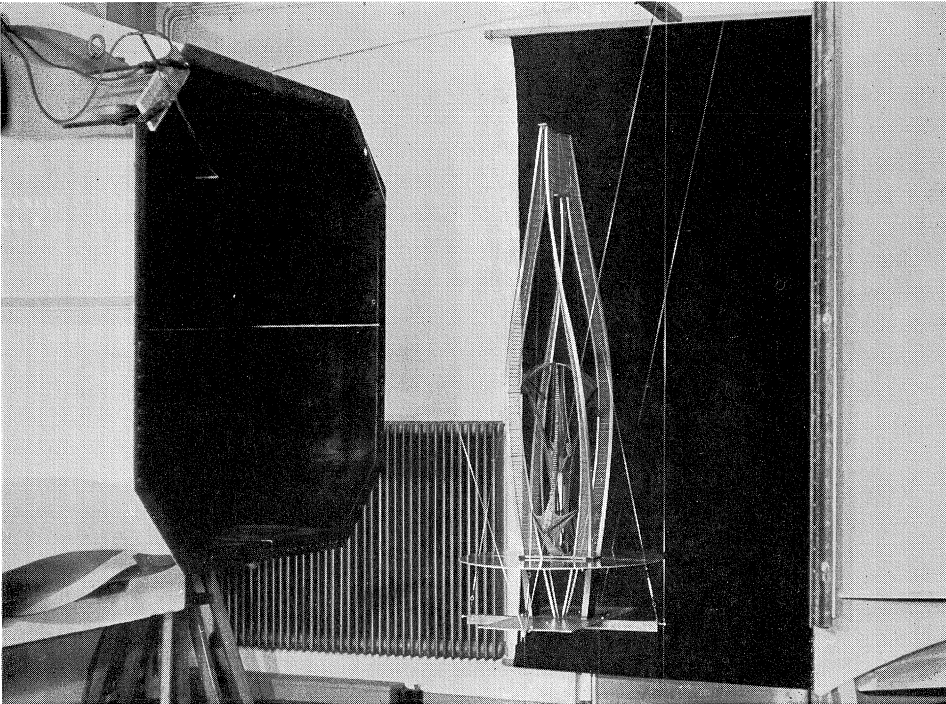


Fig. 2. Het model in de windtunnel van het Nationaal Luchtvaart Laboratorium te Amsterdam

gedrag van de te ontwerpen constructie identiek zou zijn aan dat van het esthetisch model. Deze onderstelling was noodzakelijk, daar het esthetisch model, wat de vereiste sterkte en stijfheid betreft, geen zuiver schaalmodel was.

Om de sterkte van de aldus ontworpen constructie te toetsen, is een geschematiseerd model op schaal gemaakt. Op dit model werden proefnemingen verricht, waaruit de eigenfrequentie en de spanningen ten gevolge van de windbelasting afgeleid konden worden.

#### *Bepaling van het elastisch gedrag van het ornament*

Voor de bepaling van het elastisch gedrag van de hoofdconstructie werd het model belast in de twee hoofdrichtingen ( $x$ - en  $y$ -richting, zie fig. 3). De belasting bestond uit een in de top aangrijpende puntlast  $P$ . Deze kracht werkte verticaal, terwijl het model horizontaal was opgesteld. Het inklemmingsmoment was dus bekend. De spanningen volgden uit de metingen met rekstrookjes die bij de inklemming aan de voet waren aangebracht. De weerstandsmomenten konden nu berekend worden.

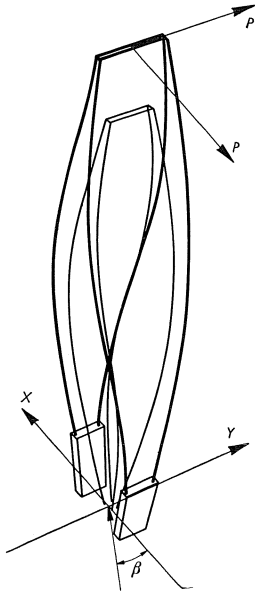


Fig. 3. Schema van het model

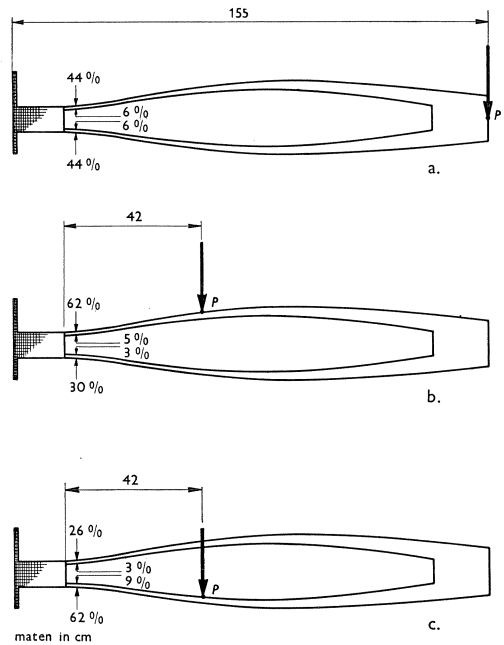


Fig. 4. Bepaling van de momentenverdeling

#### *Bepaling van de buigingsstijfheid om de x-as*

Het maximale weerstandsmoment dat bij de inklemmingsdoorsnede kan optreden bedraagt  $24,08 \text{ cm}^3$ .

Het weerstandsmoment  $W_{gr}$  dat gelijk is aan de som van de weerstandsmomenten van de vier grote staven, is  $1,35 \text{ cm}^3$ .

Rekenkundig zou bij een buigend moment  $M_x = 810 \text{ kgcm}$  in de inklemmingsdoorsnede (zie fig. 4a) en een weerstandsmoment  $= 1,35 \text{ cm}^3$  de spanning  $\sigma = 810/1,35 = 600 \text{ kg/cm}^2$  bedragen.

De rekstrookjes gaven echter plaatselijk een spanning aan van  $500 \text{ kg/cm}^2$ , hetgeen dus betekent dat het werkelijke weerstandsmoment ( $W_x$ ) een factor  $6/5$  groter is dan het weerstandsmoment  $W_{gr}$ . Voor het ontwerp is echter met het oog op de veiligheid als werkelijk weerstandsmoment  $W_x = W_{gr}$  aangehouden. In de figuren 4a, b, c is voor een drietal belastingsgevallen de momentenverdeling voor de diverse staven van de inklemmingsdoorsnede in procenten weergegeven.

#### *Bepaling van de buigingsstijfheid om de y-as*

Door de vierkante vorm van de grote staven is het weerstandsmoment in x- en y-richting gelijk, nl.  $W_{gr} = 1,35 \text{ cm}^3$ . Het inklemmingsmoment  $M_y$  ter plaatse van de rekstrookjes bedroeg in dit geval  $1620 \text{ kgcm}$ , hetgeen leidt tot een rekenkundige spanning  $\sigma = 1620/1,35 = 1200 \text{ kg/cm}^2$ . Uit de metingen met rekstrookjes volgde echter een spanning van  $250 \text{ kg/cm}^2$ .

Hieruit blijkt dus, dat voor het vaststellen van de afmetingen als werkelijk weerstandsmoment  $W_y$  kan worden aangehouden:

$$W_y = \frac{1200}{250} \times W_{gr} = 4,8 W_{gr}$$

#### *Bepaling van de windkracht en de momenten*

Door het Nationaal Luchtvaart Laboratorium te Amsterdam zijn de krachten en de momenten voor verschillende windrichtingen bepaald.\*) In de eerste plaats werd gemeten aan het normale esthetische model. Daarna werd gemeten aan het model terwijl het gaas van de vier stijlen met plakband was dichtgeplakt, hetgeen een toestand weergeeft, die voorkomt, wanneer in de werkelijke constructie het gaas is dichtgesneeuwd. Ten slotte werd gemeten aan het niet dichtgeplakte model, nadat het inbouwsel was verwijderd.

Bij ieder van deze toestanden was de windsnelheid even groot, nl. 16 m/sec, hetgeen resulteert in een winddruk van  $\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,125 \cdot 16^2 = 16 \text{ kg/m}^2$ .

In de fig. 5, 6 en 7 zijn voor de diverse aanstroombindingen de resulterende windkracht alsmede de daarbij behorende momenten in  $x$ - en  $y$ -richting weergegeven, zoals deze vermeld zijn in bovengenoemd rapport.

Om misverstanden betreffende de notatie te voorkomen, dient hier opgemerkt te worden dat de krachten  $K_x$  en  $K_y$  werken langs werklijnen resp. evenwijdig aan de  $x$ - en de  $y$ -as. De momenten  $M_x$  en  $M_y$  werken om assen respectievelijk evenwijdig aan de  $x$ - en de  $y$ -as, zodat dus  $M_x$  werkzaam is in een verticaal vlak evenwijdig aan de  $y$ -as en  $M_y$  in een verticaal vlak evenwijdig aan de  $x$ -as.

De kracht  $K_x$  en het moment  $M_y$  zijn maximaal bij aanstroombindingen  $\beta$  van respectievelijk  $15^\circ$  en  $30^\circ$ .

De kracht  $K_y$  en het moment  $M_x$  zijn beide maximaal voor  $\beta = 75^\circ$ .

#### *Vaststellen van de afmetingen van de staalconstructie*

Voor de stuwdrukwaarde moet volgens de T.G.B. 1955 (N 1055) art. 15, te Rotterdam voor hoge windbelasting  $70 \text{ kg/m}^2$  in rekening worden gebracht. Gezien de plaats van het ornament is de stuwdrukwaarde  $q = 100 \text{ kg/m}^2$  zeker voldoende. De hoogte van het ornament boven het grondvlak bedraagt  $H = 25,40 \text{ m}$ .

De maximum buigspanning wordt bepaald volgens de formule

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

Hierin is dus:  $W_x = W_{gr}$  en  $W_y = 4,8 W_{gr}$

Bijgevolg geldt:

$$\sigma = \frac{1}{W_{gr}} \left( \frac{M_x}{1} + \frac{M_y}{4,8} \right)$$

\*) Rapport A 1422 van het Nationaal Luchtvaart Laboratorium te Amsterdam.



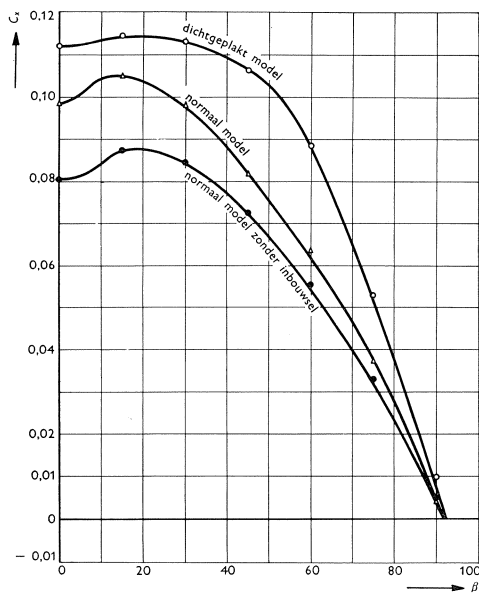


Fig. 5. Luchtcrachtcomponent  $K_x = C_x \cdot q \cdot H^2$  als functie van de aanstroomhoek  $\beta$  bij drie modeltoestanden

( $q$  = stuwdrukwaarde;  $H$  = hoogte boven inklemmingsdoorsnede)

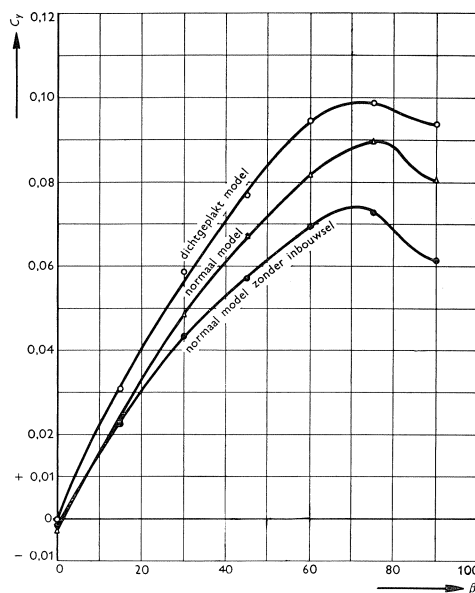


Fig. 6. Luchtcrachtcomponent  $K_y = C_y \cdot q \cdot H^2$  als functie van de aanstroomhoek  $\beta$  bij drie modeltoestanden

Met behulp van deze rekenregel en de experimenteel bepaalde windbelasting, blijkt, dat de maximale spanning in de inklemmingsdoorsnede optreedt bij een aanstroomhoek  $\beta = 75^\circ$ . Het resulterend moment  $M_r = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$  dat bij circa  $45^\circ$  optreedt, is dus niet het meest ongunstige moment voor de inklemmingsdoorsnede.

Voor de bepaling van de ongunstigste spanningstoestand moeten dus de coëfficiënten voor de krachten (zie fig. 5 en 6) en voor de momenten (zie fig. 7) voor  $\beta = 75^\circ$  aangehouden worden. Dit leidt tot de volgende berekening.

$$\begin{aligned}
 M_x &= 0,041 qH^3 \\
 &= 0,041 \cdot 100 \cdot (25,40)^3 \text{ kgm} = 67.200 \text{ kgm} \\
 K_y &= 0,099 qH^2 \\
 &= 0,099 \cdot 100 \cdot (25,40)^2 \text{ kg} = 6390 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Het aangrijpingspunt wordt bepaald door de hoogte boven het grondvlak

$$h_x = \frac{M_x}{K_y} = 10,70 \text{ m}^+$$

Daar  $M_x$  beschouwd is ten opzichte van het grondvlak en de inklemmingsdoorsnede 3,00 m boven het grondvlak ligt, wordt het inklemmingsmoment

$$M_x = (10,70 - 3,00) 6390 \text{ kgm} = 49.200 \text{ kgm.}$$

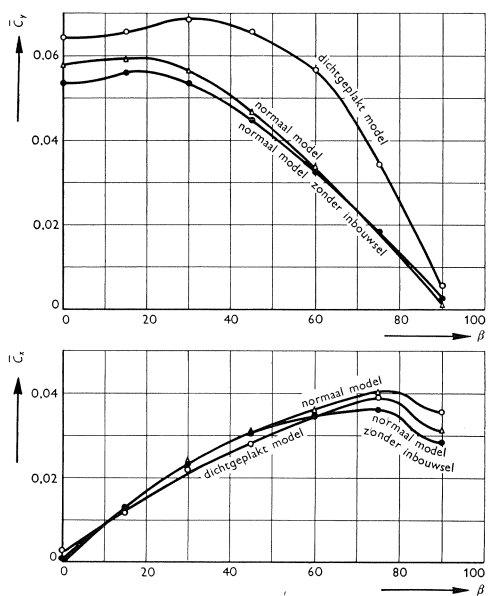


Fig. 7. De momenten  $M_x = \bar{C}_x \cdot q \cdot \bar{H}^3$  en  $M_y = \bar{C}_y \cdot q \cdot \bar{H}^3$  als functie van de aanstroombhoek  $\beta$  bij drie modeltoestanden.

( $q$  = stuwdrukwaarde;  $\bar{H}$  = hoogte boven maaiveld)

ding ook in de werkelijke constructie doorgevoerd.

Ter oriëntatie zij hier nog meegedeeld dat de staven bestaan uit een stalen buis als kern, en een mantel van staalplaat. Deze mantel werd in de vorm van een vierkant om de buiskern aangebracht, waardoor de staaf een vierkant uiterlijk kreeg. De vierkante vorm werd verkregen door vierkante plaatjes loodrecht op de staafas – om de staaf – aan te brengen. Door deze plaatjes ten opzichte van elkaar om de staafas een bepaalde hoek te verdraaien, verkregen de vlakken van de mantel de door de ontwerper gewenste gewrongen vorm. De afmetingen van de buitenstaaf verlopen van 340 mm vierkant aan de voet tot 170 mm vierkant aan de top van deze staaf.

### Het onderzoek van een op schaal gedimensioneerd model

Gezien de reeds genoemde wenselijkheid om een zuiver model op schaal ter controle te beproeven is vervolgens uit naadloze koudgetrokken stalen precisiepijpen een model opgebouwd overeenkomstig de in het voorgaande vastgestelde afmetingen. De lengteschaal is 1 : 16,5. De doorsnede, de traagheidsmomenten enz. zijn met inachtneming van de lengteschaal in overeenstemming met de betreffende grootheden van de constructie op ware grootte.

De buitenstaaf is opgebouwd uit drie stukken buis met verlopende diameter. De binnenstaaf bestaat uit één staaf met een uitwendige diameter van 8 mm

Een overeenkomstige berekening levert ter plaatse van de inklemming:

$$M_y = 47.200 \text{ kgm}$$

Wordt nu de toelaatbare buigspanning gesteld op 1000 kg/cm<sup>2</sup>, dan geldt

$$1000 = \frac{1}{W_{gr}} \left( \frac{4920000}{1} + \frac{4720000}{4,8} \right)$$

$$\text{en dus } W_{gr} = 5900 \text{ cm}^3$$

Het weerstandsmoment van één grote buitenstaaf moet dus circa 1500 cm<sup>3</sup> bedragen.

Daar de maximale spanning ten gevolge van het eigen gewicht gering is (35 à 40 kg/cm<sup>2</sup>) is deze buiten beschouwing gelaten.

In het esthetisch model verhouden de weerstandsmomenten van een grote en een kleine staaf zich als 8 : 1. Met het oog op het elastisch gedrag is deze verhouding

en een inwendige diameter van 5 mm (zie fig. 8). De koppeling tussen de buitenstaaf en de binnenstaaf is verkregen door koppelstaafjes. Deze liggen in tegenstelling tot de werkelijkheid niet in het vlak door de aslijn van de hoofdstaven. Door deze constructiewijziging werd de stijfheid van de stijl niet ernstig veranderd, omdat enerzijds de stijfheid toeneemt door de veranderde ligging van de staafjes, maar anderzijds minder wordt ten gevolge van de hierdoor ontstane grotere lengte. De horizontale koppelregels in de top hebben dezelfde stijfheid als de aansluitende staven.

#### Controlemeting

Daar gebleken was dat de ongunstigste windbelasting optreedt bij een aanstroomhoek van  $75^\circ$ , werd de spanningsverdeling in de stijlen bij deze windbelasting nagegaan. De mogelijkheid dat het ornament in een wervelstroom kan raken is niet uitgesloten, zodat het gewenst was het model ook hierop te beproeven.

Daar het N.L.L. niet in staat was bij de windbelasting voor  $\beta = 75^\circ$  een winddrukverdeling langs de stijlen te meten, is op de volgende wijze getracht de reële winddrukverdeling te berekenen. Aangenomen werd dat elke stijl volledig door de windstroom ( $\beta = 75^\circ$ ) wordt getroffen, zodat een winddrukcoëfficiënt van  $0,9 + 0,4 = 1,3$  in rekening is gebracht (+0,9 voor stuwing aan de windzijde en 0,4 voor zuiging aan de lijszijde van de stijl).

De invloed van het inbouwsel werd in rekening gebracht door de winddrukcoëfficiënt te vermenigvuldigen met de factor 1,14. Deze factor volgde namelijk uit de fig. 5, 6 en 7 bij beschouwing van de resultaten „open met inbouwsel” en „open zonder inbouwsel”, waarbij dan wordt aangenomen dat deze factor ook geldt voor „dicht met inbouwsel” en „dicht zonder inbouwsel”.

Als stuwdruk werd weer aangenomen  $100 \text{ kg/m}^2$ . De stuwdrukverdeling werd in eerste instantie bepaald volgens de T.G.B. De hiermee gevonden waarden voor het inklemmingsmoment en de winddrukresultante klopten echter niet met de experimenteel bepaalde grootheden (zie tabel I).

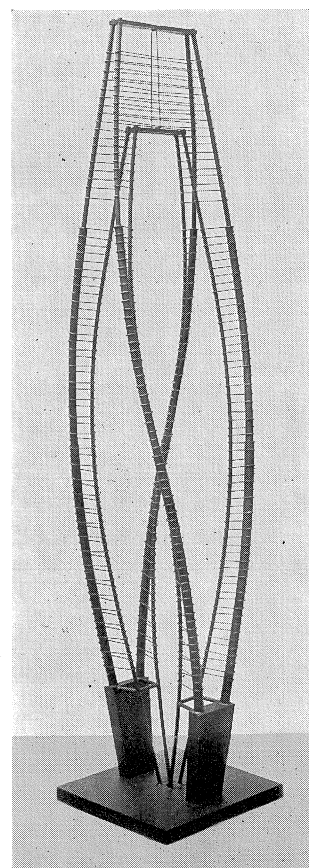


Fig. 8. Het op schaal gedimensioneerde model

Tabel I

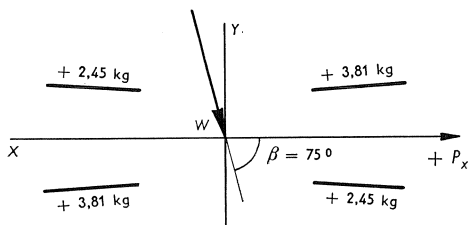
	T.G.B.	experiment
$M_x$	74430	49000
$M_y$	18900	47000
$K_x$	2064	3400
$K_y$	8050	6400

Bij de modelbeproeving is echter uitgegaan van een totale winddrukverdeling over de diverse stijlen zoals deze volgens de T.G.B. berekend kan worden. Deze berekening geeft voor de totale winddruk op de afzonderlijke stijlen respectievelijk 32, 18, 32 en 18% van de resulterende winddruk op het gehele ornament.

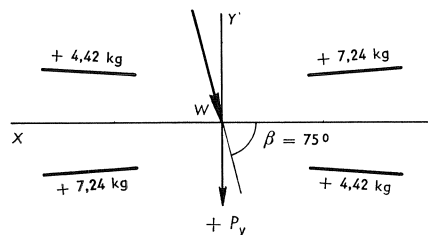
De verdeling van deze verschillende winddrukken over de hoogte der respectieve stijlen werd nu zodanig aangepast, dat de totale winddruk en het totale inklemmingsmoment in overeenstemming waren met de desbetreffende experimenteel bepaalde grootheden. Op het model waren 58 rekstrookjes aangebracht waarvan 32 in de inklemmingsdoorsnede. Hiermee konden op de belangrijkste punten de spanningen worden bepaald.

Een algemene beschouwing van deze resultaten toont aan, dat de spanningen ten gevolge van de onderzochte windbelasting zeer gunstig zijn. Zowel bij de inklemmingsdoorsnede waar de maximale spanningen optreden, als in de hoger gelegen doorsneden werd in geen enkel punt een ontoelaatbare spanning gemeten.

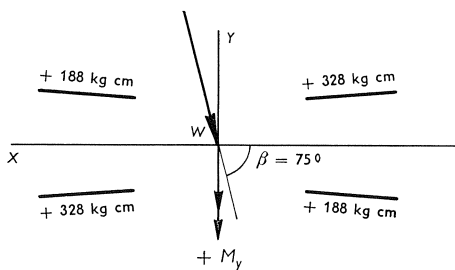
Een nadere beschouwing van de spanningen in enige punten van de inklemmingsdoorsnede is interessant. In fig. 9 zijn de experimentele waarden voor krachten en momenten in de inklemmingsdoorsnede voor de ongunstigste windbelasting weergegeven. Tevens zijn de overeenkomstige bedragen voor de



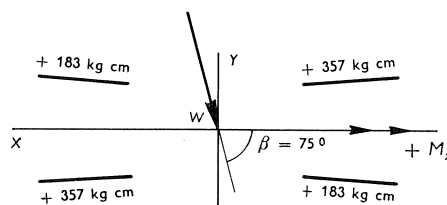
In model  $\Sigma P_x = 12,52 \text{ kg}$ ;  
in werkelijkheid:  $12,52 \times 16,5^2 = 3393 \text{ kg}$   
vereist dus 3400 kg



In model  $\Sigma P_y = 23,32 \text{ kg}$ ;  
in werkelijkheid:  $23,32 \times 16,5^2 = 6335 \text{ kg}$   
vereist dus 6400 kg



In model  $\Sigma M_y = 1032 \text{ kgcm}$ ;  
in werkelijkheid:  $1032 \times \frac{16,5^3}{100} = 46400 \text{ kgm}$   
vereist dus 47000 kgm



In model  $\Sigma M_x = 1080 \text{ kgcm}$ ;  
in werkelijkheid:  $1080 \times \frac{16,5^3}{100} = 48500 \text{ kgm}$   
vereist dus 49000 kgm

Fig. 9. Winddrukresultanten en inklemmingsmomenten t.g.v. wind onder  $75^\circ$ .

constructie op ware grootte vermeld. Volgens de meting bedragen de respectieve spanningen in de uiterste punten ter plaatse van een inklemming (zie fig. 10):

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +182 \text{ kg/cm}^2 & \sigma_3 &= +628 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_2 &= +724 \text{ kg/cm}^2 & \sigma_4 &= -171 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

De in fig. 9 gegeven inklemmingsmomenten, welke zijn gebaseerd op de winddrukverdeling 32, 18, 32 en 18%, zouden juist zijn, indien de constructie uit vier losse stijlen bestond. Dit is echter niet het geval. Door de koppeling in de top van het ornament treedt een zekere lastverdeling op. Uit de reeds eerder genoemde beproeving met betrekking tot de lastoverdracht der stijlen (zie fig. 4a, b, c) werd geconcludeerd, dat een direct belaste stijlgroep circa 70% van de belasting zelf opnam en circa 30% aan de niet direct belaste groep overdroeg. Passen we deze uitkomsten in dit geval ook toe, dan kunnen de in fig. 9 vermelde waarden voor  $M_y$  en  $M_x$  worden gecorrigeerd.

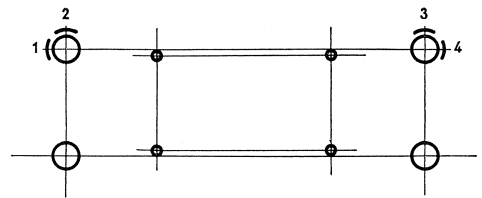


Fig. 10. Beschouwde punten voor extreme spanningen ter plaatse van de inklemming.

Deze correctie betreft alleen de inklemmingsmomenten zoals deze ontstaan door de stijlbelasting, en niet door de bovenzvlakbelasting. Trekken we deze laatste bijdrage dan ook af (zie fig. 11a), dan blijven over de inklemmingsmomenten ten gevolge van de winddrukken op de stijlen (zie fig. 11b). In fig. 11c zijn deze laatste grootheden aan de hand van voornoemde percentages gecorrigeerd.

Bij de inklemmingsdoorsnede is het weerstandsmoment van een enkele buitenstaaf van het model  $W = 0,335 \text{ cm}^3$  (inwendige diameter = 16 mm, uitwendige diameter = 19 mm). Daar:

$$W_y = 4,8 W \text{ en } W_x = W_{gr}$$

kunnen met de gegevens van fig. 11a en c de volgende spanningen worden berekend:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \left( + \frac{154}{4,8} + \frac{76}{4,8} \right) : 0,335 = +143 \text{ kg/cm}^2 (+182 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_4 &= \left( - \frac{154 + 132}{4,8} \right) : 0,335 = -178 \text{ kg/cm}^2 (-171 \text{ kg/cm}^2)\end{aligned}$$

De volgens deze methode berekende waarden stemmen goed overeen met de experimentele uitkomsten (tussen haakjes geplaatst).

De spanningen in meer naar binnen gelegen punten zijn rekenkundig niet voldoende nauwkeurig te bepalen, om een vergelijking met de experimentele uitkomsten mogelijk te maken.

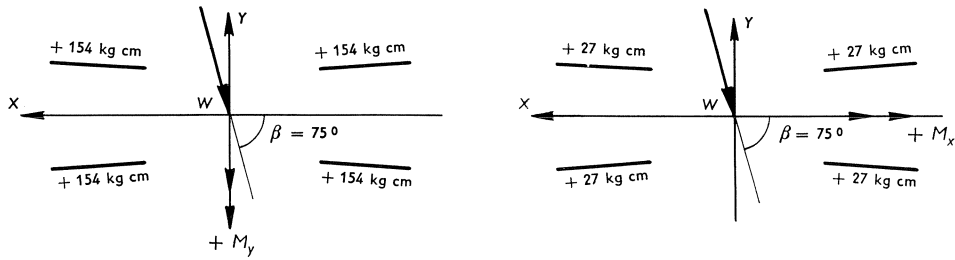


Fig. 11a. Inklemmingsmomenten alleen t.g.v. winddrukken op bovenste deel van het ornament ( $\beta = 75^\circ$ )

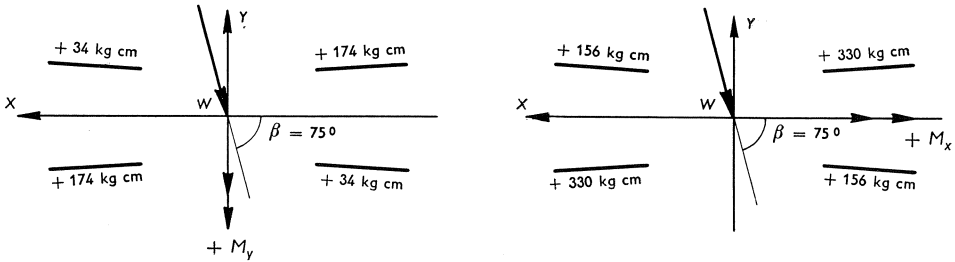


Fig. 11b. Inklemmingsmomenten alleen t.g.v. winddrukken op de stijlen ( $\beta = 75^\circ$ )

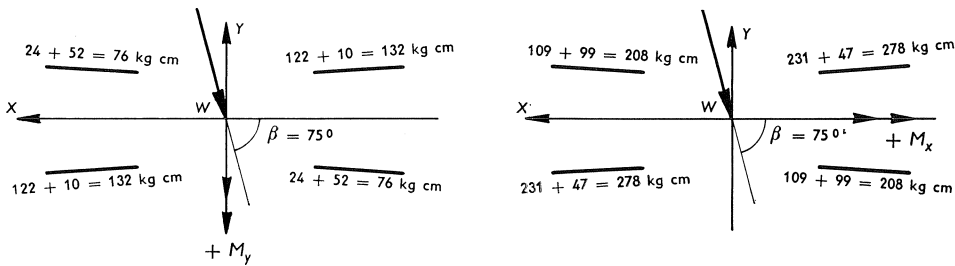


Fig. 11c. Gecorrigeerde inklemmingsmomenten t.g.v. de winddrukken op de stijlen ( $\beta = 75^\circ$ )

Over de verdeling van krachten en momenten bij windtorsie kon het N.L.L. geen nauwkeurige experimentele gegevens verstrekken. Daarom werd door ons instituut een voorstel gedaan om reeds eerder verkregen experimentele resultaten toe te passen. Voor deze proef zouden de experimentele gegevens gebruikt kunnen worden zoals deze reeds voor  $\beta = 0$  bekend waren. De maximale windbelasting zou nu gesplitst worden in twee gelijke delen, welke over twee constructie-helften tegengesteld werkend een koppel doen ontstaan (zie fig. 12). Deze wind-

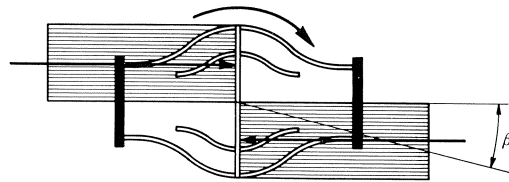


Fig. 12. Torsiebelasting om wervelwind-effect te bepalen.

belastingsverdeling, waarbij het bovendeel het hoogst belast wordt, zal een maximaal torsiemoment geven. Het N.L.L. vond deze beproevingsreis zeer zwaar, daar de werkelijke krachten bij een wervelstroom aanzienlijk lager zouden liggen. Toch is deze proef volledig uitgevoerd, met een winddruk van  $q = 100 \text{ kg/m}^2$ .

Volgens de fig. 5 en 7 bedraagt voor  $\beta = 0^\circ$ :

$$\begin{aligned} K_x &= 0,115 \cdot 100 \cdot 25,40^2 \text{ kg} &= 7.400 \text{ kg} \\ M_{y_{voet}} &= 0,069 \cdot 100 \cdot 25,40^3 \text{ kgm} &= 113.000 \text{ kgm} \\ M_{y_{inckl}} &= \frac{15,30 - 3,00}{15,30} \cdot 113000 \text{ kgm} &= 91.000 \text{ kgm} \end{aligned}$$

De winddrukverdeling over de stijlen werd bepaald met behulp van de T.G.B. Hieruit bleek dat de berekende resultaten voor windbelasting en moment respectievelijk circa 10% en 5% lager liggen dan de experimentele uitkomsten. De belasting is niettemin volledig aan deze experimentele gegevens aangepast. Bij de uitermate ongunstige belasting bleken echter nergens ontoelaatbare spanningen op te treden.

Andere belastingsgevallen zullen zelfs lagere uitkomsten geven, bij voorbeeld bij gelijktijdig tegengesteld werkend torsiemoment op het bovenste en onderste deel van het ornament. De torsiestijfheid van de enkele stijl bleek bij deze proeven ook voldoende te zijn.

Uit de bij de beproeving verkregen resultaten is derhalve komen vast te staan, dat de constructie – bij een doelmatige uitvoering – ruim voldoende veiligheid tegen windbelasting bezit.

#### *Trillingsonderzoek \*)*

De eigenfrequenties zijn bepaald door het model via een slappe veer door een elektro-dynamische trillingsopwekker in trilling te brengen.

Door de frequentie van de trillingsopwekker te regelen worden de eigenfrequenties bepaald door de resonantietoestanden van het model. De volgende eigenfrequenties zijn gemeten:

- 1) Bij 10 Hz treedt een buigingstrilling op, waarbij het model trilt in een richting evenwijdig aan het „bovenvlak” (zie fig. 13a).
- 2) Bij 67 Hz wordt de eerste boventoon van de onder 1) genoemde trilling gevonden (zie fig. 13b).
- 3) De grondtoon van de buiging in een richting loodrecht op het bovenvlak ligt bij 19 Hz (zie fig. 13c).
- 4) Bij 62 Hz voert het model een torsietrilling uit om de hartlijn van het model (zie fig. 13d).
- 5) Buiging van elk van de benen loodrecht op zijn vlak treedt op bij 42 Hz.

\*) Uitgevoerd door het Nationaal Luchtvaart Laboratorium te Amsterdam.

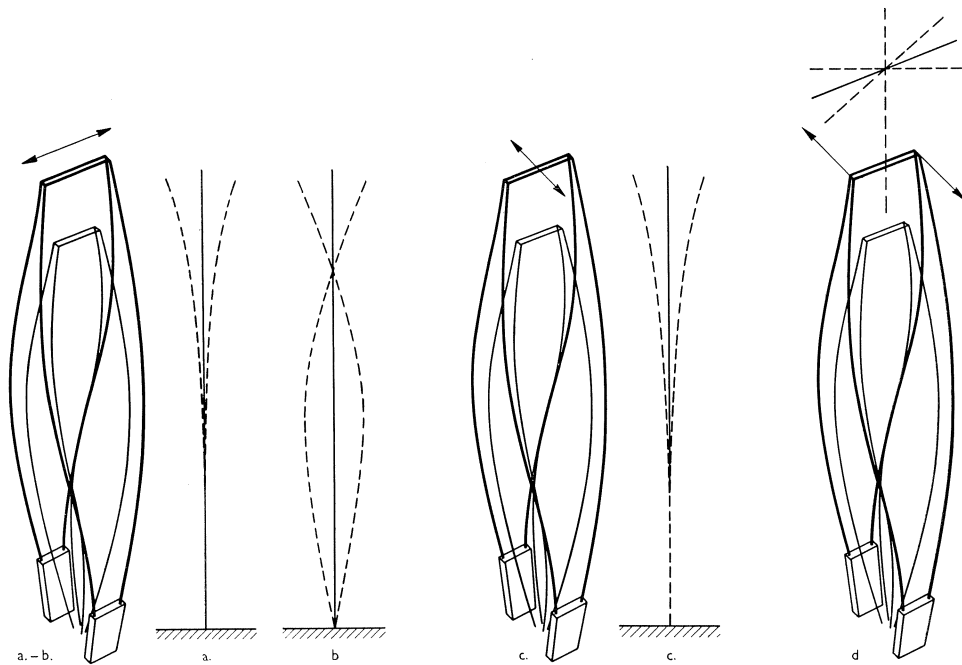


Fig. 13. Overzicht van de trillingsvormen van het ornament.

De eigenfrequenties van de werkelijke constructies kunnen worden verkregen door de resultaten voor het dynamisch gelijkvormige model te delen door de schaalwaarde (16,5).

De vraag of de constructie door aerodynamische krachten in trilling zal kunnen geraken is vervolgens onderzocht. De enige oorzaak voor het optreden van trillingen kan de vorming van een zogenaamde Von Karman-wervelstraat achter de constructie zijn, waardoor een periodieke kracht, loodrecht op de aanstroomrichting ontstaat. Als de frequentie van de kracht overeenkomt met een eigenfrequentie van het object, ontstaat een trilling door resonantie. Dit verschijnsel kan optreden als de parameter  $v/nh$  ongeveer de waarde 5 heeft. (Hierin betekent  $v$  de snelheid,  $n$  de eigenfrequentie in Hz en  $h$  de breedte van het beschouwde object). Opgemerkt kan worden, dat het produkt  $n \cdot h$  onafhankelijk is van de schaalwaarde. De snelheid, waarbij het verschijnsel zal optreden, is dus voor het model en de echte constructie gelijk.

De volgende gevallen van aanstroomrichting zijn berekend:

- a. loodrecht op het bovenzvlak:  $n = 10$  Hz,  $h = 0,2$  m, dus  $v = 10$  m/sec.  
De wisselende kracht zal echter klein zijn, omdat het dwarsoppervlak van het model klein is.
  - b. evenwijdig aan het bovenzvlak:  $n = 19$  Hz,  $h = 0,03$  m, dus  $v = 3$  m/sec.
  - c. tegen een der benen:  $n = 42$  Hz,  $h = 0,01$  m, dus  $v = 2$  m/sec.
- De overige trillingsvormen zullen geen trilling geven.



De berekende „kritieke” snelheden zijn zo laag, dat het niet te verwachten is dat merkbare trillingen in het model zullen optreden.

Als aanvullend onderzoek is het model (gaas dichtgeplakt) nog in de windtunnel geplaatst, waarbij geen trillingen ontstonden.

De conclusie, welke uit dit onderzoek kan worden getrokken, is dat er geen gevaar voor trilling van het ornament aanwezig is.

### **Voortgezet onderzoek**

In het voorgaande was het onderzoek gericht op de bepaling van de sterkte van de hoofdconstructie; in een later stadium werd op verzoek van de opdrachtgever ook nog de stijfheid beschouwd. Dit was nodig om een antwoord te krijgen op de vraag hoe het inbouwsel aan de hoofdconstructie bevestigd diende te worden.

De bevestigingsmogelijkheden waren de volgende:

- 1) Het inbouwsel (zie fig. 14) wordt aan de voet en aan de acht uitstekende staven stijf aan de hoofdconstructie verbonden.
- 2) Het inbouwsel wordt aan de onderzijde ingeklemd door middel van stijve verbindingen ten platse van de voet en de onderste vier uitstekende staven. De bovenste vier staafenden worden door middel van veren met de hoofdconstructie verbonden, om zodoende een visuele verbinding te verkrijgen.
- 3) Als onder 2) maar met dit verschil, dat de bovenste staafenden volkomen los blijven van de hoofdconstructie. Deze laatste constructiemogelijkheid zou een eventuele wijziging van het bovenste deel van het inbouwsel op esthetische gronden nodig maken.

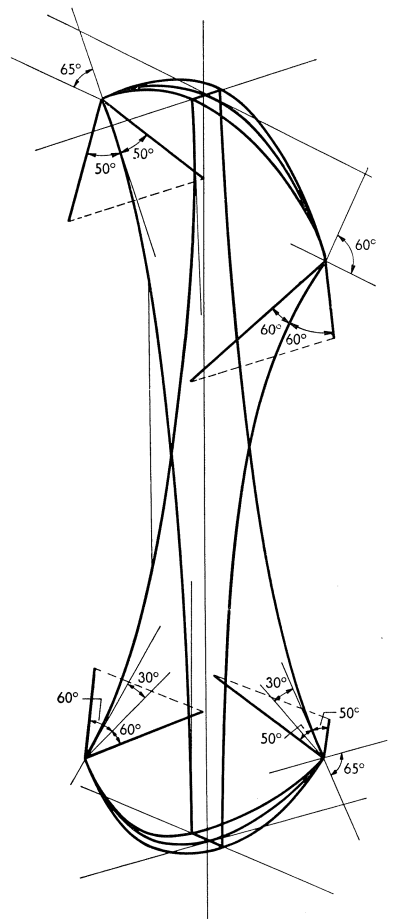


Fig. 14. Schema van het inbouwsel

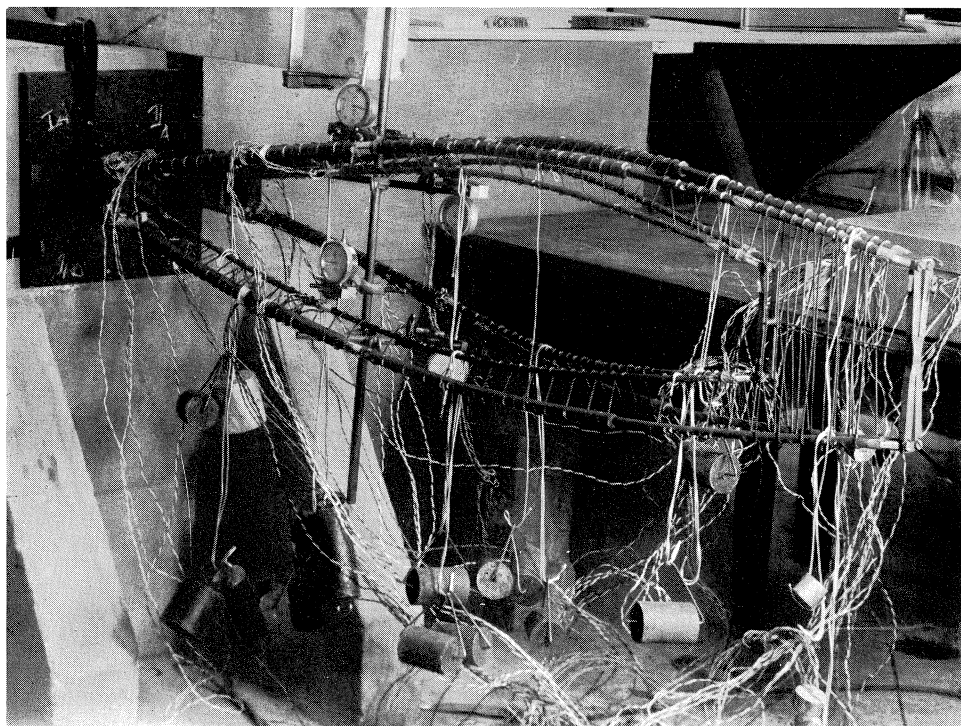


Fig. 15. Rek- en verplaatsingsmetingen aan het op schaal gedimensioneerde model met behulp van rekstrookjes en meetklokjes

Om een oplossing van het gestelde probleem te bereiken, is het onderzoek als volgt uitgevoerd:

- 1) Berekening van de staven van het inbouwsel – vierkant 90 mm, wanddikte 10 mm – voor een veerspankracht van 10 kg per veer (rek 100%).
- 2) Rek- en verplaatsingsmetingen aan het model op schaal (zie fig. 15). Deze metingen zijn verricht zowel voor het model met het volledige aantal koppelstaven als voor het model met het halve aantal koppelstaven. Dit laatste werd in eerste instantie nodig geacht voor het geval dat de koppelstaven, in tegenstelling met het model op schaal, eventueel lichter uitgevoerd zouden worden. De krachtsoverdracht van de hoofdstaven bij windbelasting zou hierdoor mogelijk ongunstig kunnen worden beïnvloed. Achteraf bleek de onderzochte tweede toestand met de werkelijkheid overeen te komen, daar slechts de helft van het aantal koppelstaven door middel van lassen aan de binnen- en buitenstaven zou worden bevestigd, terwijl de andere helft alleen een visuele functie zou hebben.

Voor de berekening van de krachtsverdeling in het inbouwsel ten gevolge van de veerkrachten zijn diverse regelvlakken (te weten 16 regelvlakken elk opgebouwd uit 40 veren en 4 regelvlakken elk opgebouwd uit 60 veren) beschouwd.

Uit de berekening bleek, dat het inbouwsel voldoende sterkte bezat, maar dat een loodrechte verplaatsing van 1 cm van een vrij staafende (veerconstante 250 kg/cm) de berekende maximumspanning van 550 kg/cm<sup>2</sup> in de betreffende staaf met 650 kg/cm<sup>2</sup> deed toenemen.

Voor de rekmetingen zijn op elk van de vier buitenstaven en op elk van de vier binnenstaven vier rekstrookjes aangebracht ter plaatse van de eventuele bevestiging van de bovenste vier armen van het inbouwsel aan deze binnenstaven. Ter plaatse van deze bevestigingspunten zijn ook de verplaatsingen van de hoofdconstructie gemeten in verband met de krachtswerking in het inbouwsel. Deze rek- en verplaatsingsmetingen zijn uitgevoerd zowel voor de volledige koppelingssterkte tussen buiten- en binnenstaven als voor de halve koppelingssterkte.

Algemeen bleek dat het effect van de geringere koppelingssterkte geen belangrijke verzwakking van de constructie als geheel betekende. Ook de stijfheid veranderde hierdoor weinig.

Uit het onderzoek bleek voorts, dat bij een stijve verbinding aan de bovenzijde de krachten, welke in de bovenste aansluitpunten tussen inbouwsel en hoofdconstructie zouden ontstaan, tot ontoelaatbare spanningen in het inbouwsel zouden leiden. De verplaatsing van deze punten ten gevolge van de beschouwde windbelasting bedraagt immers circa 7 cm, terwijl door een verplaatsing van 1 cm reeds een horizontale kracht van 650 kg op het staafende van het inbouwsel ontstaat.

Uiteindelijk is dan ook geadviseerd een visuele verbinding tussen inbouwsel en hoofdconstructie tot stand te brengen. Dit is bereikt door slappe veren, die bij een maximale elastische uitrekking ten gevolge van de windverplaatsingen een toelaatbare kracht op het inbouwsel uitoefenen.

### **Summary**

In the introduction two groups of model investigation are mentioned. These groups are: geometrically reduced models made of the same material of the actual construction or otherwise and the different analogies e.g. mechanical and electrical analogies, photoelastic stress analysis, moiré-effect method and reflection method.

As an example of the first group the model analysis of the steel ornament of „De Bijenkorf” at Rotterdam is described. First the stresses occurring in the aesthetical model by wind loads were determined.

The constructional dimensions of the ornament were defined according to the test results and a model on a scale corresponding with the constructional dimensions was made. The model was tested to verify the results of the preliminary tests. Research was made whether there was any risk of vibrations in the construction due to wind loads.

Finally the way of connecting the inner to the outer part was considered with respect to the rigidity of the parts.