

„l'Expérience est la source unique de la vérité”

H. Poincaré, La Science et l'Hypothèse

Voor opdrachten of adviezen gelieve men zich te wenden tot het adres:
Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en -constructies,
Lange Kleiweg 5, Rijswijk Z.-H., tel. Delft (01730) 26950*.
Correspondentie-adres uitsluitend: Postbus 49 te Delft.

Voor bijdragen voor dit blad, b.v. op het gebied van eigen waarnemingen en uitvoering van constructies, welke aanleiding zouden kunnen geven tot meer economische werkwijze of verbetering van inzicht, houdt de redactie zich aanbevolen.

Rapporten over intern speurwerk kunnen tegen kostprijs worden verstrekt.

IBC MEDEDELINGEN

ORGAAN VAN HET
INSTITUUT T.N.O. VOOR BOUWMATERIALEN EN -CONSTRUCTIES

Redactie: Ir. A. L. Bouma – Ir. J. van Leeuwen
Postbus 49, Delft

JAARGANG 7

NO. 2/3

1959

MODELONDERZOEK VAN TONSCHALEN VERVAARDIGD VAN GEWAPEND MICROBETON

Het artikel beschrijft een experimenteel onderzoek van een serie van 10 tonschalen, vervaardigd van gewapend microbeton. Doel van het onderzoek was na te gaan in welke mate de krachtsverdeling bij schalen van gewapend beton wordt beïnvloed door eventuele scheurvorming in het beton en door de hoeveelheid en de ligging van de toegepaste wapening. Daarnaast werd beoogd te onderzoeken in hoeverre deze factoren, evenals een zekere mate van plasticiteit van het beton, bij toenemende belasting de bruikbaarheid en de breukbelasting van een schaal bepalen.

Allereerst zijn 7 schalen onderzocht die dezelfde afmetingen bezaten, maar waarbij de wapening steeds verschilde. Door het onderzoeken van extreme gevallen is getracht bepaalde verschijnselen duidelijker te doen uitkomen. Daarna zijn nog 3 schalen onderzocht waarvan de dwarsdoorsnede dezelfde was. De eerste schaal was echter korter, de tweede langer dan de schalen van de voorafgaande serie, terwijl de laatste schaal op drie plaatsen was ondersteund. Getracht is de overeenkomst tussen model en werkelijkheid ook wat betreft de eigenschappen van het wapeningsstaal en van het beton zo goed mogelijk te doen zijn.

Gemeten zijn verticale verplaatsingen, rekken en krommingen. De uitkomsten van de metingen zijn vergeleken met die van de berekeningen voor een homogene isotrope schaal. Het gedrag van de schalen is onderling vergeleken. Aanvullende berekeningen zijn gemaakt teneinde de invloed op de spanningsverdelingen en de verticale verplaatsingen na te gaan van verschijnselen zoals scheurvorming in de randbalken en in het schaalgedeelte en het vloeien van de wapening in deze constructiedelen en om de waargenomen tendenties bij de hogere belastingen te verklaren.

INHOUD

1	Inleiding	39
2	Vervaardiging van de schalen	42
2.1	Toegepaste materialen.....	42
2.2	Wijze van wapenen	43
3	Wijze van beproeven van de schalen	50
4	Beproeversresultaten van de schalen A1—A7	52
4.1	Algemeen	52
4.2	Gedrag van de schalen	52
	Onderlinge vergelijkingen van het gedrag van de schalen	61
4.3	Meetresultaten	63
	Doorbuigingen	63
	Krommingen c.q. dwarsmomenten	65
	Rekken c.q. langsspanningen	67
	Randstoring nabij het eindschot	68
4.4	Theoretisch onderzoek van enkele factoren die het gedrag van de schalen hebben beïnvloed	69
	Variaties in schaaldikte	70
	Scheurvorming in het beton en vloeien van de wapening in de randbalk..	70
	Horizontale buigingsstijfheid en wringingsstijfheid van de randbalken	76
	Vloeien van de wapening en geconcentreerde scheurvorming in de top van de schaal	77
5	Beproeversresultaten van de schalen B1, C1 en D1	79
5.1	Algemeen	79
5.2	Resultaten van schaal B1	79
5.3	Resultaten van schaal C1	81
5.4	Vergelijking van de schalen A1, B1 en C1	86
5.5	Resultaten van schaal D1	86
6	Samenvatting en conclusies	89
Bijlage 1	Bepaling van de elasticiteitsmoduli van de schalen	92
Bijlage 2	Bepaling M - ε -diagrammen	93
Bijlage 3	Berekening van de schalen A1 en A2 voor diverse stadia van vloeien van de wapening in de randbalken bij verschillende buigingsstijfheden van het schaalgedeelte	97
	Verminderde buigingsstijfheid van het schaalgedeelte	97
	Randvoorwaarden	97

1 INLEIDING

Bij het ontwerpen en berekenen van schaaldaken rijst de vraag of en zo ja in welke mate de optredende krachtsverdeling wordt beïnvloed door scheurvorming in het beton alsmede door de hoeveelheid en de ligging van de toegepaste wapening. Voorts kan de vraag worden gesteld in hoeverre deze factoren, evenals een zekere mate van plasticiteit van het beton, bij toenemende belasting de bruikbaarheid en de breukbelasting van de schaal bepalen. Het te beschrijven onderzoek had tot doel deze invloeden na te gaan, waarbij er naar gestreefd is door het mede onderzoeken van extreme gevallen bepaalde verschijnselen duidelijker te doen uitkomen.

Een experimenteel onderzoek van schaaldaken op ware grootte zou tot zeer hoge kosten leiden. De onderzoekingen werden daarom verricht aan een aantal schaaldaken op verkleinde schaal vervaardigd van gewapend microbeton. Deze verkleining is toelaatbaar daar de materiaaleigenschappen van het gebruikelijke beton en van het vervaardigde microbeton slechts weinig verschillen, terwijl ook de eigenschappen van de wapening in het model dezelfde waren als die in de werkelijkheid. Dergelijke modelproeven waren door het instituut reeds verricht met liggers, portalen en platen¹⁾. In de gevallen waarin de uitkomsten van modelproeven werden geverifieerd aan die van proeven op ware grootte bleek een goede overeenstemming te bestaan.

De verhouding tussen model en werkelijkheid – de schaalfactor – werd bepaald door de omstandigheid dat voor het model een dikte van 1 cm de kleinste afmeting was gebleken waarbij met inachtneming van een juiste maatvoering op bevredigende wijze zowel de wapening kon worden gelegd als het microbeton kon worden gestort. Daar de dikte van het schaalgedeelte in de werkelijkheid zeer vaak omstreeks 8 cm is, volgde hieruit een schaalfactor van ca. $1 : n = 1 : 8$.

Gekozen werd de lange cirkelcilindrische tonschaal, welk type veel voorkomt. In vergelijking met b.v. de eveneens veel toegepaste shedschaal is de vervaardiging en de beproeving van een model van een tonschaal echter veel eenvoudiger. Bovendien werd hiermede aangesloten bij een parallel lopend onderzoek naar de stabiliteit van tonschalen, verricht aan de hand van modellen van trovidur.

In totaal zijn 10 schalen onderzocht. De vorm van de dwarsdoorsnede was bij deze schalen dezelfde (zie fig. 1). Allereerst zijn 7 schalen onderzocht welke bovendien dezelfde lengte bezaten maar waarbij de wapening werd gevarieerd (serie A). Vervolgens zijn onderzocht een schaal met een kleinere lengte dan die van serie A (schaal B1) en een schaal waarvan de lengte groter was (schaal C1). Tenslotte is een schaal beproefd waarvan de totale lengte gelijk was aan die van schaal C1, maar waarbij de schaal op drie plaatsen was ondersteund (schaal D1).

¹⁾ Men zie: I.B.C.-mededelingen 3 (1955) no. 4.

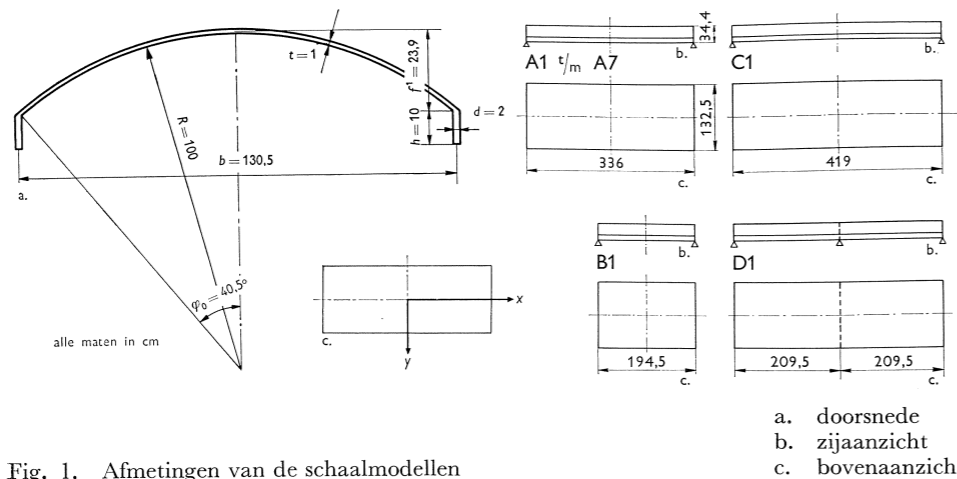


Fig. 1. Afmetingen van de schaalmodellen

De berekening van de schalen is gebaseerd op de onderstellingen van DONNELL. Zonder de belastingstermen en met verwaarlozing van de invloed van de dwarscontractiecoëfficiënt leiden deze tot de differentiaalvergelijking van de 8e orde¹⁾:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^4 w + \frac{12}{R^2 t^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0$$

(Resultaten van berekeningen gebaseerd op deze differentiaalvergelijking bleken in onderzochte gevallen vrijwel overeen te stemmen met die volgens de meer uitgebreide vergelijking van AAS-JAKOBSEN, terwijl zij bij een onderzoek van een stalen model volledig door het experiment werden bevestigd.) De berekening is in eerste instantie uitgevoerd voor een schaal vervaardigd van een homogeen, elastisch, isotroop materiaal, dat voldoet aan de wet van HOOKE. Kortheidshalve wordt in het vervolg dit materiaal als „ideaal” aangeduid. De invloed van de wapening is dus buiten beschouwing gelaten. Bij de berekening is volstaan met het bepalen van de krachtsverdeling tengevolge van de eerste term van de reeks van FOURIER waarin de belasting in de lengterichting van de schaal is ontwikkeld. De wringingsstijfheid en de stijfheid tegen horizontale buiging van het randlid zijn in rekening gebracht²⁾. De schaal is berekend voor het eigen gewicht van gewapend beton (volumegewicht 2500 kg/m³) met een toeslag van 25% waarmee het gewicht van de dakbedekking, de isolatie en sneeuw in rekening is gebracht. Deze belasting wordt in het vervolg de *ontwerpbelasting* genoemd. Voor het schaalgedeelte betekent dit een belasting van 250 kg/m². De berekende spanningen, momenten

¹⁾ Men zie: I.B.C.-mededelingen 4 (1956) no. 2.

²⁾ Zie voor de randvoorwaarden bijlage 3 op blz. 97.

en verplaatsingen voor de schalen A1 t/m A7, B1 en C1 zijn in fig. 2 ter oriëntering weergegeven, echter voor overeenkomstige schalen welke 8× groter zijn dan de respectievelijke modellen. Hierbij is een elasticiteitsmodulus $E = 300.000 \text{ kg/cm}^2$ aangehouden.

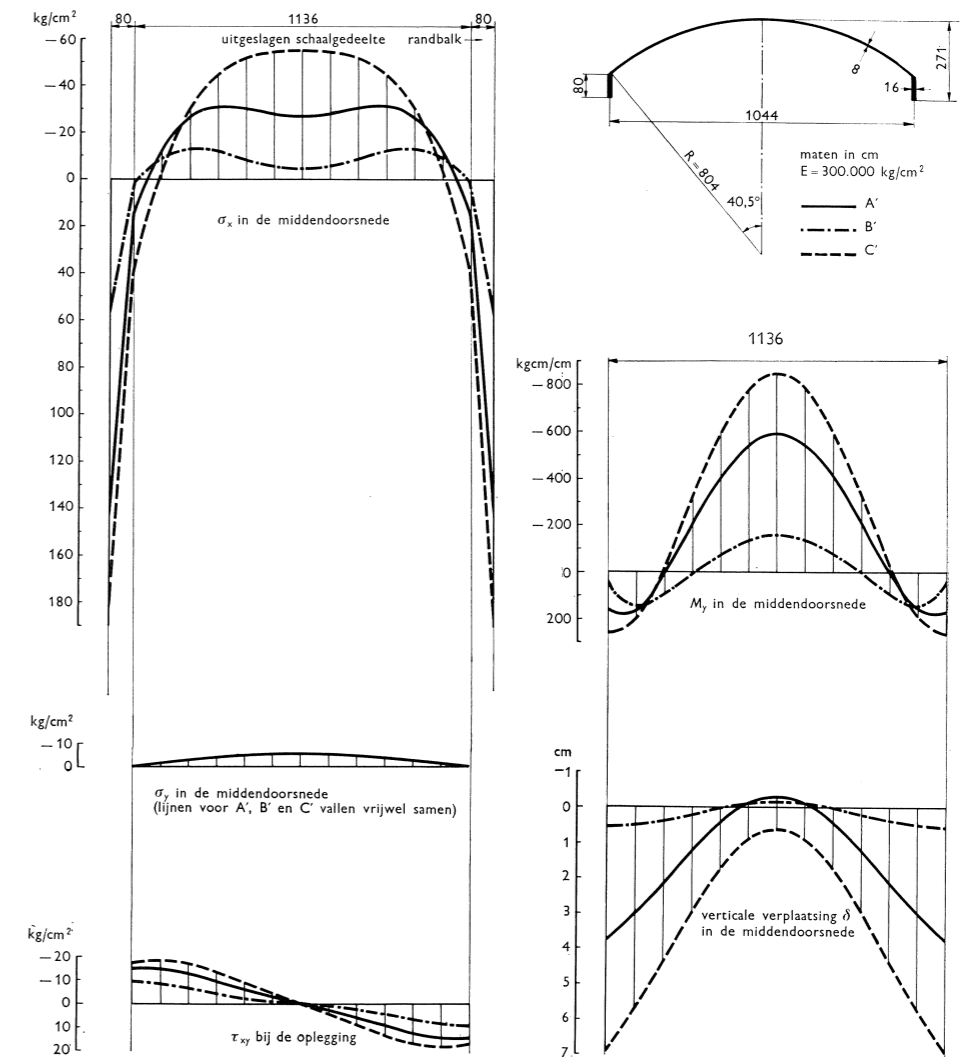


Fig. 2. Berekende spanningen, momenten en zakkingen voor schaaldaken van een „ideaal” materiaal waarvan de afmetingen het achtvoudige bedragen van de schaalmodellen A, B en C.

2 VERVAARDIGING VAN DE SCHALEN

2.1 Toegepaste materialen

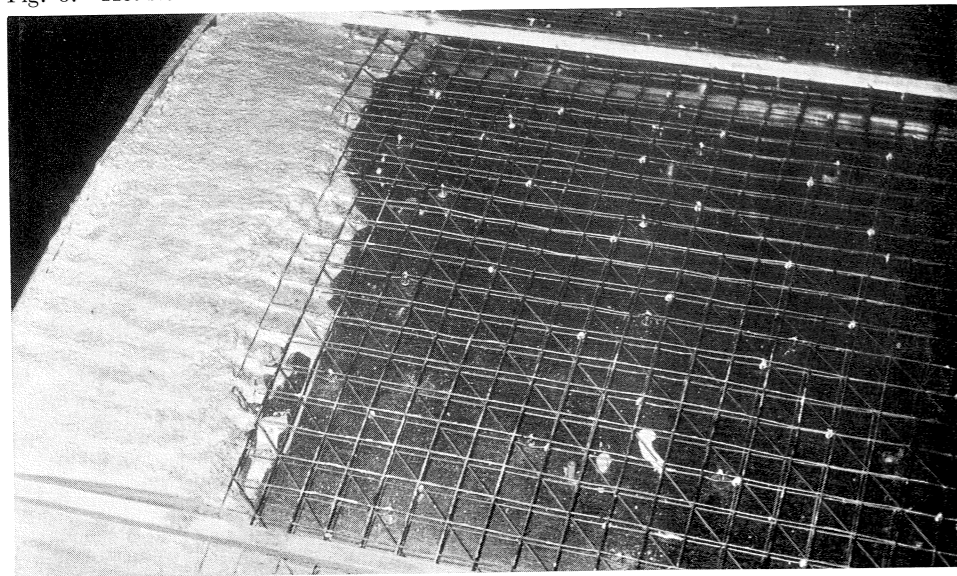
De schalen werden gestort op een bekisting welke bestond uit segmenten van 1 mm staalplaat van ca. 50 cm breedte. De samenstelling van het microbeton is gegeven in tabel I. De hoeveelheid water varieerde enigszins per charge;

Tabel I Samenstelling van het microbeton per charge

zandfracties in kg			portland- cement A in kg	water in l	A.E.A. (Stabilax) in cc
<0,150 mm	0,150-0,6 mm	1,4-2,8 mm			
3	9	23	8,6	4,5-5,5	ca. 8

deze werd binnen de boven aangegeven grenzen zodanig gekozen dat het mengsel goed verwerkbaar was. Voor de randbalken en de eindschotten werd in verband met de grotere hoeveelheid wapening een iets plastischer samenstelling toegepast. Het microbeton werd verdicht door met een trilnaald op de bekisting te trillen. In fig. 3 is het storten van een schaal weergegeven. Na het storten werden de schalen gedurende ca. 24 uur gestoomd bij een temperatuur van 35 tot 40 °C, waarbij de stoom door een stelsel van geperforeerde buizen gelijkmatig over het dak werd verdeeld. Na het stomen werden de modellen op de gebruikelijke manier gedurende enkele dagen vochtig gehouden waarna tot ontkisten werd overgegaan. Tijdens het beproeven van de schalen bedroeg

Fig. 3. Het storten van een schaal.



van het verwerkte microbeton: de kubusdruksterkte 230-350 kg/cm²; de buigtreksterkte 35-60 kg/cm² en de krimp 0,1-0,3 ‰.

Teneinde de overeenkomst tussen model en werkelijkheid zo goed mogelijk te doen zijn, is het eveneens noodzakelijk dat het toegepaste wapeningsstaal zo veel mogelijk dezelfde eigenschappen bezit als het in de praktijk gebruikelijke betonstaal. Aangezien in Nederland voor betonstaal veelal QR 24 wordt gebruikt, was het noodzakelijk voor de modellen een wapeningsstaal te vinden met zoveel mogelijk dezelfde eigenschappen als QR 24, dus o.a. een duidelijke vloeigrens bij een spanning van 2400-3000 kg/cm². Hiertoe werd koud getrokken draad dat op rollen werd geleverd, geknipt in stukken van 1,50 m welke vervolgens werden gericht. Deze stukken werden daarna gebundeld en verpakt in stalen buizen en uitgegloeid bij een temperatuur van ongeveer 670 °C. Na deze behandeling bleek het spannings-rekdiagram vrijwel gelijk te zijn aan dat van QR 24.

Voor de eerste schaal (A1) is van deze draden voor het schaalgedeelte een kruisnet vervaardigd. Zowel met binden, lijmen als puntlassen leverde dit echter verschillende moeilijkheden op. Tenslotte werden de draden licht vermessagingd, waardoor ze gemakkelijk konden worden gesoldeerd. Voor de overige schalen werden echter gepuntlaste kruisnetten toegepast die op rollen werden geleverd. Deze netten werden verdeeld in stukken van ongeveer 1 m² die eveneens werden uitgegloeid. Ofschoon de spreiding in de vloeigrens bij deze netten aanvankelijk groter was dan bij het voor de eerste schaal vervaardigde net, zijn toch voor de volgende schalen steeds de gepuntlaste netten toegepast vanwege de grote arbeidsbesparing en mede op grond van de overweging dat ook het in de handel verkrijgbare betonstaal veelal een grote spreiding in de vloeigrens vertoont. Bij de schalen A3 en B1 werd als dakwapening slechts een krimpnet van voliëregaas toegepast. In tabel III (blz. 48) wordt een overzicht gegeven van het toegepaste wapeningsstaal.

De juiste dekking werd verkregen door het aanbrengen van supporten in de vorm van kopspijkertjes die aan de wapening werden gesoldeerd en waarmee het boven- en het ondernet afzonderlijk werden ondersteund.

2.2 Wijze van wapenen

Bij het bepalen van de hoeveelheid wapening voor de randbalken van schaal A1 (zie fig. 4) is er van uitgegaan dat de totale trekkracht hierin wordt opgenomen door de wapening. Aangenomen is voorts dat de optredende staalspanningen in het elastische stadium over de hoogte evenredig met de berekende specifieke verlengingen blijven variëren. Bij de dimensionering is zorggedragen dat de spanning in de onderste staaf bij de ontwerpbelasting een waarde van 1400 kg/cm² niet te boven ging. Daar het zwaartepunt van de staaldoorsnede echter lager ligt dan de berekende resulterende trekkracht in de randbalken, wordt de inwendige hefboomsarm tussen druk- en trekresultante groter en is dienovereenkomstig met een evenredig kleinere hoeveelheid wape-

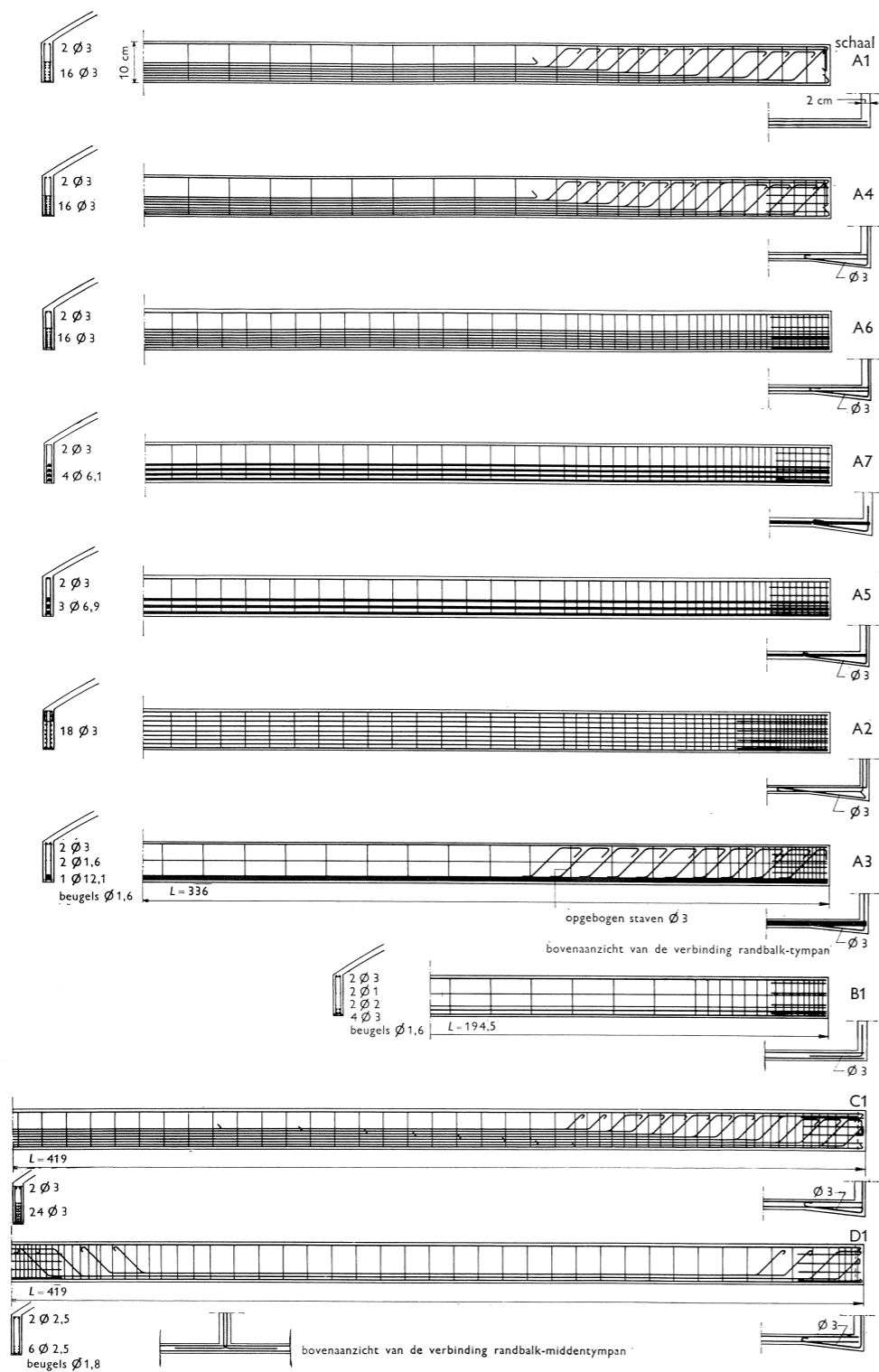


Fig. 4. Wapening van de randbalken.

ning volstaan. Nabij de opleggingen zijn die staven opgebogen, welke voor het moment niet meer nodig waren. Deze zijn in het bovendee van de randbalken verankerd. Teneinde het verband van de langswapening te verzekeren zijn beugels aangebracht. Voor het opnemen van schuine trekspanningen is het opbuigen van staven niet nodig daar deze spanningen overal beneden een waarde van 7 kg/cm^2 blijven.

Voor de genoemde schaal is de hoeveelheid zachtstalen wapening in het schaalgedeelte op de gebruikelijke wijze volgens de n -methode bepaald, dus met verwaarlozing van de betontrekzone. Als toelaatbare spanningen zijn aangehouden: $\bar{\sigma}_{ij} = 1400 \text{ kg/cm}^2$, $\bar{\sigma}_b = 70 \text{ kg/cm}^2$ en een schuine trekspanning $\bar{\rho} = 7 \text{ kg/cm}^2$.

In het schaalgedeelte is zowel onder als boven een kruisnet aangebracht (zie fig. 5), mede om spanningen ten gevolge van niet in rekening gebrachte invloeden als temperatuur, krimp e.d. op te nemen. Bovendien zijn, voor zover nodig, met het oog op het negatieve moment in dwarsrichting staven bijgelegd, terwijl bij de opleggingen een diagonale wapening is aangebracht.

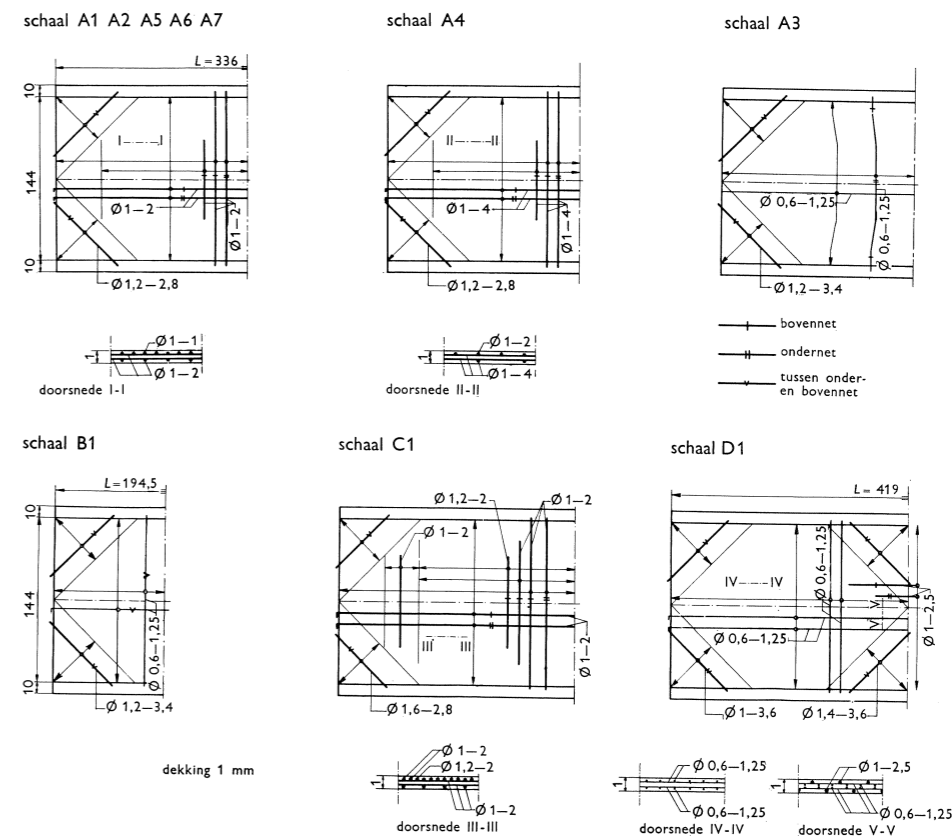


Fig. 5. Wapening van het schaalgedeelte.

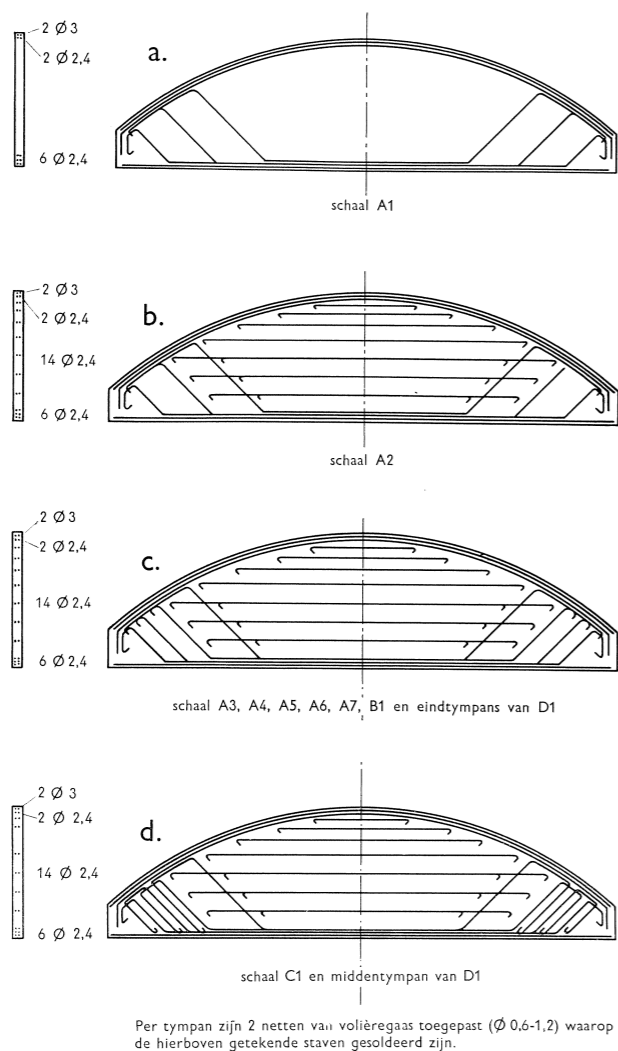


Fig. 6. Wapening van de tympanen.

hoogwaardig staal is gebruikt (zie ook tabel III). Een overzicht van de wapening in het schaalgedeelte is gegeven in fig. 5. De diagonale wapening is bij de schalen van serie A vrijwel dezelfde.

De hoeveelheid wapening in de eindschotten die bij schaal A1 onvoldoende was, is bij de volgende schalen vergroot (zie fig. 6).

De hoeveelheid wapening voor de schalen B1, C1 en D1 is op dezelfde wijze als voor schaal A1 bepaald. Een overzicht van de voor deze schalen toegepaste wapening is eveneens gegeven in de figuren 4, 5 en 6. Voor schaal B1 welke een kleine overspanning bezit, bleek rekenkundig vrijwel geen wapening in het schaalgedeelte nodig te zijn.







De eindschotten of tympanen zijn gewapend met een kruisnet en een wapening aan de onder- en de bovenzijde (zie fig. 6).

Bij de volgende schalen van reeks A zijn variaties aangebracht hetzij in de wapening van de randbalken, hetzij in de wapening van het schaalgedeelte, of in beide. Een overzicht van de wijze van wapenen van de schalen A1 t/m A7 is gegeven in tabel II.

Voor de wapening in de randbalken is steeds *dezelfde* hoeveelheid staal aangehouden. Bij de schalen A2 en A3 is echter de ligging en de verdeling gevarieerd, terwijl bij schaal A5 hoogwaardig staal is gebruikt (zie ook tabel III). Een overzicht van de ligging en verdeling van de wapening is gegeven in fig. 4.

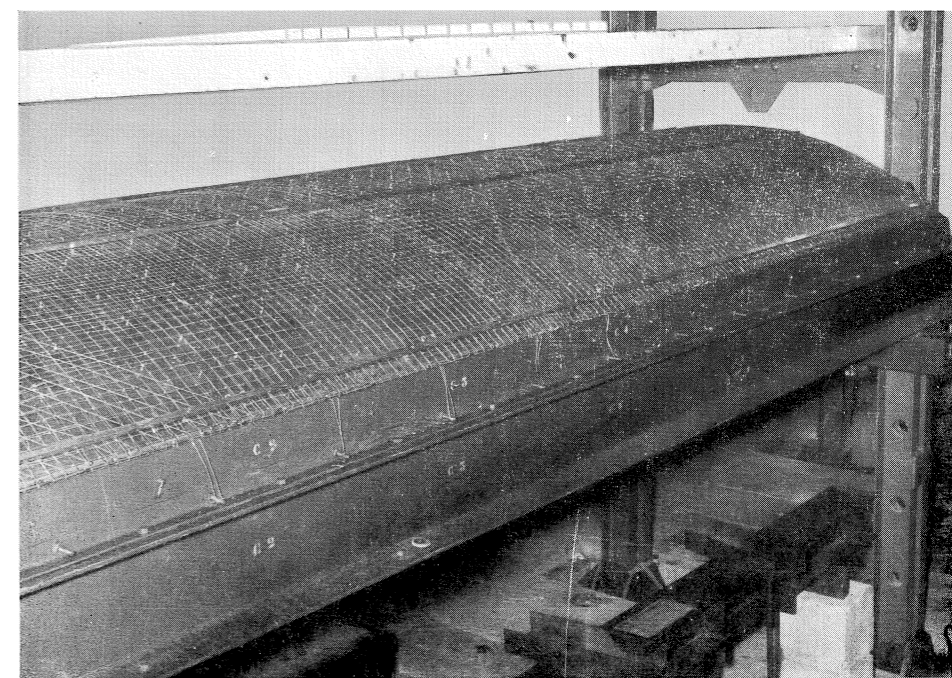
De hoeveelheid wapening in het schaalgedeelte is bij schaal A4 gehalveerd en bij schaal A3 praktisch tot nul gereduceerd, terwijl voor de schalen A6 en A7

Tabel II Wijze van wapenen van de schalen A1 t/m A7

		wapening in het schaalgedeelte				
		 normale hoeveelheid wapening	 halve hoeveelheid wapening	 praktisch geen wapening		
					zachtstaal	hoogw. staal
wapening in de randbalken ¹⁾	 wapening over gehele hoogte verdeeld	zachtstaal	A2			
	 wapening over de halve hoogte verdeeld	zachtstaal	A1	A6, A7	A4	
		hoogw. staal	A5			
	 wapening geheel onderin geconcentreerd	zachtstaal				A3

¹⁾ De hoeveelheid wapening in de randbalken is dus voor de schalen A1 t/m A7 dezelfde.

Fig. 7. Wapening van schaal A1.



Tabel III Eigenschappen van het toegepaste wapeningsstaal

	toepassingen in schaal no.	diameter van de staven in mm	vloci-spanning σ_{tjv} in kg/cm ²	variaticoefficiënt in %	treksterkte σ_{tji} in kg/cm ²	variaticoefficiënt in %	aantal proefstaven	opmerkingen
randbalk	B1	1,03	2590	3,0	3530	3,8	6	uitgegloeide staven
	B1	1,98	2630	2,5	4370	1,3	4	uitgegloeide staven
	D1	2,43	2890	2,4	3690	3,3	5	uitgegloeide staven
	A1 t/m A7, B1, C1	2,97	2800	1,7	3660	5,0	10	uitgegloeide staven
	A7	6,1	3590	4,5	4720	4,6	4	QR 24
	A5	6,9	—	—	16600	1,6	4	voorspanstaal (lineair σ - ϵ -diagram tot ca. 80% van de treksterkte) QR 24
	A3	12,1	3040	2,7	4725	0,5	4	—
recht-hoekige wapening in het schaalgedeelte	A1, A2, A5, C1, D1	1,03	zie bij randbalkwapening van schaal B1					uitgegloeide staven voor gevlochten kruisnet en de extra wapening voor het negatieve dwarsmoment van schaal A1
	A2, A4	1,00	2940	8,5	3800	2,4	6	extra wapening voor het negatieve dwarsmoment van de schalen A2, A5 en C1
	A5	1,00	3020	4,1	3900	2,3	6	wapening voor het negatieve overgangsmoment van schaal D1
	C1	1,01	2790	3,2	3560	0,6	5	uitgegloeid gepuntlast kruisnet
	A6, A7	1,00	(3490)*	(9,5)	4420	2,8	6	uitgegloeid gepuntlast kruisnet
	A3, B1, D1	0,64	(3400)*	(4,9)	3790	6,0	4	met uitgegloeid gepuntlast kruisnet en extra wapening voor het negatieve dwarsmoment
diagonale wapening i/h schaalgedeelte	A1 t/m A7, B1	1,21	zie wapening in het schaalgedeelte van schaal C1					—
	D1	1,42	2650	0,6	3500	0,6	3	uitgegloeide staven
	C1	1,60	3150	1,6	4020	1,4	3	uitgegloeide staven
eindschot	alle schalen	2,43	2770	4,5	3520	1,1	3	uitgegloeide staven
		0,64	zie wapening van de schalen met dezelfde diameter A3, B1 en D1					niet uitgegloeid gepuntlast kruisnet (volièregaas)

* Als „vlocispanning” is aangenomen die spanning waarbij de lengteveranderingen onevenredig snel toenemen.

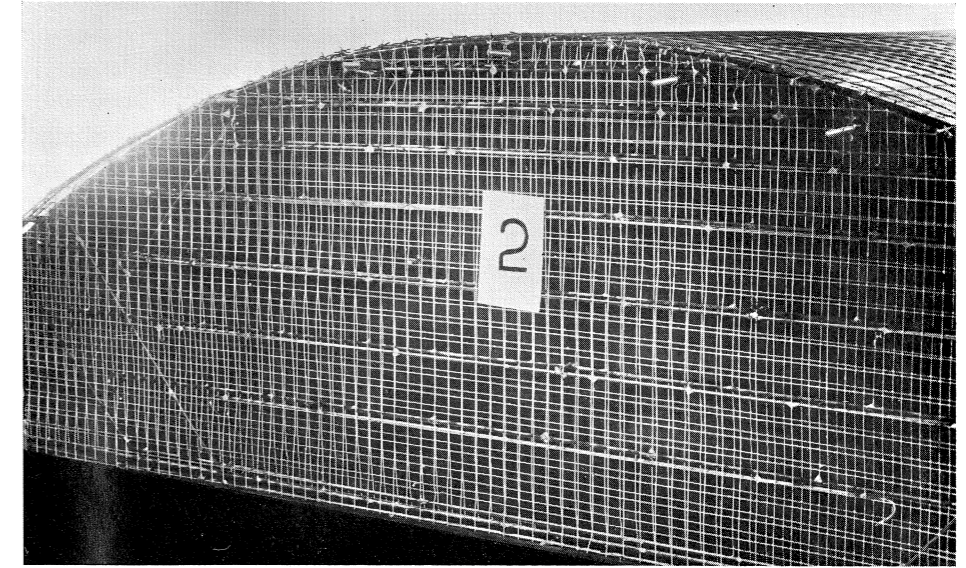


Fig. 8. Wapening van het eindschot van schaal A2.

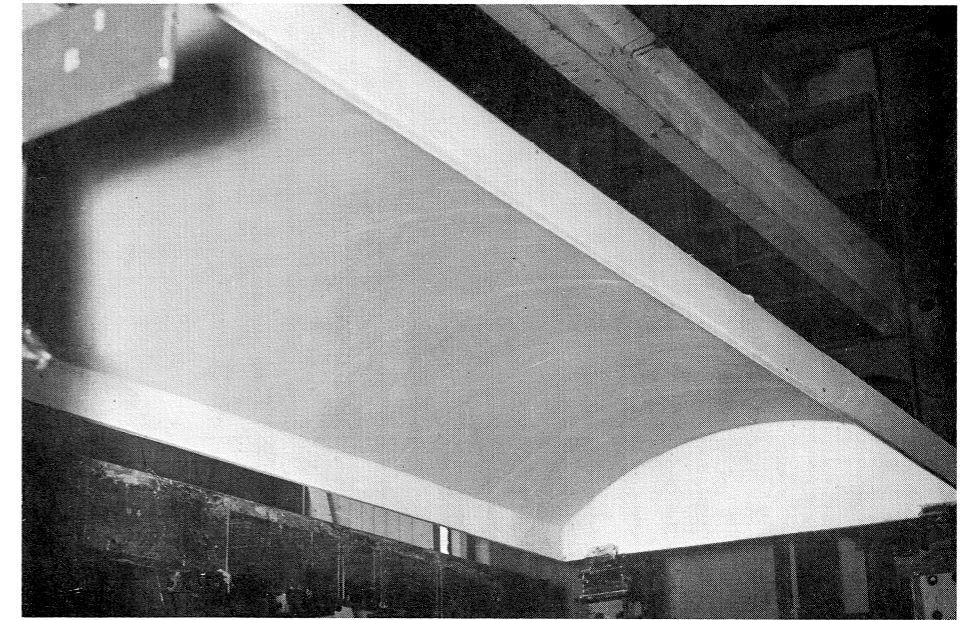


Fig. 9. Schaal A1 voor de beproeving.

In fig. 7 is ter illustratie een afbeelding gegeven van de wapening van schaal A1. Fig. 8 toont de wapening van het eindschot van schaal A2, terwijl fig. 9 een afbeelding geeft van schaal A1 vóór de beproeving.

3 WIJZE VAN BEPROEVEN VAN DE SCHALEN

De opleggingen van de schalen waren zodanig dat een zo groot mogelijke bewegingsvrijheid aanwezig was. Zij bestonden bij het ene eindschot uit een scharnier en een rol die in de richting van het eindschot kon verplaatsen. Bij het andere eindschot bestonden zij uit een kogel – diagonaal tegenover het scharnier – en een rol die loodrecht op het eindschot kon verplaatsen.

De schalen werden belast door een stapsgewijs toenemende verticaal gerichte belasting waarvan de verdeling over het schaaloppervlak en de randbalken gelijk was aan die van het eigen gewicht. Op het schaalgedeelte werd deze belasting overgebracht door middel van houten plankjes met afmetingen van $20 \times 10 \text{ cm}^2$ en een drukverdelende laag van 2 cm schuimrubber (zie fig. 10). Bij de schalen van serie A bedroeg het aantal plankjes 192. De op de schaal werkende krachten werden door middel van een hefboomstelsel samengevoegd tot één kracht, welke door een vijzel werd geleverd. De zwaarste onderdelen van het hefboomstelsel werden door tegengewichten in evenwicht gehouden (zie ook fig. 10). Bij de nulstand van de metingen was daardoor op de schalen slechts een gering gedeelte van het gewicht van het hefboomstelsel aanwezig (190 kg bij serie A). Het gewicht van een schaal van serie A bedroeg 150 kg, zodat de totale belasting bij de nulstand van deze schalen 340 kg was.

Bij de beproeving werden de volgende grootheden gemeten:

- verticale verplaatsingen met behulp van een waterpasinstrument tot een nauwkeurigheid van 0,1 mm.
- lengteveranderingen in langsrichting op de randbalken met behulp van een afneembare rekmeter met een meetlengte van 20 cm en een afleesnauwkeurigheid van ca. 10^{-4} cm van het meethorloge.
- lengteveranderingen in langsrichting op het schaalgedeelte. Bij schaal A1 geschiedde dit ook met afneembare rekmeters; bij de volgende schalen echter met rekstrookjes aan de onder- en de bovenzijde. In het algemeen hadden deze een meetlengte van 8 cm; bij een sterk variërend spanningsverloop echter van 1,2 cm.
- krommingen in dwarsrichting op het schaalgedeelte met behulp van een afneembare krommingsmeter met een meetlengte van 21,2 cm bij schaal A1 en van 10 cm bij de volgende schalen en een afleesnauwkeurigheid van ca. 10^{-4} cm van het meethorloge.

Wanneer een model een zuiver geometrische verkleining is van een werkelijke constructie en de materiaaleigenschappen van beide overeenstemmen, zullen verschijnselen als scheurvorming, vloeien, breuk enz. in het model op overeenkomstige wijze, op dezelfde plaatsen en bij dezelfde spanningen optreden als bij de werkelijke constructie.

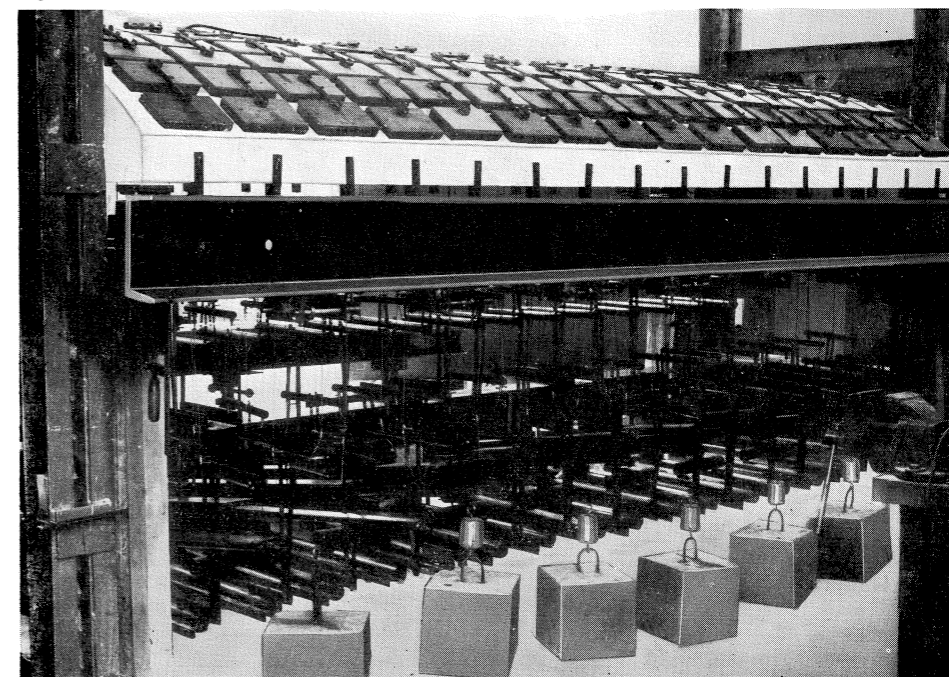
Daar spanningen dezelfde dimensie bezitten als belastingen per eenheid van

oppervlakte (kg/cm^2), moeten de belastingen per eenheid van oppervlakte voor het model dezelfde zijn als die voor de werkelijke constructie. Is het model een verkleining van de werkelijkheid op een schaal $1 : n$, dan gelden de volgende verhoudingen voor verschillende grootheden in model en werkelijkheid:

spanningen (kg/cm^2)	1/1
krachten per eenheid van lengte (kg/cm)	1/n
krachten (kg)	} 1/n ²
momenten per eenheid van lengte (kgcm/cm)	
specifieke vervormingen ($\varepsilon = \sigma/E$)	1/1

Daar het eigen gewicht van een model $1/n^3$ van dat van de werkelijke constructie bedraagt, is een totale belasting van $n \times$ het eigen gewicht van het model nodig om hierin dezelfde spanningen te veroorzaken als in de werkelijke constructie optreden ten gevolge van eigen gewicht. Bij de schalen van serie A bedroeg het eigen gewicht van het model 150 kg. Voor een schaalfactor $1 : 8$ correspondeerde dus met het eigen gewicht van de werkelijke constructie een totale belasting van $8 \times 150 \text{ kg} = 1200 \text{ kg}$ bij het model. Hiervan was dus reeds 340 kg aanwezig van het gewicht van het model en van het hefboomstelsel. De schaal is berekend voor $1,25 \times$ het eigen gewicht (ontwerpbelasting). De belasting bij het model welke hiermede overeenkwam bedroeg dus 1500 kg. Bij schaal B1 bedroeg deze belasting 866 kg en bij de schalen C1 en D1 1875 kg.

Fig. 10. Schaal A 7 met belastingapparaat.



4 BEPROEVINGSRESULTATEN VAN DE SCHALEN A1—A7

4.1 Algemeen

Zoals reeds is vermeld, bestond deze serie uit zeven schalen van dezelfde afmetingen waarbij de invloed van de wijze van wapenen is nagegaan. Uiteraard was in deze serie een geringe spreiding aanwezig in het bijzonder in de dikten van het schaalgedeelte en in de elasticiteitsmoduli. Een overzicht wordt gegeven in tabel IV.

Tabel IV Elasticiteitsmodulus E_0 ¹⁾ en schaaldikte t van de schalen A1 t/m A7

schaal	E_0 in kg/cm ²	t in cm
A1	338000	1,06
A2	338000	0,99
A3	275000	0,95
A4	335000	1,03
A5	305000	1,01
A6	345000	1,08
A7	295000	1,03

¹⁾ E_0 is de elasticiteitsmodulus voor staal+beton in het schaalgedeelte bij geringe vervormingen. De waarden van de elasticiteitsmoduli werden bepaald met behulp van de evenwichtsvoorwaarden voor de middendoorsneden van de schalen. In bijlage 1 (zie blz. 92) wordt dit nader uiteengezet.

Om een indruk te geven van het verloop van de metingen is een deel van de meetresultaten in de omgeving van de middendoorsnede van schaal A4 in fig. 12 (zie blz. 54/55) weergegeven. Op de verticale as is steeds de totale belasting gegeven, dus inclusief 340 kg voor het eigen gewicht van de schaal en het gewicht van de belastingsapparatuur; voor de gemeten grootheden is deze belasting dus de nulstand.

4.2 Gedrag van de schalen

In het volgende wordt het gedrag van de schalen beschreven voor zover gekenmerkt door enkele karakteristieke beproevingsresultaten zoals scheurvorming, vloeien van de wapening en wijze van bezwijken.

Schaal A4 gedroeg zich bij toenemende belasting als volgt: Bij een belasting van ca. 950 kg (zie fig. 12) vertoonde het verloop van het merendeel van de rekmetingen aan de onderzijde van de randbalken een knik hetgeen wijst op het ontstaan van scheuren aldaar. Een enkele rekmeting wees uit dat reeds een of meer scheurtjes waren opgetreden bij ca. 750 kg. Na het ontstaan van de scheuren namen de specifieke lengteveranderingen van de randbalken, evenals de verplaatsingen, veel sterker toe dan voordien, maar de toeneming van deze grootheden bleef vrijwel evenredig met die van de belasting. In het schaalgedeelte ontstond de eerste langsscheur ter plaatse van het maximale negatieve dwarsmoment in de top van de schaal bij een belasting van 1600 kg. De hoekverdraaiing ter plaatse van de scheur nam sterk toe, ter-

wijl in de nabij gelegen punten de negatieve kromming weinig vermeerderde en in verder gelegen punten zelfs kleiner werd. Bij een belasting van ca. 1700 kg vloeide de bovenwapening in het schaalgedeelte ter plaatse van het maximale negatieve moment en ontstond hier een gapende scheur die naar de eindschotten toe in breedte afnam. Bij een belasting van 3500 kg à 3950 kg traden langsscheuren op ter plaatse van de positieve dwarsmomenten in het schaalgedeelte. Bij een belasting van 4250 kg vloeide de wapening in randbalk no. 1, echter buiten het meetgebied. De wapening in randbalk no. 2 vloeide bij een belasting van 4350 kg in het middengedeelte van de balk. Gelijktijdig hiermede vloeide ook de onderwapening in het schaalgedeelte ter plaatse van de positieve momenten en bezweek het schaaldak (zie ook fig. 18 op blz. 59).

Een overzicht van het gedrag van de schalen A1 t/m A7 is gegeven in tabel V. (zie blz. 62). De voornaamste resultaten zijn ook in het diagram van fig. 11 te zien. In fig. 13 is een overzicht gegeven van de voornaamste scheuren in de schalen A1 t/m A7.

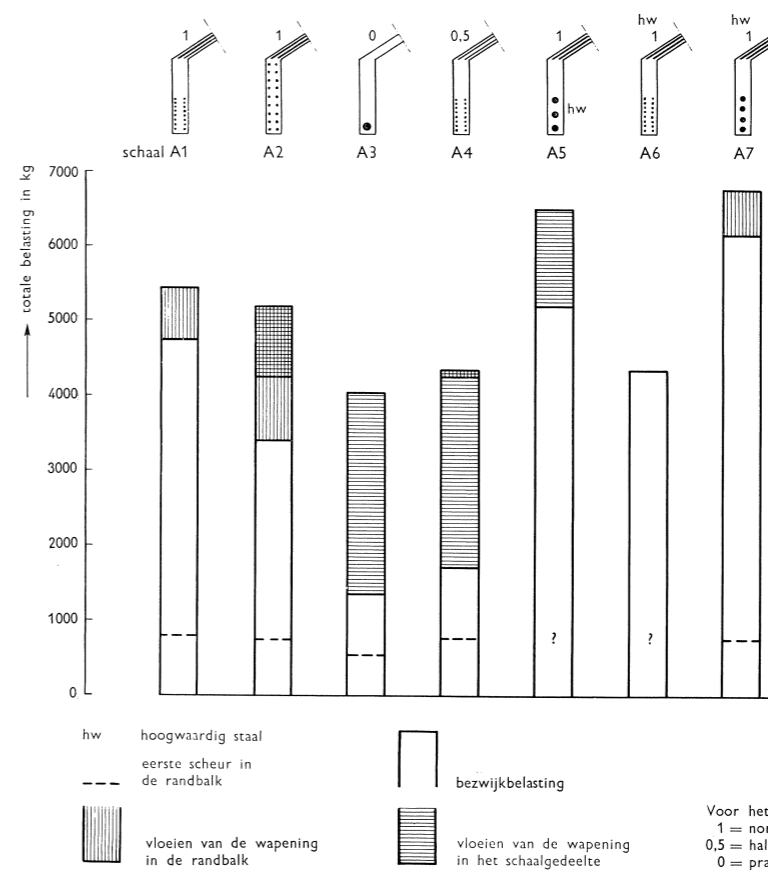
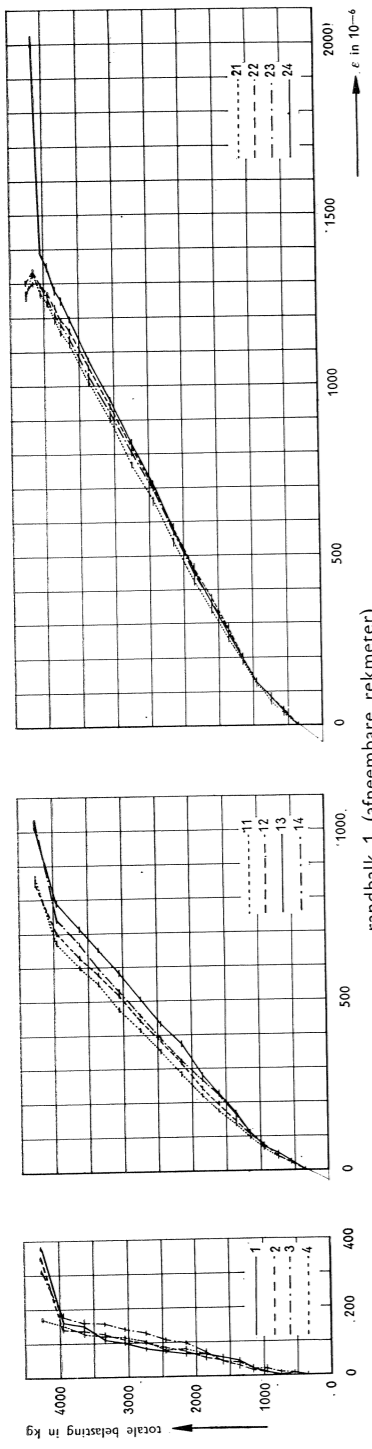
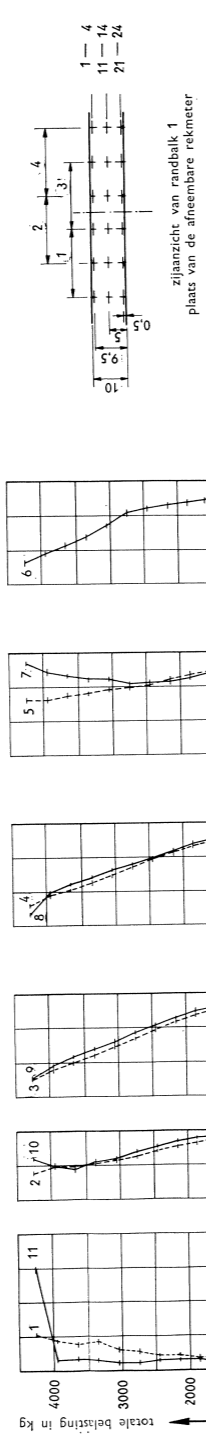


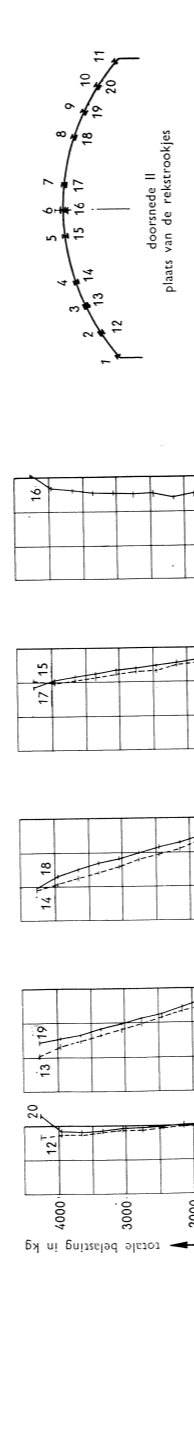
Fig. 11. Vergelijking van enkele karakteristieke beproevingsresultaten van de schalen A1 t/m A7.



randbalk 1 (afneembare rekometer)

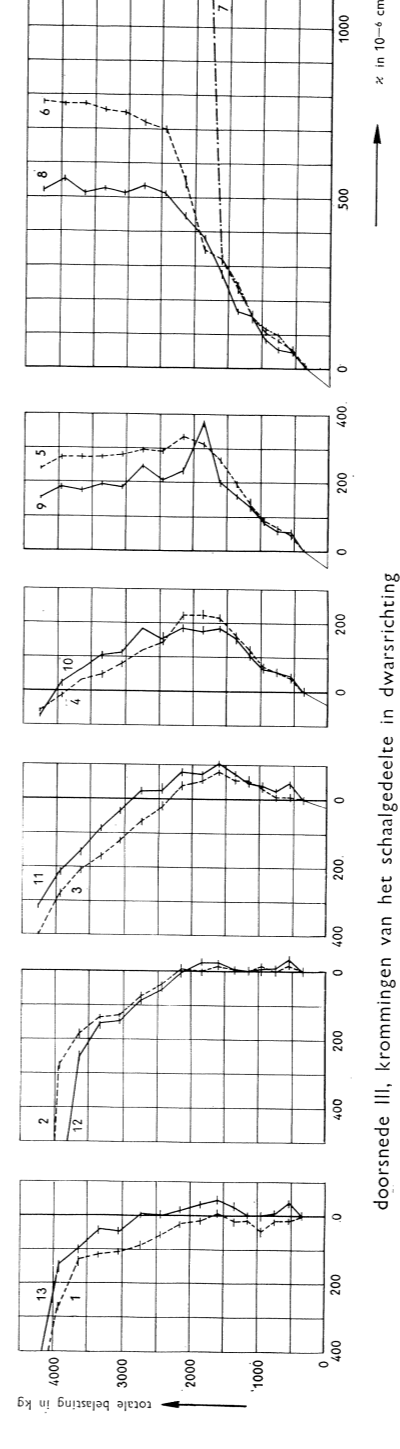


zijgezicht van randbalk 1
plaats van de afneembare rekometer

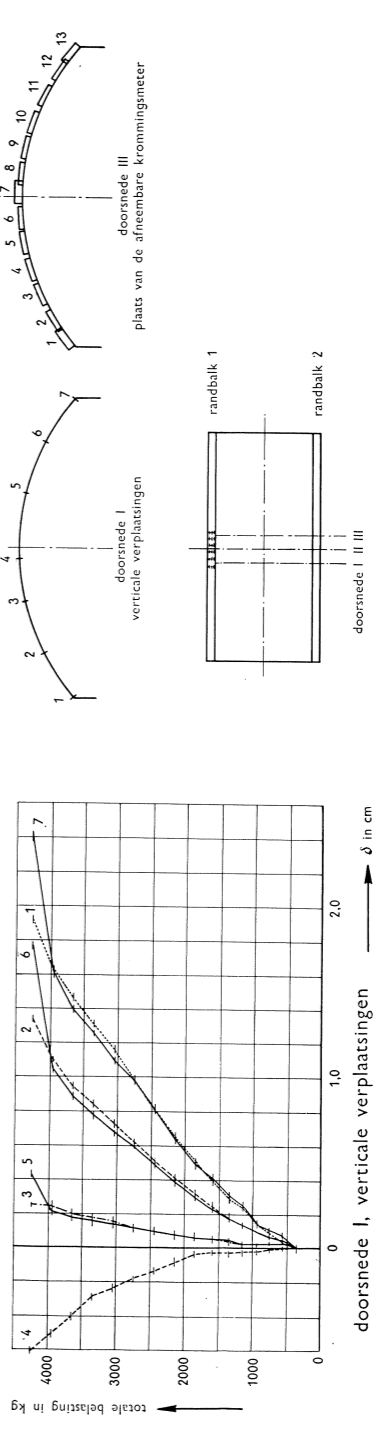


doorsnede II
plaats van de rekstrookjes

doorsnede II, specifieke lengteveranderingen
de richting van de overspanning



doorsnede III, krommingen van het schaalgedeelte in dwarsrichting



doorsnede I, verticale verplaatsingen

Fig. 12. De voornaamste meetresultaten in de omgeving van de middendoorsnede van schaal A4.

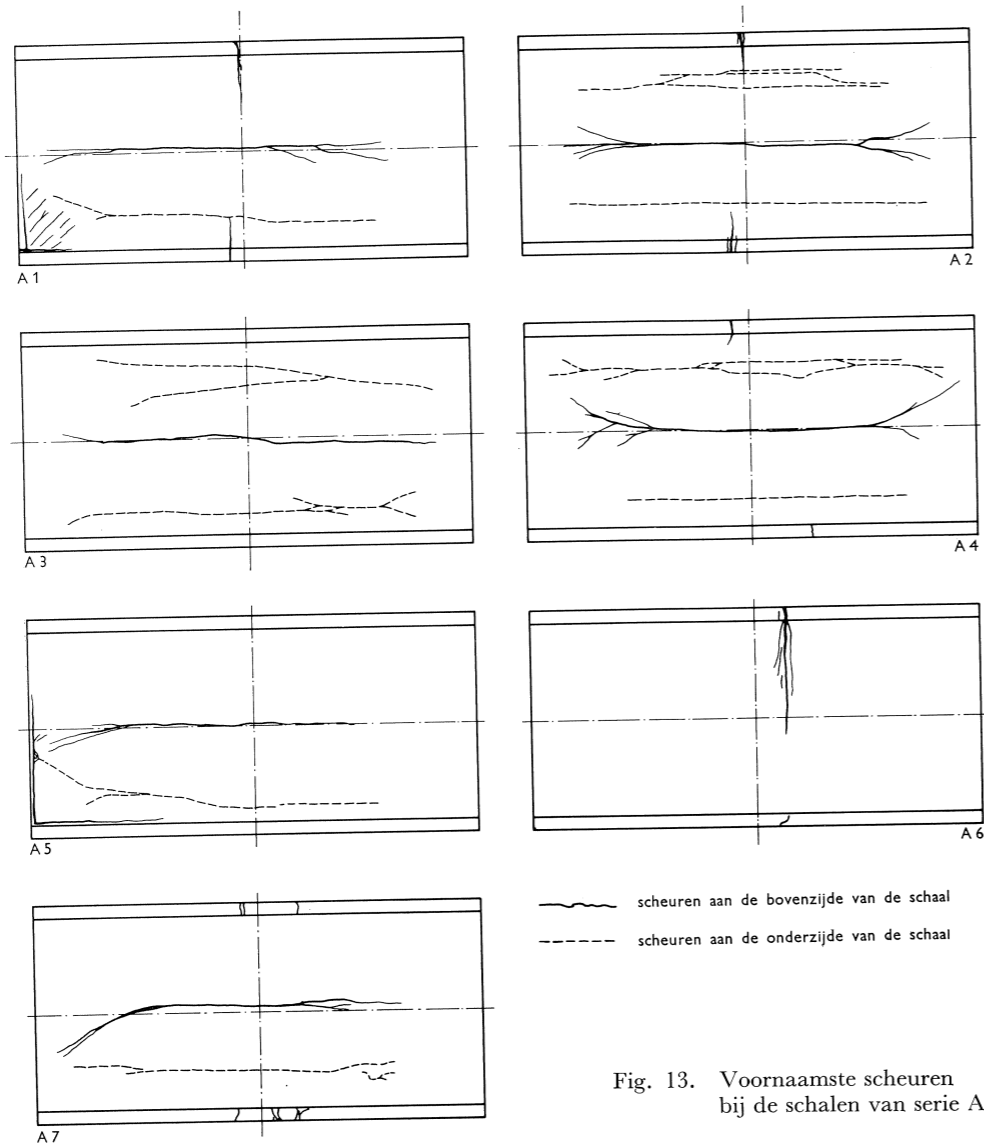


Fig. 13. Voornaamste scheuren bij de schalen van serie A.

Schaal A1 bezweek bij een belasting van 5440 kg ten gevolge van een dwarskrachtbreuk in een van de hoeken van de schaal op de overgang van schaal naar randbalk en eindschot. In de wapening van de randbalken was echter voordien reeds de vloeispanning bereikt. Het feit dat de eindschotten niet precies in de hoeken maar meer naar binnen waren ondersteund (zie fig. 9), kan bij de wijze van bezwijken een rol hebben gespeeld. De schaal werd hierna ontlast en ter plaatse van de bezweken hoek ondersteund. Vervolgens

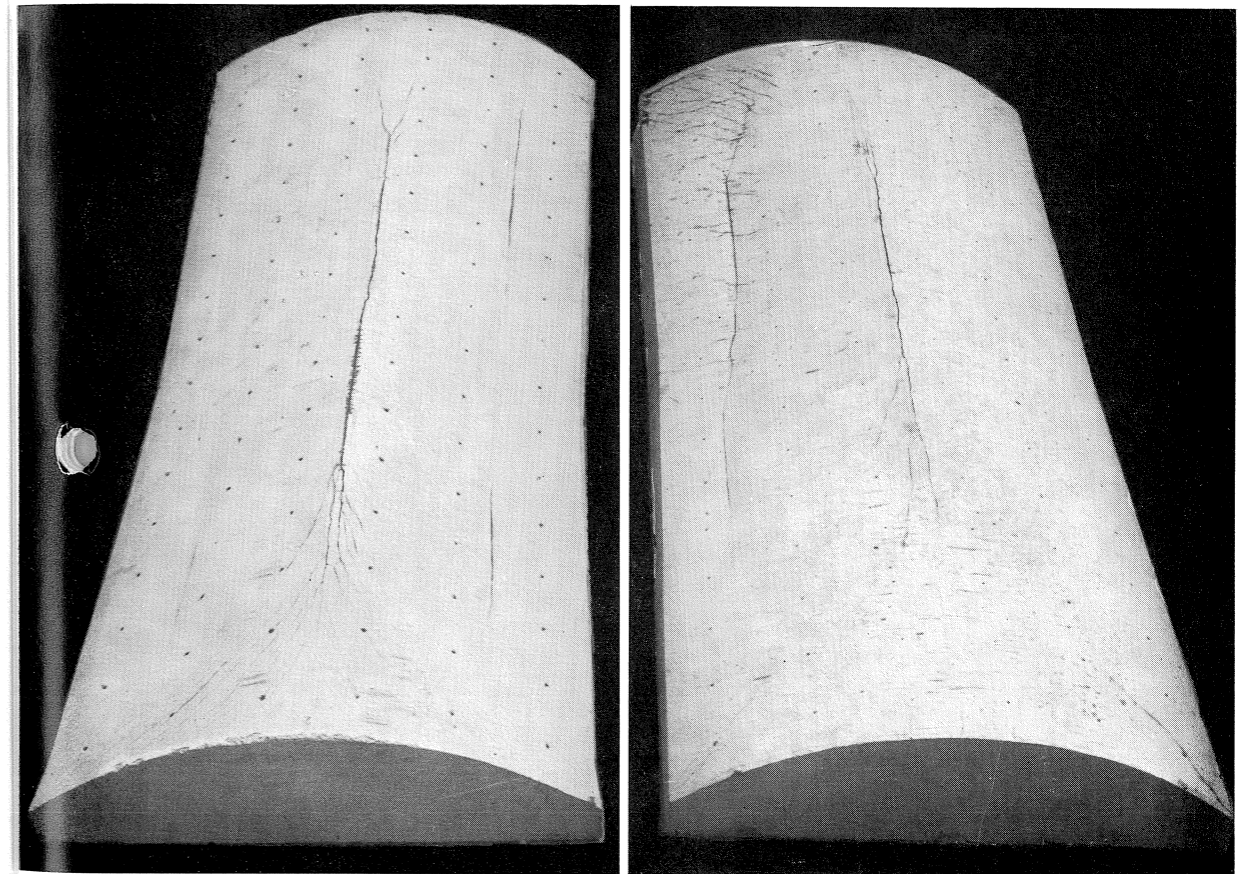
werd de schaal opnieuw belast. Ditmaal trad bezwijken op bij een belasting van 4900 kg waarbij in het schaalgedeelte twee vloeischeuren (d.w.z. gapende scheuren waarbij de wapening vloeit) in langsrichting aanwezig bleken (zie fig. 14).

Om bovengenoemde wijze van bezwijken in de hoeken te voorkomen, zijn bij de volgende schalen de randbalken nabij de opleggingen iets verbreed (zie fig. 4). Bovendien is bij deze schalen de wapening in de eindschotten belangrijk verzwaaerd daar deze schotten bij schaal A1 reeds bij ca. 3000 kg grote verticale scheuren vertoonden.

Schaal A2 bezweek bij een belasting van 5190 kg waarbij in het schaalgedeelte in langsrichting drie vloeischeuren aanwezig waren (zie fig. 15). Voordien was echter reeds vloeien van de wapening van de randbalken opgetreden en wel bij belangrijke lagere belasting dan bij schaal A1.

Fig. 15. Schaal A2 na bezwijken.

Fig. 14. Schaal A1 na bezwijken.



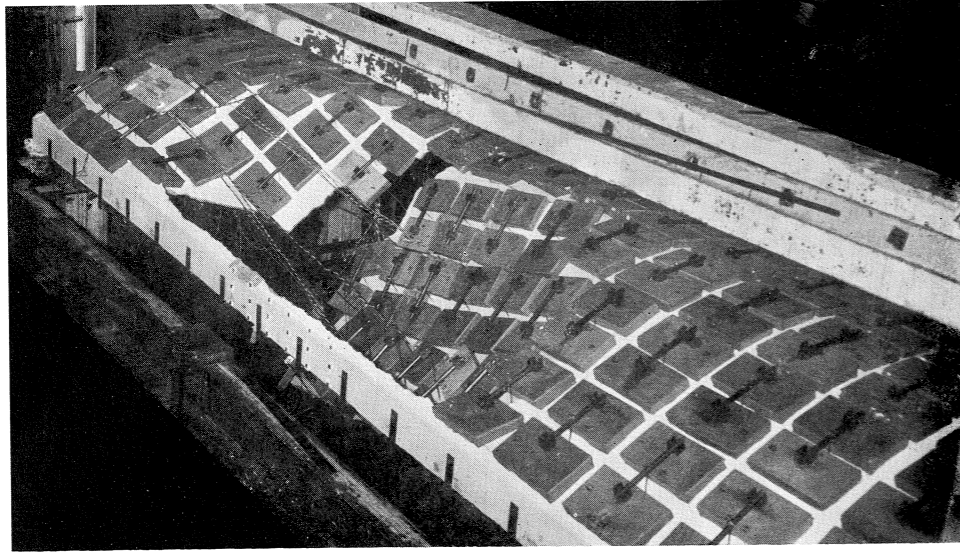
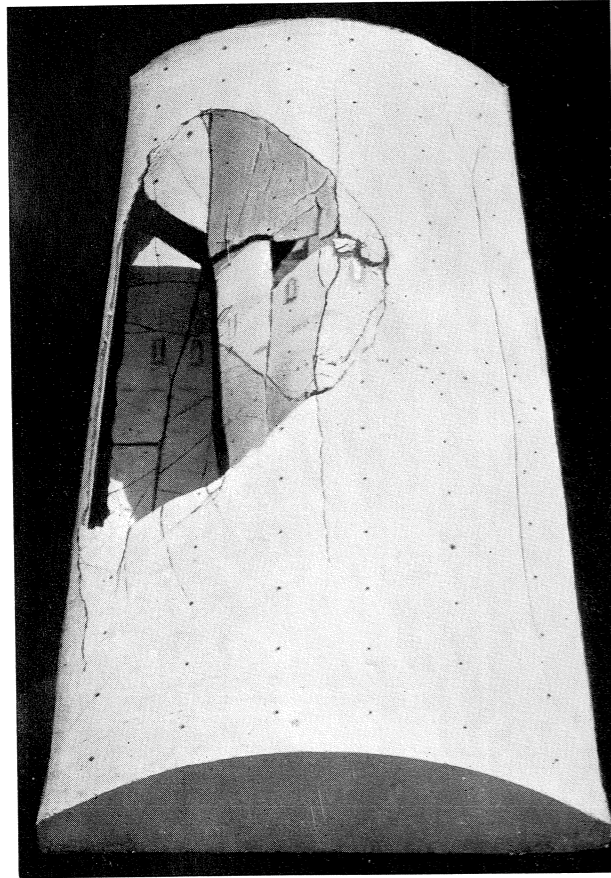


Fig. 16 en 17.
Schaal A3 na bezwijken.



Schaal A3 bezweek bij een belasting van 4040 kg waarbij het middengedeelte van de rechter dakhelft instortte. In de wapening van de randbalk was op dit ogenblik de vloeigrens bijna bereikt. In het schaalgedeelte waren bij het bezwijken drie vloeischeuren aanwezig (zie de fig. 16 en 17).

Schaal A5 vertoonde bij een belasting van 5150 kg grote scheuren in een eindschot nabij de ondersteuning. Teneinde een bezwijken

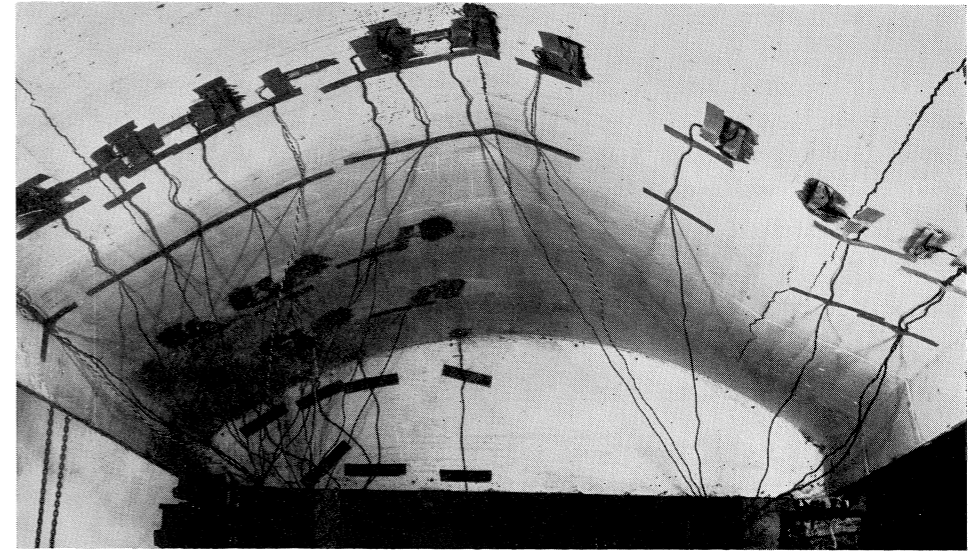
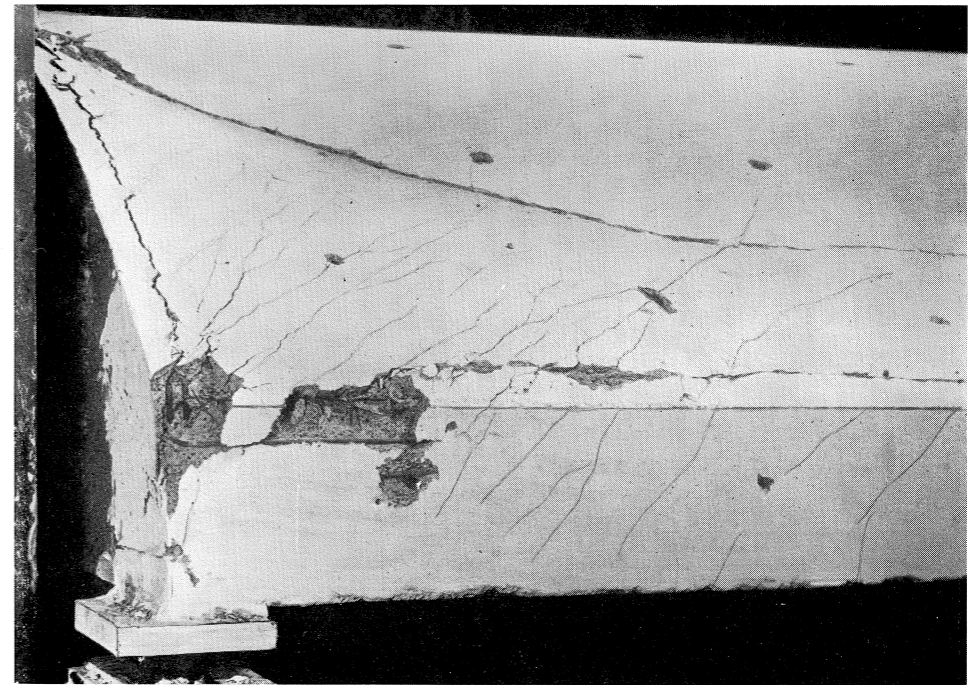


Fig. 18. Schaal A4 na bezwijken, gezien van de onderzijde.

Fig. 19. Schaal A5 na bezwijken; verbrijzelde hoek ten gevolge van „afschuiving”.



van de schaal tengevolge van een vernieling van het eindschot te voorkomen, werden de eindschotten naast de opleggingen ondersteund. Bij een belasting van 6480 kg ontstonden in een hoek van de schaal grote dwarskrachtscheuren die zich onder deze belasting na enige tijd sterk uitbreidden en waarbij het beton tenslotte werd verbrijzeld (zie fig. 19). De schaal werd van het eindschot losgescheurd waarna de linker dakhelft bezweek. Ter plaatse van het maximale positieve dwarsmoment aan deze zijde ontstond hierbij een vloei-scheur in langsrichting.

Schaal A6 Bij een belasting van 4340 kg traden eerst in de rechter en daarna in de linker randbalk grote scheuren op, hetgeen zijn oorzaak vond in een onvoldoende laslengte van de wapeningsstaven ter plaatse. Het is niet onmogelijk dat dit slippen van de wapening reeds eerder nl. bij een belasting van ca. 3000 kg is opgetreden. De resultaten bij belastingen hoger dan 3000 kg dienen daarom met reserve te worden beschouwd. De scheuren in de rechter randbalk namen onder de belasting van 4340 kg sterk toe tot een wijdte van enkele cms, waarbij zij zich in het schaalgedeelte steeds verder voortzetten hetgeen tenslotte leidde tot het bezwijken van de schaal (zie fig. 20).

Fig. 20. Schaal A6 na bezwijken; slippen van de wapening in de rechter randbalk.

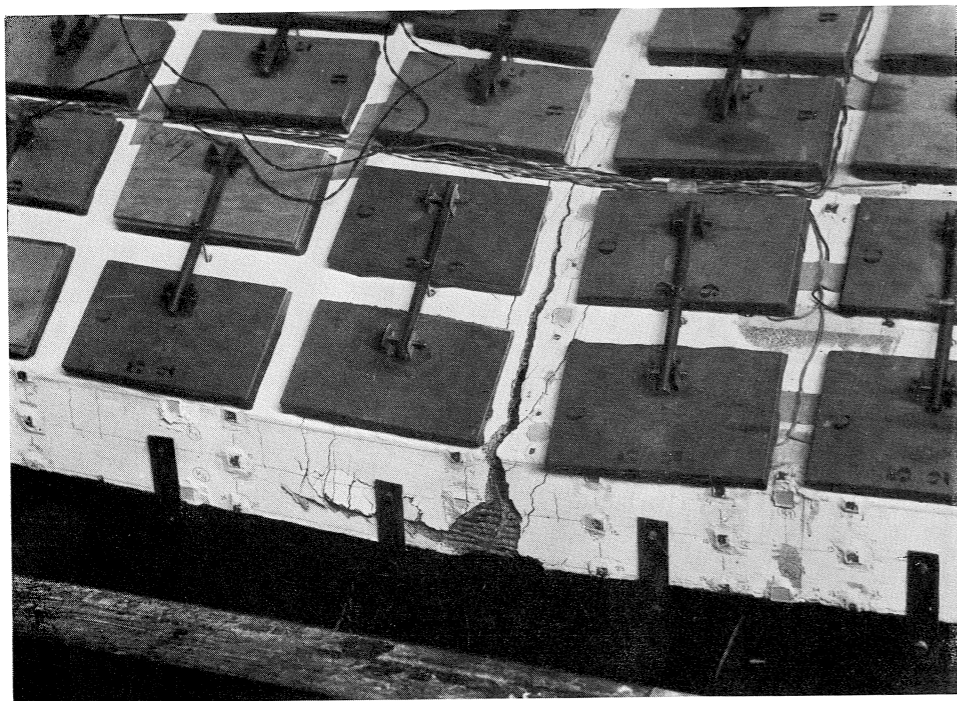


Fig. 21. Schaal A7 na bezwijken, gezien van de onderzijde.

Schaal A7 bezweek bij een belasting van 6740 kg waarbij in het schaalgedeelte twee gapende langsscheuren werden gevormd (zie fig. 21). Reeds bij een belasting van 5900 kg waren in de eindschotten ter plaatse van de opleggingen grote scheuren ontstaan. Teneinde te voorkomen dat het schaaldak aldaar zou bezwijken, werden op dat ogenblik de beide eindschotten bij de opleggingen over enige afstand ondersteund.

Onderlinge vergelijking van het gedrag van de schalen

Met behulp van tabel V en in het bijzonder met behulp van het blokdiagram in fig. 11 is een onderlinge vergelijking van het gedrag van de schalen A1 t/m A7 mogelijk. Schaal A1 wordt beschouwd als een normaal gedimensioneerde en op de gebruikelijke wijze gewapende schaal. De overige schalen van serie A wijken hiervan af wat betreft de wapening in de randbalk of in het schaalgedeelte, dan wel in beide.

Het bleek dat het eerste scheurtje in de randbalk – met uitzondering van schaal A3 – optrad bij een belasting van 0,5 à 0,7 van de ontwerpbelasting (1500 kg). Voorts bleek dat een langsscheurtje in het dak ter plaatse van het maximale negatieve moment ontstond bij een belasting van globaal 0,8 à 1,1 van de ontwerpbelasting.

Ondersteld wordt dat de onbruikbaarheid van een schaal wordt bepaald door het optreden van wijde scheuren – hetzij in de randbalk, hetzij in het schaalgedeelte – welke worden veroorzaakt door het vloeien van de wapening.

Bij schaal A1 werd de onbruikbaarheid bepaald door het vloeien van de wapening in de randbalk bij een belasting die ongeveer $3 \times$ de ontwerpbelasting bedroeg. Daarna was nog een zekere reserve in draagvermogen aanwezig.

Wordt schaal A4 die slechts de helft van de dakwapening bezat, doch voor het overige gelijk was aan schaal A1 hiermede vergeleken, dan blijkt dat de

Tabel V Overzicht van de beproevingsresultaten van de schalen van serie A (belastingen in kg)

schaal	1	2	3	4	5	6	7
eerste scheur in de randbalken	800	750	540	750	*	*	750
eerste scheur in de top van de schaal ten gevolge van het negatieve dwarsmoment	1250	1000-1400	1340	1600	1350	1300	1000-1500
eerste scheur in de schaal ten gevolge van het positieve dwarsmoment	> 4750*	3650-4000	4040	3500-3950	3900	-	*
vloeien van de randbalkwapening	4750	3400	4040	4250	-	(4340) ³⁾	6140
vloeien van de schaalwapening ten gevolge van het negatieve dwarsmoment	> 4750*	4250	(1340) ²⁾	1700	5200	***	***
vloeien van de schaalwapening ten gevolge van het positieve dwarsmoment		5190	(4040) ²⁾	4350	6480	***	***
bezwijkbelasting	5440 (4900) ¹⁾	5190	4040	4350	6480	(4340) ³⁾	6750

* Juiste belasting onbekend.

** Hoogwaardig staal.

¹⁾ Bezwijkbelasting na het aflaten van de belasting bij 5440 kg, het onderstoppen van de randbalk en het weer opvoeren van de belasting.

²⁾ Van werkelijk vloeien kan niet gesproken worden daar geen wapening in de trekzone aanwezig was; de waarden hebben betrekking op het ontstaan van gapende scheuren.

³⁾ Geen vloeien maar slippen van de randbalkwapening waardoor de schaal bezweek.

onbruikbaarheid van schaal A4 werd bepaald door het vloeien van de wapening in het schaalgedeelte bij een belasting even boven de ontwerpbelasting. Door het „slapper” worden van het dak ging ook de wapening in de randbalk bij schaal A4 eerder vloeien dan bij schaal A1 en trad vrijwel direct daarna bezwijken op.

Bij schaal A3 waarbij praktisch geen wapening in het schaalgedeelte aanwezig was, trad reeds bij een belasting welke lager was dan de ontwerpbelasting (1500 kg), een gapende scheur in het dak op. Ofschoon de wapening in de randbalken bij de schalen A3 en A4 niet gelijk was, verschilde het gedrag tussen deze schalen in dit opzicht echter weinig. Schaal A3 is uiteraard ontoelaatbaar. Door toepassing van de helft van de vereiste dakwapening wordt de schaal echter nauwelijks beter, omdat het buigende moment waarbij deze wapening gaat vloeien maar weinig ligt boven het buigende moment waarbij de doorsnede scheurt. Uit de metingen bleek dat op het ogenblik van bezwijken de wapening in de randbalk op het punt van vloeien was. Ofschoon deze

wapening bij schaal A3 gunstiger lag dan bij schaal A4, trad door het nog slappere dak bezwijken eerder op dan bij schaal A4.

Bij schaal A7 trad vloeien van de wapening van de randbalk op bij een hogere belasting (6140 kg) dan bij schaal A1, hetgeen echter een gevolg was van de niet voorziene hogere vloeigrens van het staal in de randbalken (3590 kg/cm² bij schaal A7 tegen 2800 kg/cm² bij schaal A1). Wordt de belasting van 6140 kg gereduceerd in de verhouding 2800/3590, dan wordt een belasting van 4780 kg gevonden, welke zeer goed overeenstemt met die van schaal A1 (4750 kg). Deze reductie is toelaatbaar daar de wapening in het schaalgedeelte in beide gevallen nog niet had gevloeid.

Uit een vergelijking van schaal A7, waarbij in het schaalgedeelte hoogwaardig staal was gelegd, met schaal A5, waarbij in het schaalgedeelte een zachtstalen wapening aanwezig was, blijkt – althans gedeeltelijk – het effect van het hoogwaardige staal op het bezwijken van de schaal. Het optreden van gapende langsscheuren in het schaalgedeelte en het bezwijken van schaal A7 werd echter mede beïnvloed door het reeds eerder opgetreden vloeien van de wapening van de randbalk; dit in tegenstelling tot schaal A5 waarbij de randbalkwapening nog niet had gevloeid. Het effect van het hoogwaardige staal in het schaalgedeelte komt dus bij deze vergelijking niet volledig tot zijn recht.

Bij schaal A2 waarbij de wapening in de randbalk over de gehele hoogte was verdeeld, bleek uit de rekmetingen dat bij de ontwerpbelasting, de spanning in de onderste staaf ruim $1\frac{1}{2} \times$ zo groot was als die bij schaal A1. De wijze van wapenen zoals toegepast bij schaal A2 is dus ongunstig. Vloeien van het onderste gedeelte van de wapening in de randbalk trad dan ook vroegtijdig op. Door de hiermede gepaard gaande grote doorbuigingen werd ook het vloeien van de wapening in het schaalgedeelte bespoedigd in vergelijking met b.v. de schalen A1 en A5.

4.3 Meetresultaten

De uitkomsten van de metingen zijn bewerkt en de belangrijkste resultaten zijn weergegeven in de figuren 22 t/m 27 (fig. 23, 25, 26 en 27 zijn achterin deze aflevering opgenomen) op zodanige wijze dat een onderlinge vergelijking van het gedrag van de schalen A1 t/m A7 mogelijk is.

Doorbuigingen

In fig. 22 is voor de schalen A1 t/m A7 als functie van de belasting gegeven het gemiddelde van de doorbuigingen δ (verticale verplaatsingen) van de linker en de rechter randbalk ter plaatse van de middendoorsnede. Ook is gegeven de berekende doorbuiging bij een dikte van de schaal $t = 1$ cm en een elasticiteitsmodulus $E_0 = 300.000$ kg/cm² – een zekere gemiddelde waarde dus – en de mogelijke extremen t.w. de berekende doorbuigingen voor de schalen A3 en A6 met respectievelijk schaaldikten van 0,95 cm en 1,08 cm en

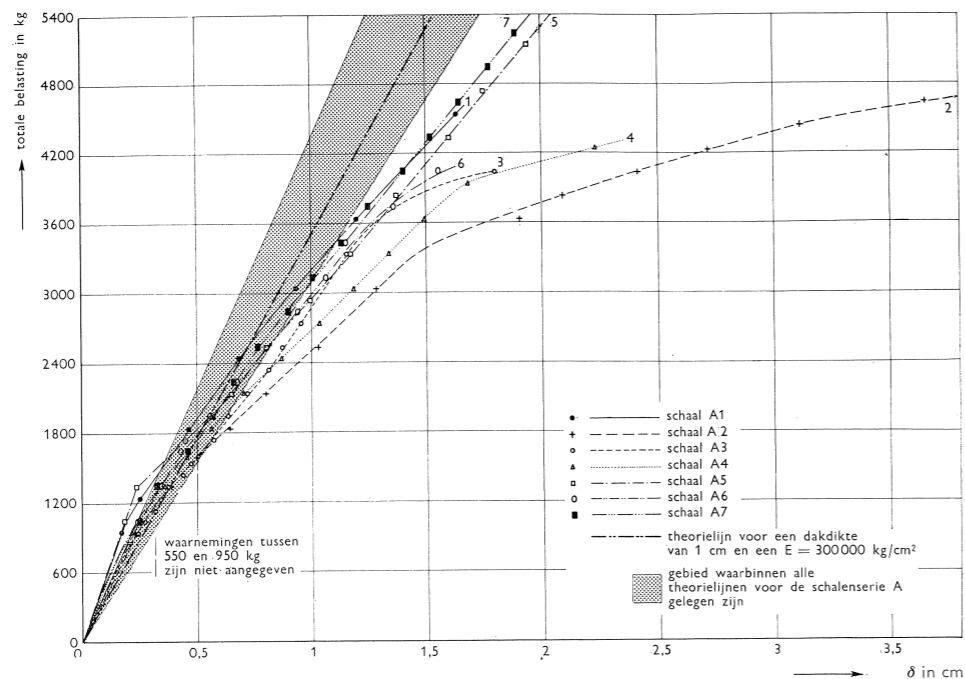


Fig. 22. Gemiddelde verticale verplaatsing van de randbalken in het midden van de overspanning bij toenemende belasting.

elasticiteitsmoduli $E_0 = 270.000 \text{ kg/cm}^2$ en $E_0 = 345.000 \text{ kg/cm}^2$. De invloed van de wapening in de randbalken is hierbij dus buiten beschouwing gelaten.

In het ongescheurde stadium blijken de gemeten doorbuigingen ten gevolge van laatstgenoemde invloed in het algemeen kleiner te zijn dan de berekende „gemiddelde” doorbuiging. De spreiding in de gemeten en in de berekende doorbuigingen is praktisch dezelfde. In par. 4.4 wordt de invloed van de wapening nader onderzocht. Na het optreden van scheuren in de randbalken worden de doorbuigingen relatief groter. Daarna blijven zij gedurende lange tijd evenwel vrijwel lineair toenemen. Schaal A2 vertoont de grootste doorbuigingen, in het bijzonder na het optreden van vloeien van het onderste gedeelte van de wapening in de randbalk (bij ca. 3400 kg). De schalen A1, A5 en A7 met praktisch dezelfde wapening in de randbalk geven ook ongeveer dezelfde doorbuiging; de onderlinge verschillen worden veroorzaakt door een verschil in schaaldikte. Schaal A4 – behoudens de wapening in het schaalgedeelte gelijk aan schaal A7 – vertoont door het slappere dak een belangrijk grotere doorbuiging dan laatstgenoemde. Schaal A3 is eerst slapper dan schaal A4, daarna echter stijver – zie in het bijzonder naar de helling van het verloop – door de ligging van de wapening onder in de randbalk.

In fig. 23 (zie achterin) zijn voor de schalen A1 t/m A7 voor verschillende belastingen de doorbuigingen in de middendoorsnede gegeven en vergeleken

met de berekende doorbuigingen, waarbij voor elke schaal de bijbehorende elasticiteitsmodulus en schaaldikte (zie tabel IV) is ingevoerd. De belasting van 1200 kg komt overeen met het eigen gewicht van de schalen. De belasting van 1800 kg betekent reeds een zekere overbelasting ten opzichte van de ontwerpbelasting (1500 kg). Voorts zijn de uitkomsten gegeven voor belastingen welke een veelvoud zijn van het eigen gewicht en eveneens bij de belasting juist voor het bezwijken.

Bij beschouwing van de resultaten bij 1200 kg en 1800 kg blijkt dat bij de ontwerpbelasting de overeenstemming tussen de gemeten en de berekende doorbuigingen bij de schalen A1, A5 en A7 bepaald goed is te noemen. Schaal A1 was op de gebruikelijke wijze gedimensioneerd. In de schalen A5, A6 en A7 was de wapening wat ligging en hoeveelheid betreft dezelfde. Voor het verschil in gedrag tussen de beide laatste kan geen verklaring worden gegeven. Bij de schalen A3 en A4 vertoont de rand grotere doorbuigingen door respectievelijk een slappere randbalk en een slapper dak na het begin van scheurvorming. Bij schaal A3 blijkt de invloed van de stijve randbalk die van het zeer slappe dak te overtreffen.

Voor toenemende belasting is bij de schalen A1, A5, A6 en A7 de overeenstemming redelijk. Schaal A3 vertoont al spoedig een knik in de top van het schaalgedeelte. De top komt omhoog, in het bijzonder even voor het ogenblik van bezwijken. Bij schaal A2 nemen de doorbuigingen van de randbalken sterk toe waarbij de top ook enigszins omhoog komt en daar tenslotte een knik vertoont. Schaal A4 vertoont bij groter wordende belasting ook een knik in de top en een relatief grotere doorbuiging van de randbalken. Bij hogere belastingen geven de schalen A5 en A7 hetzelfde beeld te zien.

Krommingen c.q. dwarsmomenten

In fig. 24 is voor de schalen A1 t/m A7 als illustratie gegeven het verloop van de hoekverdraaiing ter plaatse van de krommingsmeter in de top van de schaal in de middendoorsnede (berekend uit de aflezingen van de krommingsmeters en de plaats van de langsscheuren).

In fig. 25 (zie achterin) zijn voor de schalen A1 t/m A7 voor verschillende belastingen de krommingen α_y in dwarsrichting in de middendoorsnede gegeven en vergeleken met de berekende krommingen, waarbij voor elke schaal de bijbehorende elasticiteitsmodulus en schaaldikte (zie tabel IV) is ingevoerd. Bij de ontwerpbelasting (1500 kg) is de overeenstemming tussen beide alleszins redelijk te noemen, uitgezonderd voor schaal A3 waarbij geen wapening in het schaalgedeelte aanwezig was. Bij schaal A4 waarbij de helft van de normale wapening aanwezig was, treedt even boven de ontwerpbelasting divergentie op (zie ook fig. 24). Bij schaal A1 is, in tegenstelling tot de overige schalen, de kromming in de top niet maximaal, hetgeen mogelijk wordt veroorzaakt door de verticale scheuren in de eindschotten.

Een onevenredig snel toenemen van de aflezingen van de krommings-

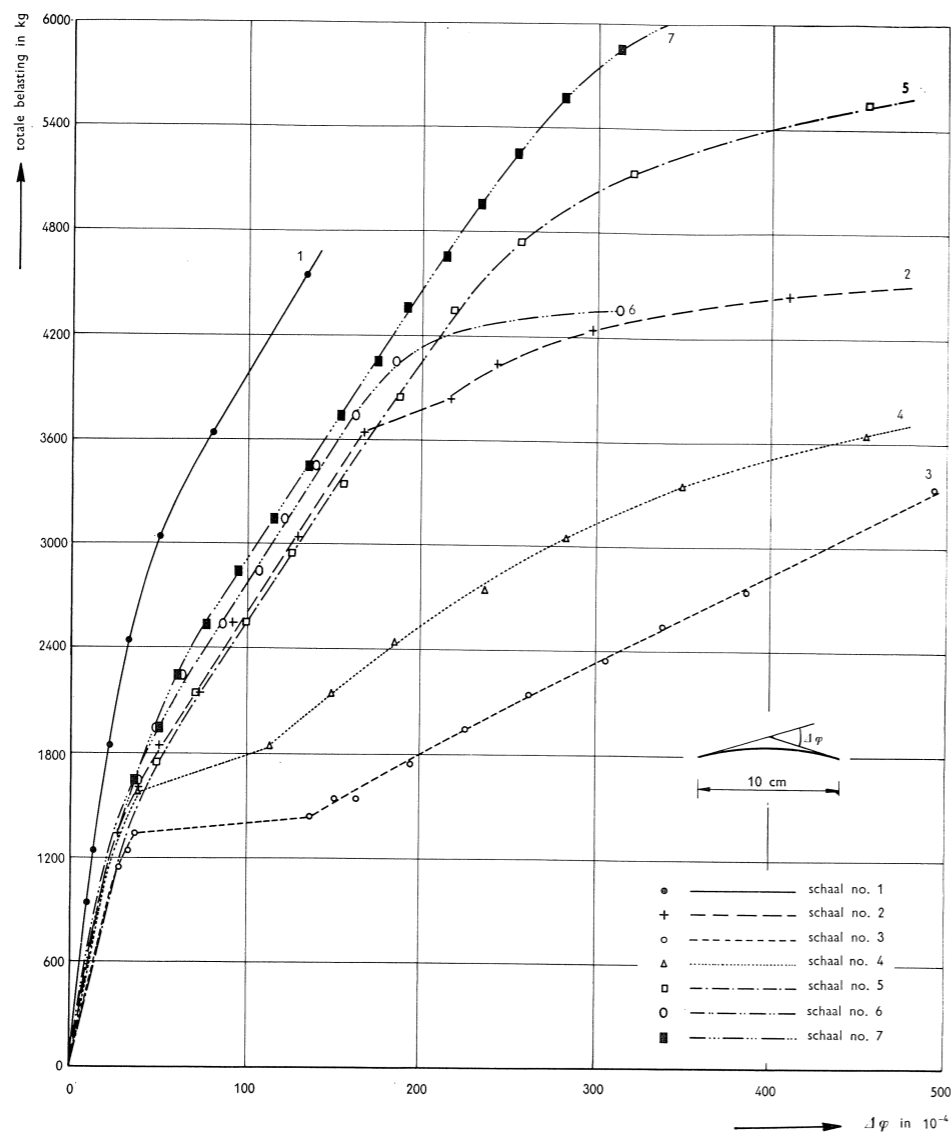


Fig. 24. Hoekverdraaiing $\Delta\varphi$ ter plaatse van de krommingsmeter in de top van de midden-doorsnede bij toenemende belasting.

metingen in een punt duidt op scheurvorming in de schaal. Een plotseling zéér grote toeneming duidt op vloeien van de wapening. In het laatste geval kan eigenlijk niet meer van een kromming worden gesproken doch is er sprake van een discontinuïteit. Het gebied van het negatieve moment blijkt – in het bijzonder bij de schalen A3 en A4 – bij toenemende belasting tenslotte bij alle schalen in breedte af te nemen. De waarnemingen tijdens de grootste belasting vóór het bezwijken volgens fig. 25 wijzen over het algemeen ook op het ont-

staan van de vloeischeuren zoals deze in fig. 13 zijn weergegeven. Een vergelijking met fig. 23 laat zien dat het beeld van de krommingen voor de opvolgende belastingen zoals te verwachten was correspondeert met dat van de doorbuigingen.

De gemeten krommingen kunnen, ook bij de hogere belastingen waarbij scheurvorming optreedt, worden omgewerkt tot buigende momenten indien voor de betrokken doorsneden het verband tussen moment en kromming – het zgn. $M-\kappa$ -diagram – bekend is. In bijlage 2 (zie blz. 93) is voor schaal A5 dit diagram gegeven. Aan deze werkwijze kleeft echter wel een bepaalde onzekerheid vanwege de schematisering van het verloop van de diagrammen en voorts omdat de betrokken doorsneden behalve een buigend moment ook een normaalkracht moeten overbrengen. Langs theoretische weg kan echter worden aangetoond dat deze normaalkracht vrijwel ongevoelig is voor verschijnselen als scheurvorming in het schaalgedeelte of het optreden van een lijnscharnier in de top en dus vrijwel evenredig met de belasting blijft toenemen. In fig. 26 (zie achterin) zijn de aldus bepaalde dwarsmomenten M_y vergeleken met de berekende momenten. Het blijkt dat, met uitzondering van schaal A3, bij de ontwerpbelasting (1500 kg) de overeenstemming tussen beide goed is te noemen. Bij toenemende belasting blijven de negatieve momenten in grootte achter bij de berekende waarden en neemt het gebied waarover zij zich uitstrekken in breedte af. De positieve momenten daarentegen overschrijden bij hogere belastingen veelal de berekende waarden. Dit geldt in het bijzonder voor schaal A4 waarvan de stijfheid van het schaalgedeelte na scheurvorming aanzienlijk afneemt en voor schaal A3 waar spoedig een lijnscharnier in de top verschijnt.

Rekken c.q. langsspanningen

Bij de schalen A2 t/m A7 zijn in het schaalgedeelte ter plaatse van de mid-dendoorsnede de specifieke lengteveranderingen ε_x (rekken) in de richting van de overspanning gemeten. Deze zijn met behulp van de bij elke schaal behorende elasticiteitsmodulus (zie tabel IV) omgewerkt tot spanningen σ_x welke in fig. 27 (zie achterin) zijn weergegeven. Ook de rekken aan de randbalken gemeten zijn op deze wijze omgewerkt tot spanningen, ofschoon reeds vrij spoedig (wanneer zich hier scheurtjes vertonen) deze spanningen geen fysische betekenis meer hebben. In fig. 27 zijn ter vergelijking ook de berekende spanningen gegeven welke zijn verkregen met inachtneming van de bij elke schaal behorende dikte (zie tabel IV). De experimenteel zowel als theoretische in verschillende punten van de schaal bepaalde waarden zijn door vloeiende krommen verbonden.

Bij schaal A1 zijn op het schaalgedeelte in de richting van de overspanning rekmetingen en krommingsmetingen verricht. Daar de meetfout van te grote invloed bleek en het aantal meetpunten gering was, leek het niet verantwoord hieruit een gemiddelde spanning in het schaalgedeelte af te leiden en wordt schaal A1 buiten beschouwing gelaten.

Uit fig. 27 blijkt dat de overeenstemming tussen de berekende en de uit de metingen bepaalde langsspanningen bij de ontwerpbelasting (1500 kg), bij alle schalen bepaald goed kan worden genoemd. Bij hoge belastingen treedt een zekere divergentie op. De „deuk” in het spanningsverloop ter plaatse van de top wordt meer uitgesproken, terwijl aan weerszijden van de deuk de drukspanning relatief toenemen. In het bijzonder is dit het geval bij schaal A3. Bij deze schaal blijkt echter ook dat een plotseling optredende grote verandering in het verloop van de dwarsmomenten (zie de figuren 24, 25 en 26) geen onmiddellijke invloed heeft op het verloop van de langsspanningen. Bij schaal A2 blijkt bij toenemende belasting, in overeenstemming met de grote doorbuigingen van de randbalken, de trekzone zich iets verder in het schaalgedeelte voort te zetten. Bij schaal A6 is dit, door het slippen van de wapening in een randbalk, aan deze zijde in nog sterkere mate het geval. Het spanningsverloop meer naar het midden wordt hierdoor echter weinig beïnvloed.

Bij de zeer hoge belastingen dienen de aflezings van enkele rekstrookjes met enige reserve te worden beschouwd. Het blijkt echter wel dat bij deze schalen de onderstelling, dat de drukzone zich tijdens de bezwijktoestand in de top concentreert, niet gerechtvaardigd is.

Randstoring nabij een eindschot

In fig. 28 is voor schaal A6 voor enkele belastingen het verloop gegeven van de kromming κ_x langs een beschrijvende op 22,5 cm uit de top van de schaal in de nabijheid van een eindschot. Deze krommingen zijn afgeleid uit de metingen van rekstrookjes aan de onder- en bovenzijde van de schaal. Naar het eindschot toe wordt de kromming aanzienlijk groter. Bij de ontwerpbelasting (1500 kg) bedraagt de maximale kromming ca. 175 à $200 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$, hetgeen overeenkomt met buigspanningen (berekend voor een homogene doorsnede) van 30 à 35 kg/cm^2 . De andere schalen waarbij deze randstoring is gemeten vertonen een zelfde beeld. Door de verplaatsingen in langsrichting verdraaien de eindschotten, waarbij de bovenzijden naar binnen gaan en de onderzijden naar buiten. Daar de buigingsstijfheid van de eindschotten groot is ten opzichte van die van het schaalgedeelte, worden deze verdraaiingen ook aan de uiteinden van de schaal opgelegd. In het algemeen rijst de top van de schaal enigszins, zodat aan de uiteinden van de schaal positieve momenten worden geïnduceerd. Uit de vervormingen van schaal en eindschotten kan met behulp van de formules uit de theorie van de axiaal-symmetrisch belaste schalen ¹⁾ de grootte van deze momenten redelijk worden bepaald.

In fig. 29 is voor schaal A7 voor enkele belastingen het verloop gegeven van de normaalspanningen σ_x aan de boven- en aan de onderzijde van de schaal in de doorsnede zo dicht mogelijk bij het eindschot. Deze zijn niet constant en slaan nabij de randbalk zelfs van teken om. Het gemiddelde van de

¹⁾ Men zie: I.B.C.-mededelingen, jaargang 6 (1958) no. 1.

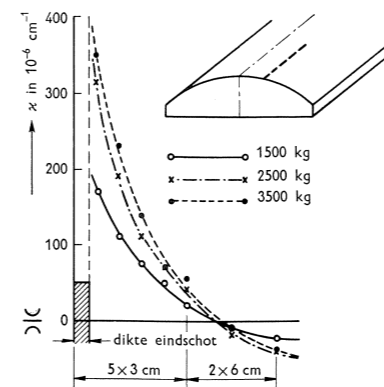


Fig. 28. Verloop van de krommingen κ_x in de richting van de overspanning langs een beschrijvende op 22,5 cm uit de top van schaal A6, bij enkele belastingen.

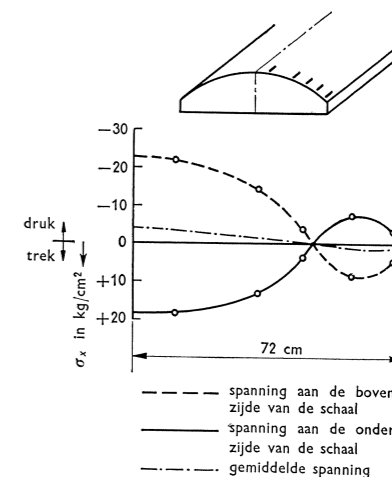


Fig. 29. Normaalspanningen σ_x in de richting van de overspanning onmiddellijk naast de tympan aan de boven- en onderzijde van schaal A7 bij een belasting van 1500 kg.

rekken aan onder- en bovenzijde wijst op een geringe normaalkracht in de schaal nabij het eindschot, eveneens veroorzaakt door de stijfheid die het eindschot tegen verplaatsingen loodrecht op zijn vlak bezit.

4.4 Theoretisch onderzoek van enkele factoren die het gedrag van de schalen hebben beïnvloed

Uit de vergelijking van de aan het schaalgedeelte gemeten doorbuigingen, krommingen c.q. dwarsmomenten en rekken c.q. langsspanningen met die berekend voor een schaal van ideaal materiaal, waarbij dus de wapening niet in de berekening is betrokken, blijkt dat bij de ontwerpbelasting (1500 kg) de overeenstemming tussen beide in het algemeen bepaald goed is te noemen. Afwijkingen kunnen hun oorzaak vinden in de aanwezigheid van wapening, in een begin van scheurvorming – voornamelijk in het randlid – en in variaties in elasticiteitsmodulus en schaaldikte ten opzichte van de gemiddelde waarden welke in tabel IV (zie blz. 52) zijn gegeven.

Bij toenemende belasting treedt in het algemeen een zekere divergentie op; voor de dwarsmomenten het eerst en voor de langsspanningen het laatst. De oorzaak hiervan kan worden gezocht in toenemende scheurvorming van het beton van randliggers en schaalgedeelte en in het vloeien van de wapening.

In het volgende is getracht langs theoretische weg de invloed na te gaan van de belangrijkste van bovengenoemde oorzaken op de spanningsverdelingen en de doorbuigingen.

Variaties in schaaldikte

Ter oriëntering zijn voor een schaal van serie A – vervaardigd gedacht van ideaal materiaal – de spanningsverdelingen en de doorbuigingen berekend voor schaaldikten van respectievelijk 0,875 cm, 1,0 cm en 1,125 cm. De uitkomsten zijn gegeven in fig. 30. Een dergelijke variatie in schaaldikte blijkt een vrij belangrijke invloed te hebben, in het bijzonder op de dwarsmomenten. De werkelijke variaties in schaaldikte zullen geringer zijn. Daarenboven zullen echter plaatselijke verschillen in dikte kunnen voorkomen die hun invloed op de meetresultaten doen gelden.

Scheurvorming in het beton en vloeien van de wapening in de randbalk

Scheurvorming zal zich in enigszins belangrijke mate eerst manifesteren bij een zekere overbelasting. De invloed hiervan op de spanningsverdeling zal geleidelijk verlopen. Het in rekening brengen van deze invloed moet echter wel op discontinue wijze geschieden door bepaalde onderstellingen te doen over de mate waarin beton dat op trek wordt belast meewerkt, en over de buigingsstijfheid die hiermede overeenkomt. Aangenomen is nu dat het beton in de randbalk volledig is gescheurd en dus geen trekspanningen overbrengt. Voor de hoge belastingen waarop de hiernavolgende berekeningen betrekking hebben, is deze onderstelling zeker gerechtvaardigd. Voor de buigingsstijfheid van het schaalgedeelte worden twee onderstellingen gedaan. De schalen worden nl. zowel berekend voor de normale

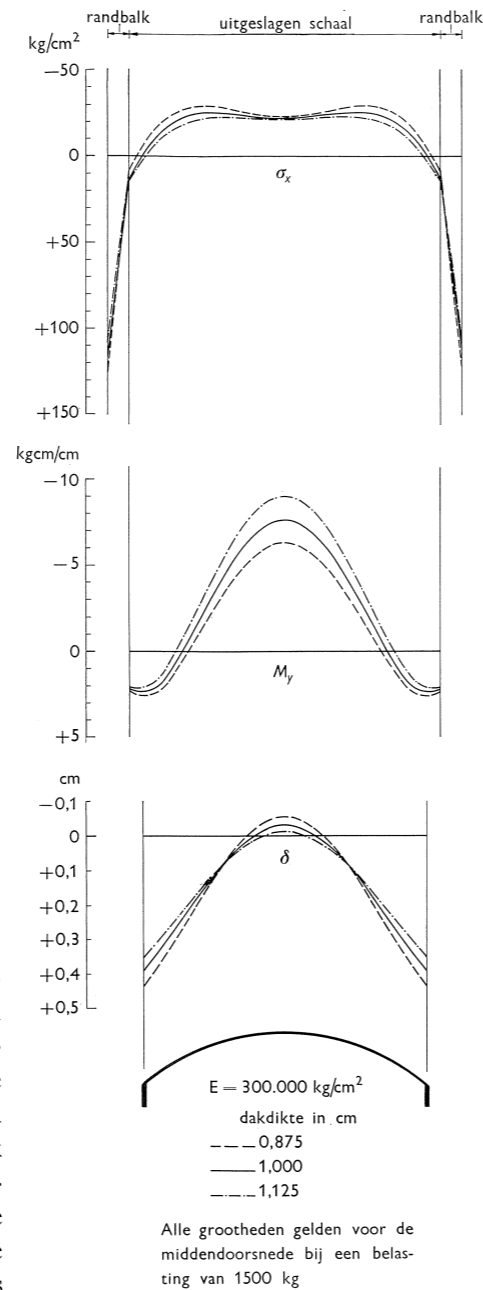


Fig. 30. Invloed van de dikte van het schaalgedeelte op de spanningsverdeling en de verticale verplaatsing voor de schalen van serie A.

buigingsstijfheid als voor een buigingsstijfheid die door scheurvorming is afgenomen tot $\frac{1}{4}$ van de aanvankelijke waarde. Dit laatste lijkt een grenswaarde, welke bij de hoge belastingen in een beperkt gebied van de schaal kan voorkomen; dit gebied zou echter bepalend kunnen zijn voor het gedrag van de schaal als geheel.

Voor de wijze van wapenen van het randlid zijn eveneens twee gevallen beschouwd, nl. de uitvoering volgens schaal A1 waarbij de wapening tot halve hoogte reikt, en de uitvoering volgens schaal A2 waarbij dezelfde hoeveelheid wapening over de gehele hoogte van het randlid gelijkmatig is verdeeld.

Het eerste stadium dat nu van belang is, treedt op wanneer de onderste staaf in het randlid de vloeispanning bereikt. Voor de vier onderscheiden gevallen is berekend de belasting waarbij dit plaats vindt en de bijbehorende spanningsverdelingen en doorbuigingen. Als vloeispanning is aangehouden $\sigma_{ijv} = 2800 \text{ kg/cm}^2$. Aangenomen wordt dat deze spanning bij toenemende belasting constant blijft. Vervolgens is de belasting berekend waarbij in de wapeningsstaaf ter halve hoogte van de randbalk de vloeispanning optreedt en die waarbij de rek aan de bovenzijde van de balk correspondeert met de vloeispanning in het staal. In beide gevallen zijn weer de spanningsverdelingen en de doorbuigingen bepaald.

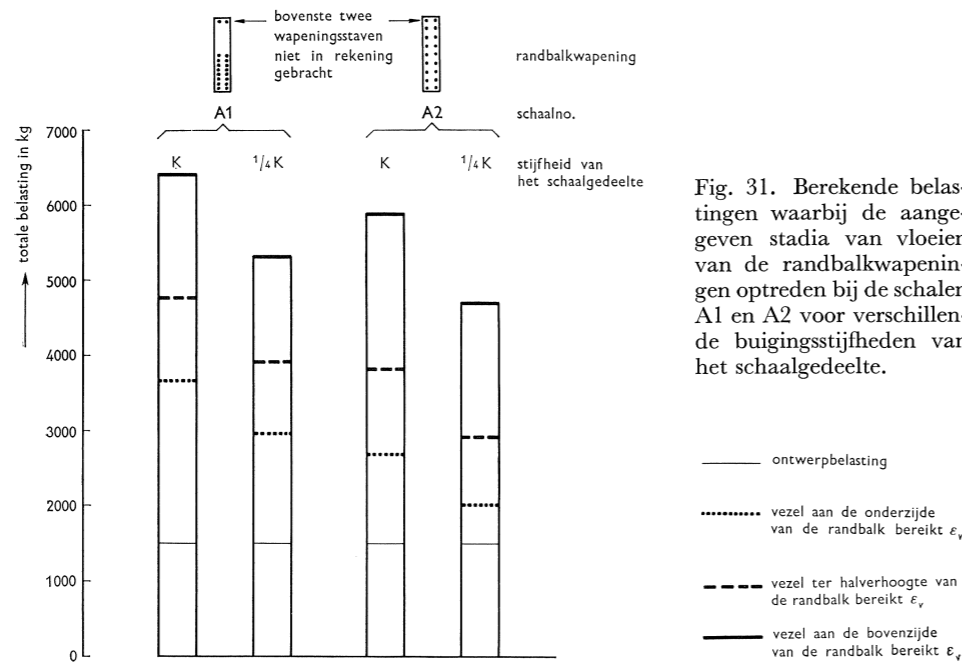
De resultaten zijn wat betreft de belastingen verzameld in tabel VI en in het diagram van fig. 31. In fig. 32 zijn voor de schalen A1 en A2 de doorbuigingen van de randbalken ter plaatse van de middendoorsnede gegeven als functie van de belasting, terwijl in fig. 33 voor de middendoorsnede de langsspanningen σ_x , de dwarsmomenten M_y en de verticale verplaatsingen δ zijn gegeven. Voor een uitvoeriger uiteenzetting van de gevolgde berekeningswijze, waarbij in het bijzonder op de randvoorwaarden welke moeten worden aangehouden nader wordt ingegaan, wordt verwezen naar bijlage 3 (zie blz. 97).

Ofschoon de wapening zodanig was gedimensioneerd dat bij de ontwerpbelasting in de onderste wapeningsstaaf een spanning van 1400 kg/cm^2 zou optreden, blijkt uit fig. 31 dat bij schaal A1 met de normale buigingsstijfheid van het schaalgedeelte de belasting tengevolge van de gewijzigde spanningsverdeling meer dan verdubbeld kan worden alvorens in de onderste staaf de vloeispanning (2800 kg/cm^2) wordt bereikt. Vloeien van de bovenste wapeningsstaaf ter halve hoogte van de randbalk wordt eerst bereikt bij een belasting van 4760 kg . Dit is ruim het drievoudige van de ontwerpbelasting en eerst bij deze belasting zal het vloeien van de wapening als geheel zich duidelijk manifesteren. Deze waarde stemt goed overeen met die verkregen bij het experiment (4750 kg) – zie ook fig. 11.

De ongunstige invloed van een afneming van de buigingsstijfheid van het schaalgedeelte blijkt duidelijk, al moet uit de uitkomsten van het experiment worden geconcludeerd dat de scheurvorming in het schaalgedeelte bepaald niet een gemiddelde vermindering tot $\frac{1}{4}$ van de normale buigingsstijfheid heeft bewerkstelligd.

Tabel VI Factoren η waarmee de ontwerpbelasting (1500 kg voor de schalen van serie A) moet worden vermenigvuldigd om de aangegeven stadia van vloeien van de wapening in de randbalk te verkrijgen

schaal		A1		A2	
stijfheid van het schaalgedeelte		K	$\frac{1}{4} K$	K	$\frac{1}{4} K$
vervorming van de randbalk	onderste vezel bereikt ϵ_v	2,44	1,98	1,79	1,34
	vezel ter halver hoogte bereikt ϵ_v	3,18	2,61	2,53	1,93
	bovenste vezel bereikt ϵ_v	4,29	3,55	3,94	3,14



Bij schaal A2 blijkt duidelijk de ongunstige invloed van de wijze van wapenen. Vergelijkbare waarden zijn belangrijk lager dan die van schaal A1.

De belastingen, waarbij de rek aan de bovenzijde van de randbalk de rek-grens van het staal bereikt, zijn niet reëel omdat voordien andere verschijnselen het geheel doorkruisen. Zij geven slechts een bepaalde tendentie weer.

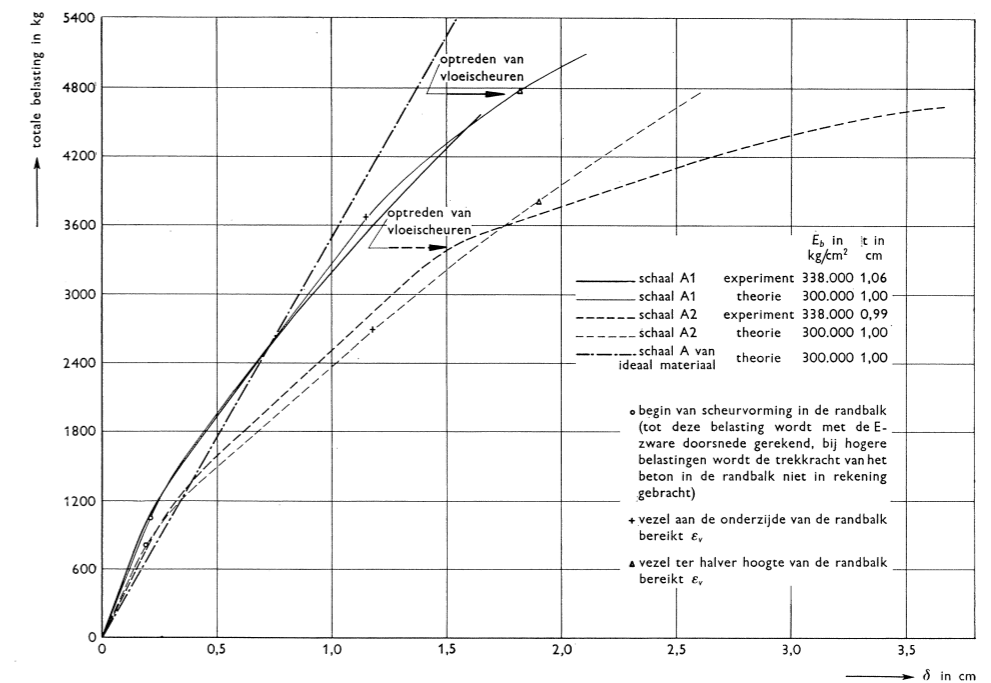
In fig. 32 zijn voor de schalen A1 en A2 met de normale buigingsstijfheid van het schaalgedeelte de berekende doorbuigingen van de randbalken ter plaatse van de middendoorsnede gegeven voor de belasting waarbij in de onderste wapeningsstaaf de vloeigrens wordt bereikt en voor de belasting waarbij dit met de wapeningsstaaf ter halver hoogte van de randbalk het geval is. Voor het verloop in het ongescheurde stadium is ditmaal voor beide schalen

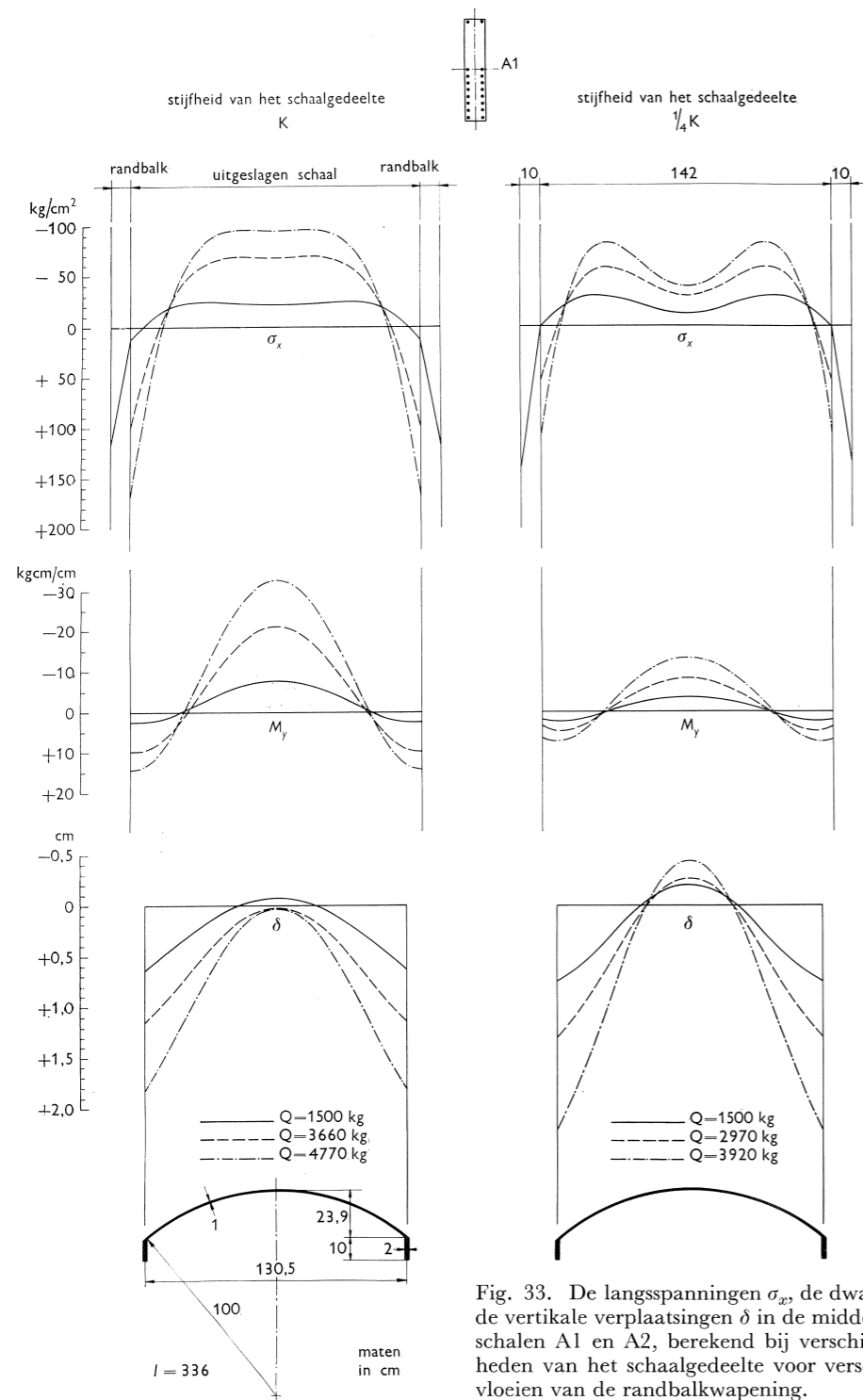
gerekend met de „E-zware” doorsnede van de randbalken, waarbij dus de invloed van de wapening op de stijfheid van de randbalken in de berekening is betrokken. Vergelijking met de uitkomsten van de schaal van ideaal materiaal laat zien dat de doorbuigingen berekend met de E-zware doorsnede aanmerkelijk kleiner zijn.

Wordt een buigtreksterkte van ca. 50 kg/cm² aangenomen, dan kan de belasting waarbij de randbalken aan de onderzijde scheuren, worden bepaald. Bij hogere belasting zullen de doorbuigingslijnen gaan afbuigen van het rechtlijnig verloop.

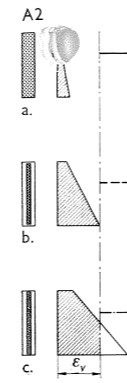
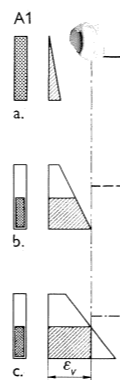
De aldus verkregen doorbuigingslijnen zijn vergeleken met de experimenteel bepaalde waarden (zie ook fig. 22). De overeenstemming tussen beide is zeer goed te noemen. Het verschil in gedrag tussen beide schalen wordt door de theorielijnen duidelijk weergegeven. De theorielijne van schaal A2 toont geen duidelijk punt waarbij het vloeien van de randbalkwapening als geheel zich manifesteert. De divergentie die bij de zeer hoge belastingen bij schaal A2 optreedt, is voornamelijk te wijten aan het feit, dat bij het experiment de zich steeds uitbreidende trekzone in het schaalgedeelte door scheurvorming wordt uitgeschakeld en voorts aan het ontstaan van een lijnscharnier in de top.

Fig. 32. Gemiddelde verticale verplaatsing van de randbalken van de schalen A1 en A2 in het midden van de overspanning bij toenemende belasting. Vergelijking van theoretisch en experimenteel bepaalde waarden.





vervormingsdiagrammen van de randbalken in de drie beschouwde stadia:
 — a. ontwerpbelasting ($Q = 1500 \text{ kg}$)
 - - - b. de vezel aan de onderzijde van de randbalk bereikt ϵ_v
 - · - · c. de vezel ter halver hoogte van de randbalk bereikt ϵ_v



gedeelte van de randbalk dat in de berekening wordt betrokken
 F_b }
 nF_{ij} }
 gedeelte van het vervormingsdiagram dat als spanning in rekening is gebracht

$E_b = 3 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2$
 $n = 7$
 $\epsilon_v = 1,33\text{‰}$
 dikte $t = 1 \text{ cm}$

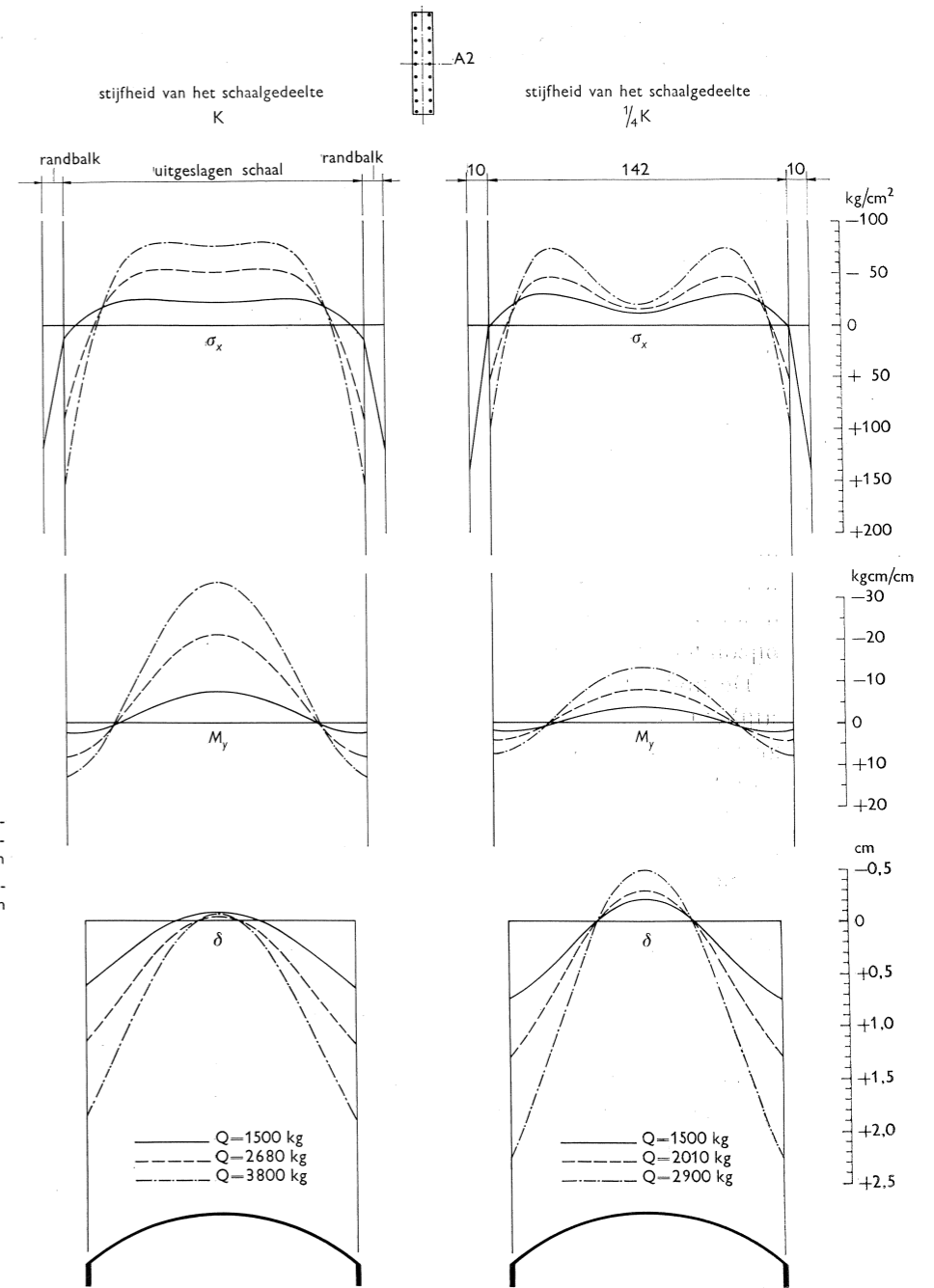


Fig. 33. De langsspanningen σ_x , de dwarsmomenten M_y en de verticale verplaatsingen δ in de middendoorsnede van de schalen A1 en A2, berekend bij verschillende buigingsstijfheden van het schaalgedeelte voor verschillende stadia van vloeien van de randbalkwapening.

Uit fig. 33 blijkt duidelijk de invloed van de buigingsstijfheid van het schaalgedeelte op de verdeling van de langsspanningen σ_x . Bij een slapper schaalgedeelte treedt een uitgesproken „deuk” in deze verdeling op. In het algemeen blijkt de maximale drukspanning meer dan evenredig met de belasting toe te nemen. Vrijwel overal neemt de trekzone nabij de rand van de schaal iets in breedte toe ten koste van de drukzone.

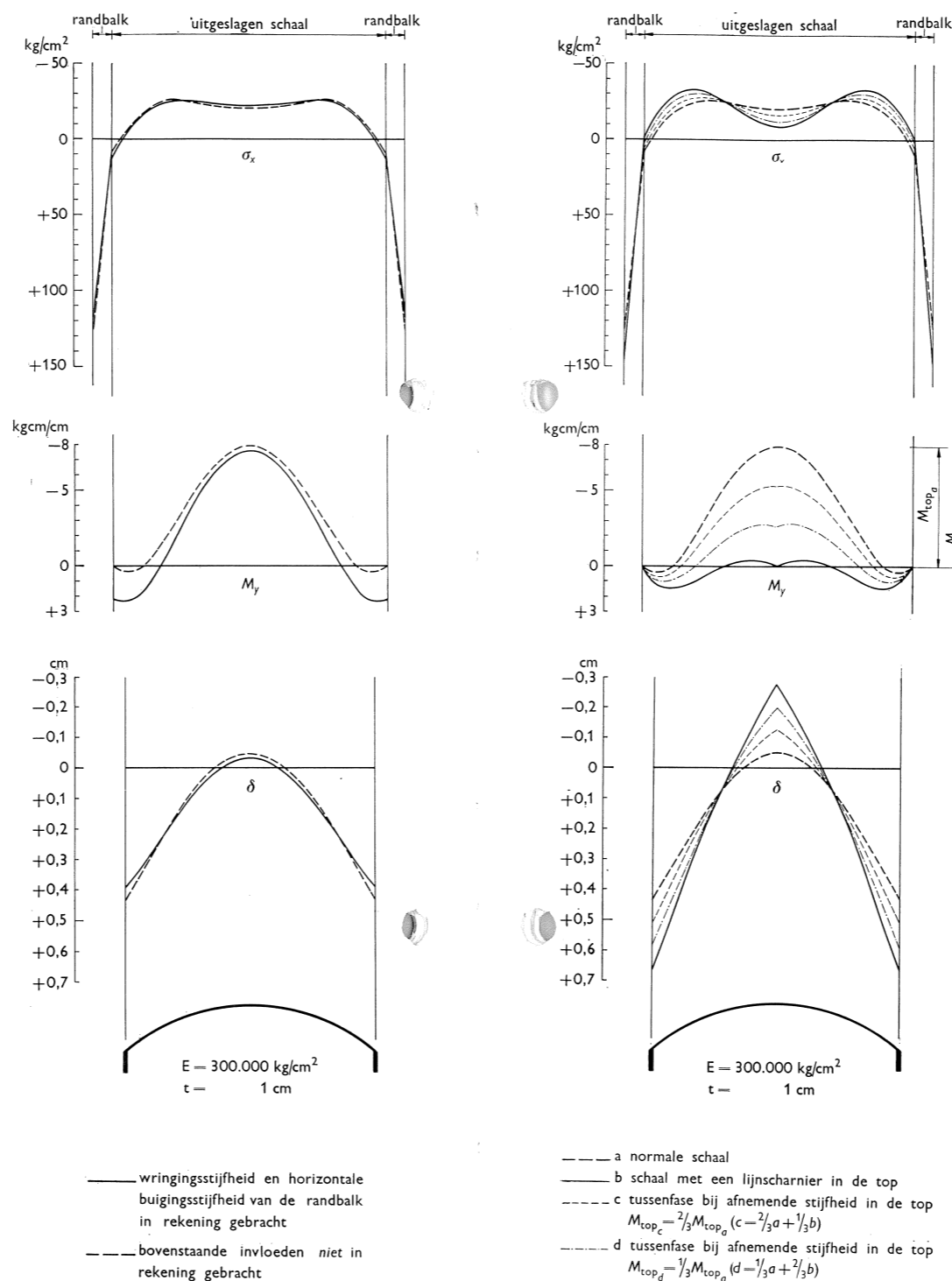
De invloed van een geringere buigingsstijfheid van het schaalgedeelte blijkt ook duidelijk bij de dwarsmomenten M_y . Bij een stijfheid die $\frac{1}{4}$ van de normale bedraagt, neemt het maximale buigende moment tot ongeveer de helft af. Bij groter wordende belasting neemt het maximale moment meer dan evenredig toe, in het bijzonder bij de schalen A2.

De invloed van de geringere buigingsstijfheid manifesteert zich voorts in een grotere stijging van de top en een iets grotere doorbuiging van de randen.

Uit een onderlinge vergelijking van het gedrag van de schalen A1 en A2 blijkt dat bij dezelfde belastingen de spanningen, momenten en verplaatsingen bij schaal A2 belangrijk groter zijn dan bij schaal A1.

De horizontale buigingsstijfheid en de wringingsstijfheid van de randbalken is in het voorafgaande steeds in de berekening betrokken. Een inzicht omtrent de invloed van het al of niet in rekening brengen van beide

Fig. 34. De invloed van het al dan niet in rekening brengen van de wringingsstijfheid en horizontale buigingsstijfheid van de randbalken op de spanningsverdeling en verticale verplaatsing bij de schalen van serie A. Alle grootheden gelden voor de middendoorsnede bij een belasting van 1500 kg.



grootheden op de spanningsverdeling en de doorbuigingen kan worden verkregen met behulp van fig. 34. Deze invloed is over het geheel genomen vrij gering; slechts het positieve dwarsmoment blijkt in grootte en uitgestrektheid sterk af te nemen.

Vloeien van de wapening en geconcentreerde scheurvorming in de top van de schaal

Wanneer in de dwarswapening ter plaatse van de top van het dak de vloei-spanning wordt bereikt, ontstaat een volplastisch lijnscharnier. Het moment dat door dit scharnier wordt overgebracht blijft bij toenemende belasting vrijwel constant. Hierdoor zal de spanningsverdeling wijziging ondergaan.

Teneinde na te gaan welke invloed het ontstaan van een dergelijk lijnscharnier op de spanningsverdeling heeft, zijn de schalen A opnieuw berekend voor het geval er in de top een lijnscharnier aanwezig is dat géén dwarsmoment kan overbrengen. De resultaten van deze berekening zijn weergegeven in fig. 35 waarin deze kunnen worden vergeleken met de uitkomsten van de normale berekening. De „deuk” in het verloop van de langsspanningen is veel meer uitgesproken. De langsspanningen concentreren zich meer nabij de randbalken van de schaal. De negatieve dwarsmomenten zijn bijna verdwenen; de positieve zijn echter in grootte toegenomen, evenals het

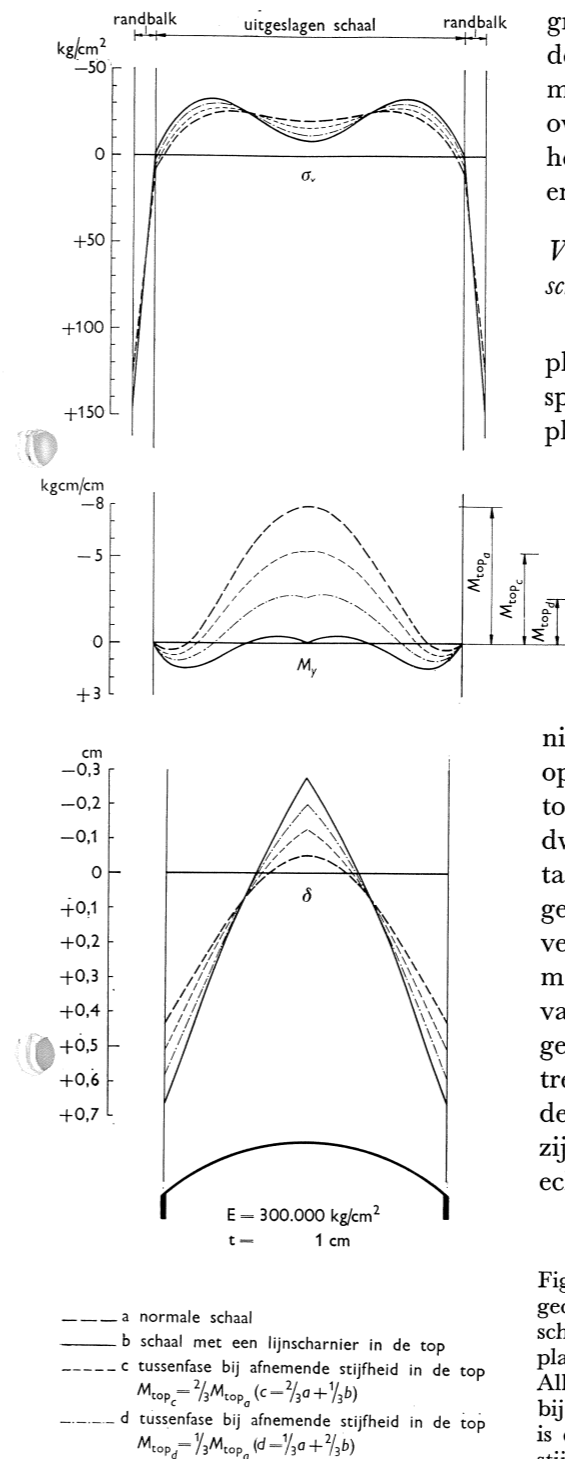


Fig. 35. De invloed van een lijnscharnier – of geconcentreerde scheurvorming – in de top van de schaal op de spanningsverdeling en verticale verplaatsing bij de schalen van serie A. Alle grootheden gelden voor de middendoorsnede bij een belasting van 1500 kg. In alle vier gevallen is de wringingsstijfheid en horizontale buigingsstijfheid van de randbalken verwaarloosd.

gebied waarin deze aanwezig zijn. De verplaatsingen zijn groter geworden en het verloop hiervan vertoont een scherpe knik in de top van de schaal.

Bij toenemende belastingen zullen de spanningen en verplaatsingen eerst het verloop overeenkomstig de normale berekening volgen. Wordt bij een zekere belasting in de top van de schaal de vloeigrens van de dwarswapening bereikt, dan zal de toeneming van de spanningen en verplaatsingen geschieden volgens het verloop verkregen uit de berekening met een lijnscharnier in de top. De verschillende grootheden bestaan dus uit twee bijdragen. Bij verder toenemende belasting zal de invloed van het tweede deel steeds meer merkbaar worden.

Ook de invloed van een vrij sterk geconcentreerde scheurvorming in de top van de schaal zal zich op een soortgelijke wijze en normaliter bij veel lagere belastingen manifesteren. In de figuren is ter illustratie voor afnemende stijfheid in de top het verloop van de verschillende grootheden weergegeven. Om de tendenties beter tot uiting te laten komen zijn deze grootheden betrokken op één zelfde belasting.

Het blijkt dus mogelijk te zijn de invloed na te gaan van scheurvorming en vloeien van de wapening in randbalken en schaalgedeelte op de spanningsverdelingen en de verticale verplaatsingen. De bij de overbelasting van de modellen waargenomen hiernavolgende tendenties zijn ook in de verschillende berekeningen naar voren gekomen:

- a. een toenemende deuk in het verloop van de langsspanningen in het schaalgedeelte en relatief groter wordende drukspanningen aan weerszijden van de deuk;
- b. een toeneming van de trekzone nabij de rand ten koste van de drukzone;
- c. een vermindering van de negatieve dwarsmomenten in grootte en een afnemening van de breedte van het gebied waarin deze aanwezig zijn;
- d. een toeneming van de positieve dwarsmomenten;
- e. toenemende doorbuigingen nabij de rand, en een stijging van de top veelal gepaard gaande met een knik in de dwarsdoorsnede.

Deze tendenties kunnen door de genoemde verschijnselen worden verklaard. Het lijkt echter waarschijnlijk dat met het invoeren van de geconcentreerde scheurvorming in de top van de schaal, de verschijnselen beter worden benaderd dan met het invoeren van een buigingsstijfheid van $\frac{1}{4} K$ over het gehele schaaloppervlak.

5 BEPROEVINGSRESULTATEN VAN DE SCHALEN B1, C1 EN D1

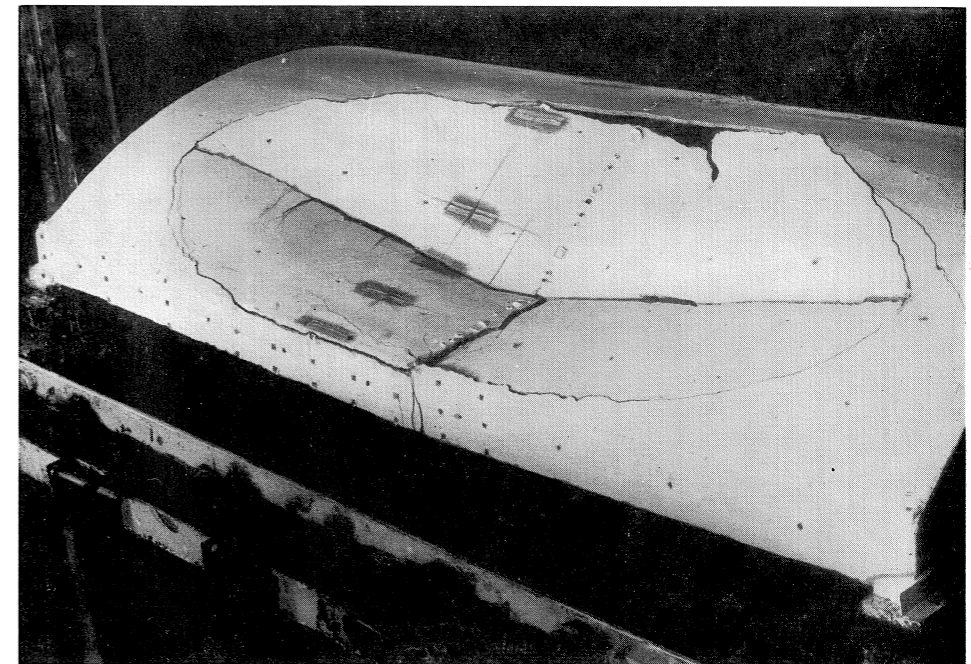
5.1 Algemeen

Zoals reeds is vermeld, bestond deze serie uit drie schalen met dezelfde dwarsdoorsnede als de schalen van serie A. De lengte van schaal B1 bedroeg evenwel 1,92⁵ m, dat is $0,577 \times$ de lengte van de schalen van serie A; de lengte van de schaal C1 bedroeg 4,17 m, dat is $1,25 \times$ de lengte van de schalen van serie A. De lengte van schaal D1 was gelijk aan die van schaal C1; schaal D1 was echter op drie plaatsen ondersteund. De ontwerpbelasting bedroeg voor schaal B1 866 kg en voor de schalen C1 en D1 1875 kg.

5.2 Resultaten van schaal B1

Bij een belasting van 640 kg namen de rekken aan de onderzijde van de randbalken sneller toe, hetgeen wijst op een begin van scheurvorming aldaar. Bij een belasting van 2440 kg trad even naast de top van de schaal een vloei-scheur in langsrichting op ten gevolge van het negatieve dwarsmoment. De krommingen ten gevolge van het positieve dwarsmoment in de schaal namen na een belasting van 3000 kg sterk toe, terwijl bij een belasting van 3170 kg de wapening in een randbalk vloeyde. Alvorens weer te meten werd de belasting

Fig. 36. Schaal B1 na bezwijken.



verminderd tot 3060 kg. Na verhoging van de belasting bezweek het dak bij 3400 kg. Het is zeer wel mogelijk dat hierbij het knikverschijnsel een rol speelde. De rechter dakhelft zeeg in een enkel ogenblik ineen waarbij het midden-gedeelte hiervan geheel werd vernield. Er ontstonden hierbij grote scheuren in dwarsrichting, terwijl de grootste langsscheuren na het bezwijken veel meer naar binnen waren gelegen dan de scheuren ten gevolge van het grootste positieve moment. Fig. 36 toont een afbeelding van de bezweken schaal. Een overzicht van de voornaamste vloeischoenen is gegeven in fig. 37.

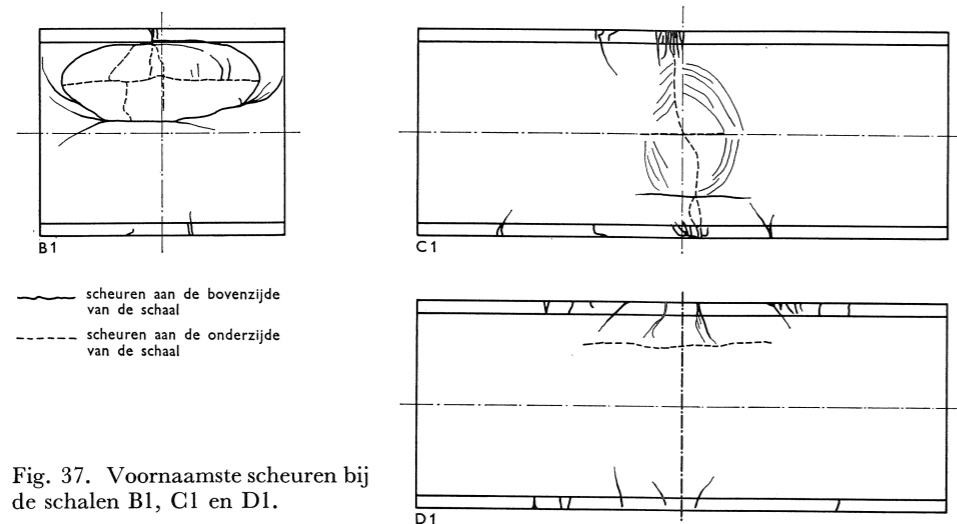


Fig. 37. Voornaamste scheuren bij de schalen B1, C1 en D1.

In fig. 38 (zie achterin) zijn voor verschillende belastingen de doorbuigingen in de middendoorsnede gegeven en vergeleken met de berekende doorbuigingen, waarbij voor de schaal de werkelijke dikte ($t = 1,03$ cm) en de werkelijke elasticiteitsmodulus ($E_0 = 280.000$ kg/cm²) is ingevoerd. Bij de ontwerpbelasting (866 kg) komt de gemeten doorbuiging goed overeen met de berekende. Bij grotere belasting treedt een aanzienlijke divergentie op. Bij de hoge belastingen komt in het verloop van de doorbuiging nabij de top van het dak een knik voor, terwijl de randbalken zeer sterk doorbuigen.

In dezelfde figuur zijn voor verschillende belastingen de krommingen in dwarsrichting ter plaatse van de middendoorsnede gegeven en vergeleken met de berekende krommingen met inachtneming van de juiste schaaldikte en elasticiteitsmodulus. Bij de ontwerpbelasting kan de overeenstemming alleszins redelijk worden genoemd. Bij de hogere belastingen komen de plaatsen waar langsscheuren voorkomen duidelijk tot uiting.

In dezelfde figuur zijn tenslotte voor verschillende belastingen de langsspanningen in de middendoorsnede weergegeven en vergeleken met de berekende waarden. De overeenstemming is bij de ontwerpbelasting goed te noemen. Bij hoge belasting treedt een zekere divergentie op. De deuk in het

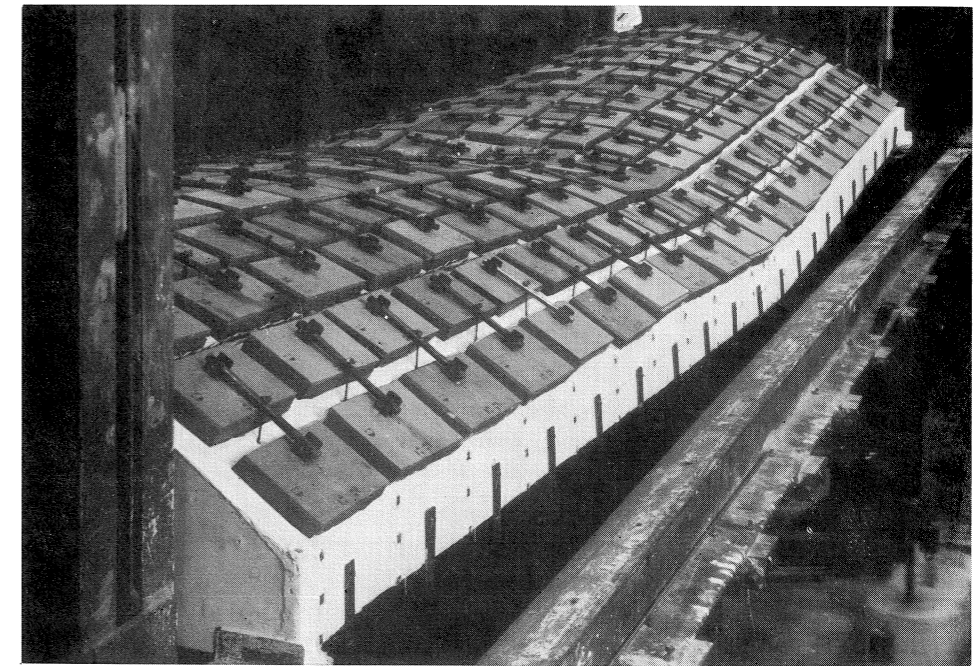
spanningsverloop ter plaatse van de top wordt relatief sterker; zelfs treden daar trekspanningen op. De trekzone nabij de randen blijkt zich onmiddellijk vóór het bezwijken ver in het schaallichaam te hebben voortgezet, hetgeen samenhangt met de grote doorbuiging van de randbalken.

De bij de overbelasting van de schalen van serie A waargenomen tendenties (zie blz. 78) blijken bij schaal B1 dus vaak in nog sterkere mate aanwezig te zijn.

5.3 Resultaten van schaal C1

De belasting waarbij in de randbalken de eerste scheuren optraden, was moeilijk te bepalen. De eerste scheuren in het schaalgedeelte ten gevolge van het negatieve dwarsmoment ontstonden waarschijnlijk bij een belasting van 1800 à 2000 kg; de eerste scheuren ten gevolge van het positieve dwarsmoment bij een belasting van 5400 kg. De wapening in de randbalken vloede bij een belasting van 5820 kg. De schaal bezweek tenslotte bij een belasting van 6360 kg, min of meer op de wijze zoals dit bij een ligger het geval is: de drukzone in de top van de schaal verbrijzelde en knikte daarbij uit. Er ontstonden in het dak geen lijnscharnieren zoals bij de schalen van serie A. Een overzicht van de voornaamste scheuren is gegeven in fig. 37, terwijl de figuren 39, 40 en 41 afbeeldingen van de bezweken schaal geven.

Fig. 39. Schaal C1 na bezwijken.



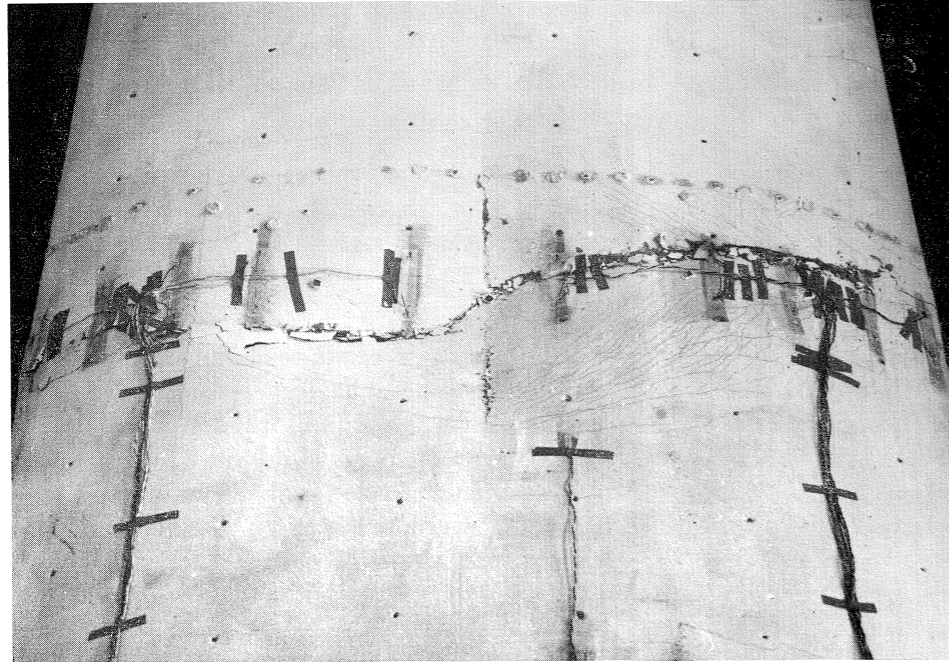


Fig. 40. Schaal C1 na bezwijken; bovenaanzicht.

In fig. 42 (zie achterin) zijn voor verschillende belastingen de doorbuigingen in de middendoorsnede gegeven en vergeleken met de berekende doorbuigingen, waarbij voor de schaal de werkelijke dikte ($t = 1,04$ cm) en de werkelijke elasticiteitsmodulus ($E_0 = 335.000$ kg/cm²) is ingevoerd. Bij de ontwerpbelasting is de overeenstemming goed te noemen. Bij toenemende belasting treedt enigermate een divergentie op terwijl, nadat de wapening in de randleden heeft gevloeid, de afwijkingen uiteraard zeer groot worden. Ook dan echter vertoont het verloop van de doorbuiging in de top van de schaal geen knik zoals bij de schalen van serie A in het algemeen het geval was, terwijl de top van de schaal zakt in tegenstelling tot de toppen van de schalen van serie A, welke stegen.

In dezelfde figuur zijn voor verschillende belastingen de krommingen in dwarsrichting ter plaatse van de middendoorsnede gegeven en vergeleken met de berekende krommingen. Bij de ontwerpbelasting is de overeenstemming bij de negatieve krommingen bepaald goed te noemen. Nabij de randen blijken echter vrijwel geen positieve krommingen aanwezig te zijn.

In dezelfde figuur zijn tenslotte voor verschillende belastingen de langspanningen in de middendoorsnede weergegeven en vergeleken met de berekende waarden. De overeenstemming is bij de ontwerpbelasting eveneens bepaald goed. De divergentie is bij toenemende belasting slechts gering. Eerst nadat de wapening in de randleden is gaan vloeien treedt een belangrijke afwijking op. De drukzone concentreert zich nog meer in de top van de schaal

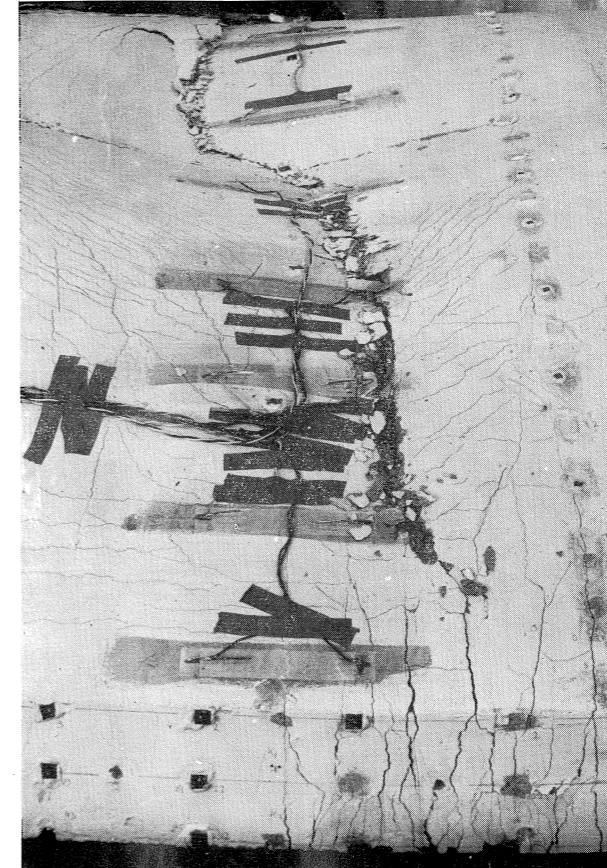


Fig. 41. Schaal C1 na bezwijken; zijaanzicht.

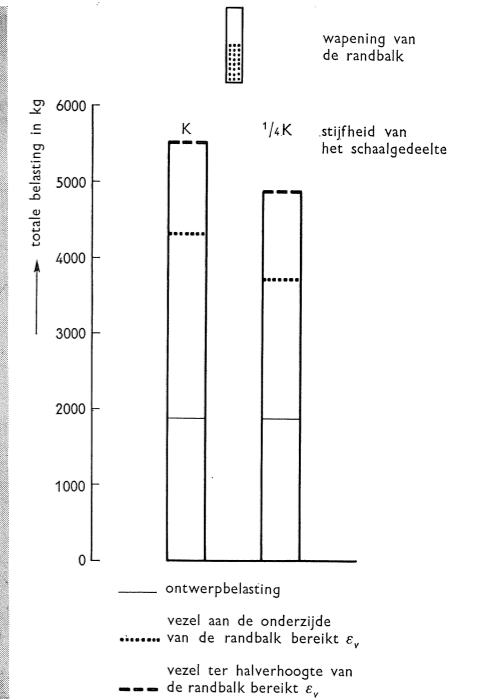


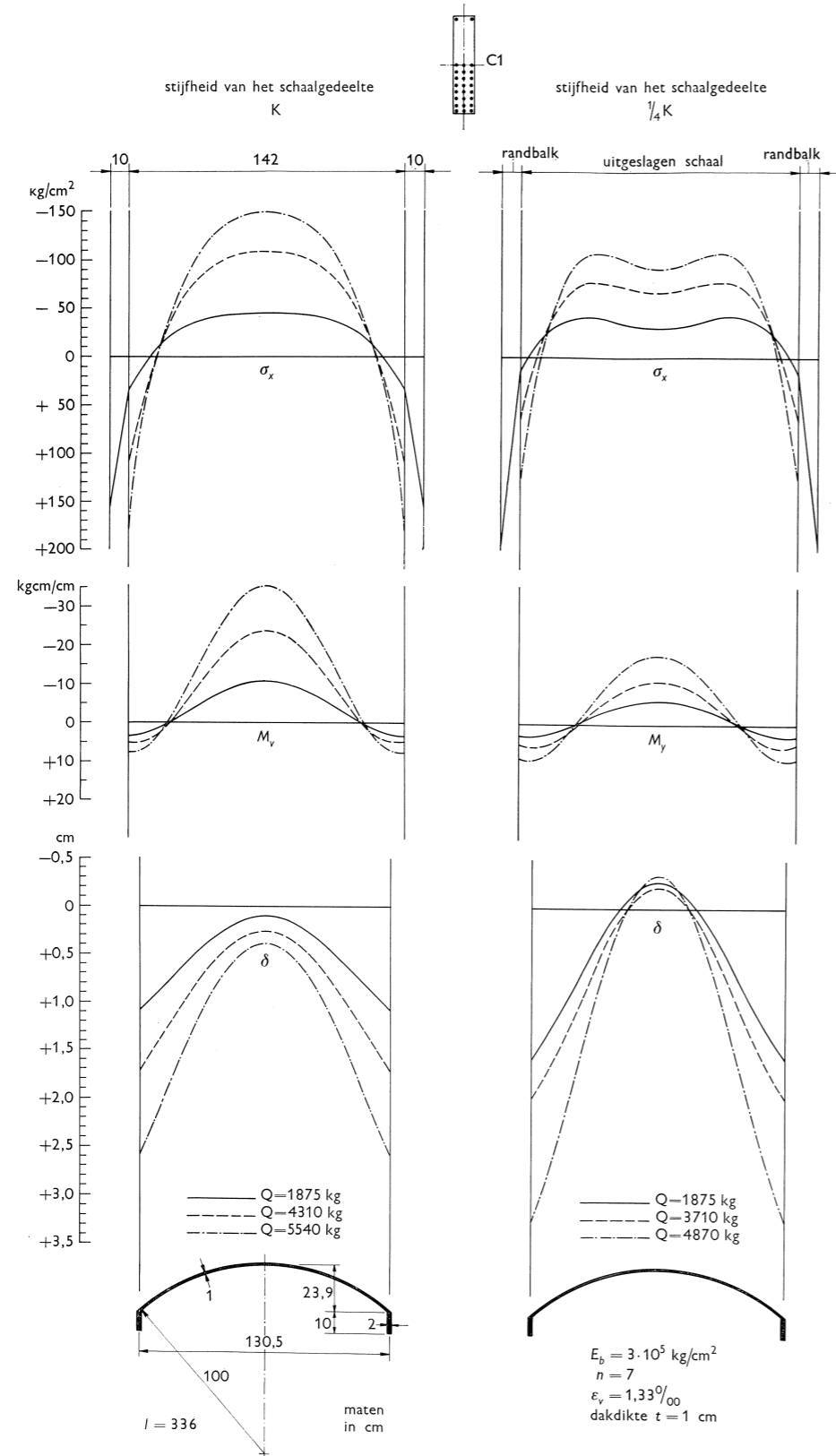
Fig. 43. Berekende belastingen waarbij de aangegeven stadia van vloeien van de randbalkwapeningen optreden bij schaal C1 voor verschillende buigingsstijfheden van het schaalgedeelte.

waarbij de spanningen groter worden, terwijl de trekzone nabij de randen zich ver in de schaal uitstrekt.

Daar schaal C1 als geheel een afwijkend beeld vertoont vergeleken met de schalen van serie A, is voor deze schaal, op dezelfde wijze als voor de schalen van serie A is geschied, de invloed van een verminderde buigingsstijfheid van het schaalgedeelte onderzocht, terwijl verschillende stadia van het vloeien van de wapening in de randbalken zijn nagegaan. De resultaten zijn wat betreft de belastingen verzameld in tabel VII en in het diagram van fig. 43.

Tabel VII Factoren η waarmee de ontwerpbelasting (1875 kg) moet worden vermenigvuldigd om de aangegeven stadia van vloeien van de wapening in de randbalk te verkrijgen.

stijfheid van het schaalgedeelte		K	$1/4 K$
vervorming van de randbalk	onderste vezel bereikt ϵ_v	2,30	1,98
	vezel ter halver hoogte bereikt ϵ_v	2,95	2,60



In fig. 44 zijn voor de middendoorsnede gegeven de langsspanningen σ_x , de dwarsmomenten M_y en de verticale verplaatsingen δ . Voor een uiteenzetting van de berekeningswijze wordt weer verwezen naar bijlage 3.

Ook hier blijkt voor de schaal met de normale buigingsstijfheid dat de ontwerpbelasting, waarbij in de onderste wapeningsstaaf een spanning van 1400 kg/cm^2 zou optreden, meer dan verdubbeld kan worden alvorens in de onderste staaf de vloeispanning ($\sigma_{ijv} = 2800 \text{ kg/cm}^2$) wordt bereikt. Vloeien van de bovenste wapeningsstaaf ter halver hoogte van de randbalk treedt op bij een belasting van 5510 kg , welke vrijwel het drievoudige van de ontwerpbelasting bedraagt. Eerst bij deze belasting zal het vloeien van de wapening als geheel zich duidelijk manifesteren. Deze waarde stemt goed overeen met die verkregen bij het experiment, welke 5820 kg bedroeg.

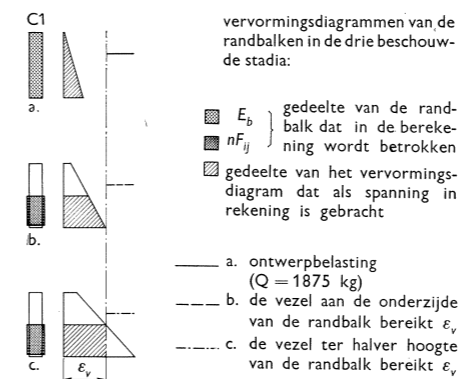
Een vermindering van de buigingsstijfheid heeft een ongunstige invloed op de resultaten. Uit het experiment kan echter worden geconcludeerd dat de afneming van de buigingsstijfheid slechts gering zal zijn geweest.

Uit fig. 44 blijkt eveneens duidelijk de invloed van de buigingsstijfheid van het schaalgedeelte bij de verdeling van de langsspanningen σ_x , in het verloop waarvan weer een duidelijke deuk optreedt. Voorts is deze invloed merkbaar bij de dwarsmomenten M_y die aanzienlijk kleiner worden, en bij de doorbuigingen δ die groter worden terwijl de top rijst.

De werkelijkheid zal echter vrij dicht bij het geval met de normale buigingsstijfheid hebben gelegen. In dit geval blijkt duidelijk dat bij het vloeien van de wapening tot halverhoogte de randbalken, de langsdrukspanningen σ_x zich meer in de top van de schaal hebben geconcentreerd en daarbij relatief hogere

waarden hebben verkregen, terwijl de trekzone nabij de randen zich verder in de schaal heeft voortgezet. Deze tendentie is dus dezelfde als die bij de uitkomsten van het experiment (zie fig. 42). Ook het beeld van de doorbuigingen waarbij de top van de schaal zakt komt overeen. Dat de werkelijke doorbuigingen bij de hoge belastingen belangrijk groter zijn dan de berekende, vindt zijn oorzaak in het feit dat bij de berekening een aanzienlijke trekzone met hoge langsspanningen in de schaal wordt gevonden, die in werkelijkheid vrijwel uitgeschakeld zal zijn. De buigende momenten M_y worden bij toenemende belasting relatief kleiner.

Fig. 44. De langsspanningen σ_x , de dwarsmomenten M_y en de verticale verplaatsingen δ in de middendoorsnede van schaal C1 berekend bij verschillende buigingsstijfheden van het schaalgedeelte voor verschillende stadia van vloeien van de randbalkwapening.



5.4 Vergelijking van de schalen A1, B1 en C1

Van deze schalen, welke alle op de gebruikelijke wijze zijn gedimensioneerd, zijn tenslotte in het diagram van fig. 45 de belangrijkste verschijnselen samengevat, betrokken op de ontwerpbelastingen.

De overeenkomstige belastingen blijken betrekkelijk weinig te verschillen. De belastingen, waarbij vloeien van de wapening in de randbalken optrad, bedroegen ca. $3 \times$ en de bezwijklasten ca. $3\frac{1}{2} \times$ de ontwerpbelasting. Deze waarden kunnen alleszins voldoende worden geacht. Hierbij kan het volgende worden opgemerkt:

een begin van scheurvorming in het randlid ontstaat bij een belasting welke kleiner is dan de ontwerpbelasting;

de belasting waarbij de wapening in het randlid gaat vloeien neemt met toenemende lengte af, evenals de bezwijkbelasting. Het bezwijken zelf geschiedde bij deze drie schalen echter op verschillende wijzen. Bij beschouwing van de gevonden η -waarden, welke als veiligheidscoëfficiënten zijn op te vatten, mag niet uit het oog worden verloren dat deze afhankelijk zijn van de grootte van de vloeispanning van het gebruikte staal.

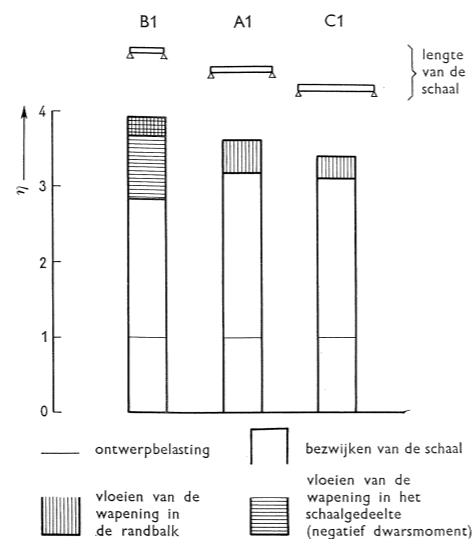


Fig. 45. Belastingen, waarbij enkele karakteristieke beproevingsresultaten bij de schalen B1, A1 en C1 optraden, met behulp van een factor η uitgedrukt in de ontwerpbelasting.

5.5 Resultaten van schaal D1

De eerste scheuren aan de onderzijde van de randbalken traden op bij een belasting van 2900 kg. In de nabijheid van het middensteunpunt ontwikkelden zich na een belasting van 3500 kg scheuren aan de bovenzijde van de randbalk, die bij het verder opvoeren van de belasting sterk in grootte toenamen. In het schaalgedeelte traden bij een belasting boven 6000 kg scheurtjes op ter plaatse van het positieve dwarsmoment. De wapening in de ene randbalk vloeide in beide velden bij een belasting van 6830 kg op een afstand van ongeveer 0,4 van de veldlengte gemeten van het uiteinde. De schaal bezweek bij een belasting van 7430 kg ten gevolge van het optreden van een gapende scheur aan de onderzijde van het middenschot in de nabijheid van een oplegging (zie fig. 46). Fig. 47 geeft een zijaanzicht van de bezweken schaal.

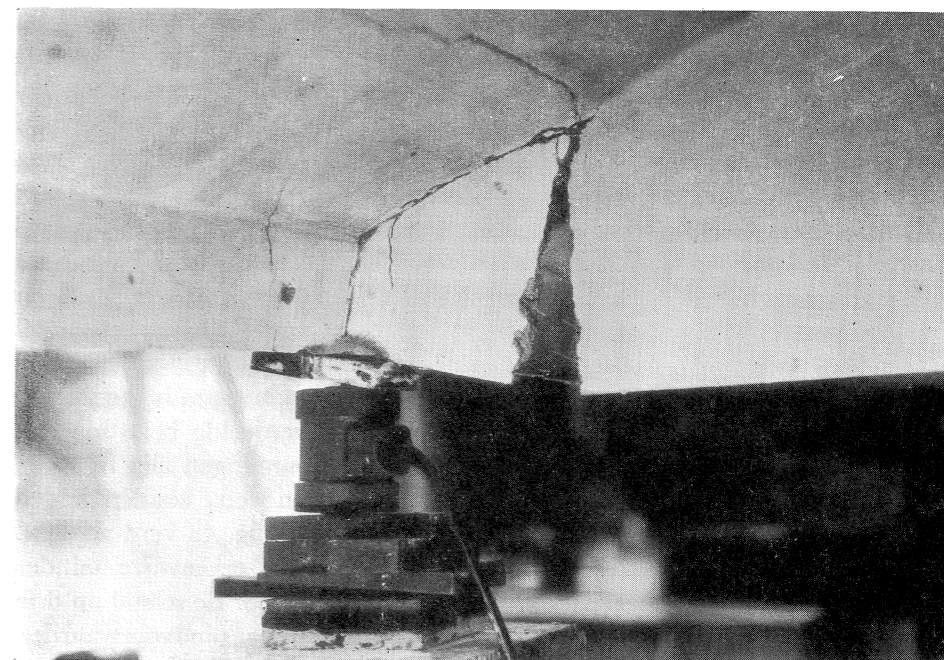
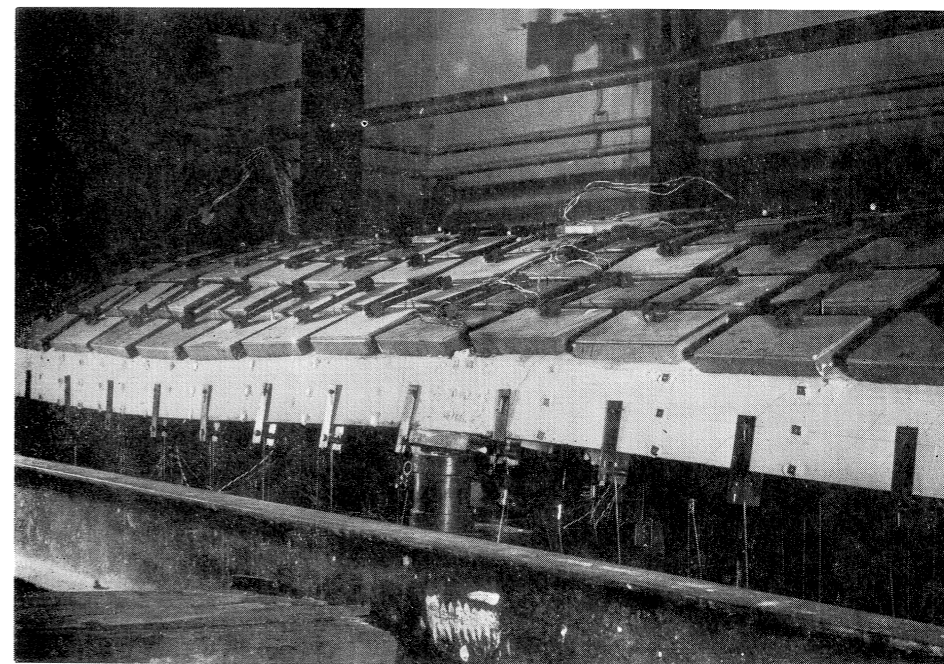


Fig. 46. Schaal D1 na bezwijken; gescheurde middentympaan.

Fig. 47. Schaal D1 na bezwijken; zijaanzicht.



In fig. 48 (zie achterin) zijn voor verschillende belastingen de doorbuigingen, de krommingen en de langsspanningen gegeven en vergeleken met berekende waarden, waarbij voor de schaal de werkelijke dikte $t = 1,0$ cm en de elasticiteitsmodulus $E_0 = 300.000$ kg/cm² is ingevoerd. Een exacte berekening van een schaal op drie ondersteuningën stuit op grote moeilijkheden. Daar de krachtwerking in lengterichting van de schaal echter primair is, zal deze schaal zich min of meer als een *ligger* op drie steunpunten gedragen. Deze gedachte is als uitgangspunt gekozen voor een eenvoudige benaderende berekening. Hierbij zijn twee gevallen onderscheiden. In het ene geval (a) is een schaal berekend met een overspanning gelijk aan de veldlengte; in het andere geval (b) is een schaal berekend met een overspanning gelijk aan $\frac{3}{4}$ van de veldlengte, welke afstand gelijk is aan die van een eindoplegging tot het momentennulpunt bij een ligger op drie steunpunten met een constante gelijkmatig verdeelde belasting. De resultaten wat betreft de doorbuigingen en de langsspanningen zijn in beide gevallen op elementaire wijze omgewerkt tot uitkomsten welke zouden gelden voor een ligger op drie steunpunten. Een en ander is in fig. 48 verduidelijkt. Voor de dwarsmomenten is een dergelijke elementaire rekenwijze minder voor de hand liggend. De momenten voor schaal a zijn voor de schaal op drie steunpunten onveranderd aangehouden, waarbij aan de randvoorwaarden ter plaatse van de schotten in ieder geval wordt voldaan. Ten aanzien van schaal b is dit echter niet het geval en om deze reden zijn de momenten op dezelfde wijze omgewerkt als de doorbuigingen, daar tussen beide een rechtstreeks verband bestaat. Hiermede zijn waarschijnlijk wel de grenzen van het verloop van de dwarsmomenten in langsrichting bepaald.

In fig. 48 zijn ten gerieve van de duidelijkheid merendeels alleen de theorie-lijnen die de meeste overeenstemming vertonen gegeven, doch bij de hoogste belasting zijn ter vergelijking beide getekend.

Bij de ontwerpbelasting blijkt de overeenstemming tussen de gemeten doorbuiging in het veld (doorsnede 2) en de doorbuiging berekend volgens geval b goed te zijn. Bij de hogere belastingen treedt uiteraard een divergentie op. Bij een schaal op drie steunpunten zal een eventuele zakking van het middensteunpunt de krachtsverdeling en de doorbuigingen van de schaal beïnvloeden. De zakking van het middensteunpunt was in het onderhavige geval echter zeer gering.

De gemeten krommingen in het veld (doorsnede 1) blijken bij de ontwerpbelasting te liggen tussen de waarden berekend volgens geval a en die volgens geval b. Bij een berekening volgens geval a blijft men aan de veilige kant. De gemeten krommingen in doorsnede 4 vertonen de meeste overeenstemming met die berekend volgens geval b. Opvallend is het afwijkende verloop in dwarsrichting waarbij het positieve moment nabij de rand weer in een negatief moment overgaat.

De gemeten langsspanningen in het veld (doorsnede 2) blijken bij de ontwerpbelasting zeer goed overeen te stemmen met de berekende waarden. De

waarden volgens geval a en geval b verschillen onderling zeer weinig. Geval b geeft het verloop iets beter weer. Ook bij de langsspanningen direct naast het middenschot (doorsnede 5) is de overeenstemming tussen gemeten en berekende waarden alleszins redelijk. De gemeten spanningen blijken zich iets meer nabij de randen te concentreren. De langsspanningen in het schaalgedeelte van doorsnede 4 zijn bij de ontwerpbelasting vrijwel gelijk aan nul. Bij de zeer hoge belastingen komen ook in deze doorsnede spanningen voor, veroorzaakt door scheurvorming in de schaal.

Bij de berekening van *deze* schaal blijkt het dus betrekkelijk weinig verschil uit te maken of methode a dan wel methode b wordt gevolgd. Het lijkt echter gewenst ook bij methode a het verloop van de dwarsmomenten in langsrichting gelijkvormig aan het verloop van de doorbuigingen te nemen.

6 SAMENVATTING EN CONCLUSIES

Beschreven is een experimenteel onderzoek van een serie van 10 tonschalen, vervaardigd van gewapend microbeton. De 7 schalen van serie A bezaten dezelfde afmetingen maar verschilden in wapening. De overige schalen hadden dezelfde doorsnede; schaal B 1 was echter korter en schaal C 1 langer dan de schalen van serie A. Schaal D 1 was even lang als schaal C 1 doch was op drie plaatsen ondersteund. Getracht is de overeenkomst tussen model en werkelijkheid, ook wat betreft de eigenschappen van het wapeningsstaal en het beton, zo goed mogelijk te doen zijn.

De schalen werden belast met een stapsgewijs toenemende verticaal gerichte belasting, waarvan de verdeling over het schaaloppervlak en de randbalken gelijk was aan die van het eigen gewicht. Tijdens deze belasting zijn verticale verplaatsingen, rekken en krommingen gemeten. Geobserveerd werden voorts de scheurvorming, het vloeien van de wapening in de randbalken en in het schaalgedeelte en de wijze van bezwijken.

De uitkomsten van de metingen van de schalen A 1 t/m A 7, B 1 en C 1 zijn in eerste aanleg vergeleken met de uitkomsten van de berekeningen voor een schaal, welke vervaardigd is gedacht van homogeen, elastisch, isotroop materiaal dat voldoet aan de Wet van Hooke. Het bleek dat bij de ontwerpbelasting ($= 1,25 \times$ het eigen gewicht) de overeenstemming tussen de gemeten en de berekende langsspanningen, dwarsmomenten en doorbuigingen bepaald goed was te noemen. Bij deze belasting bleek over vrijwel de gehele

lengte van de randbalken enige scheurvorming aanwezig te zijn. Dat de overeenstemming tussen theorie en experiment in het bijzonder wat betreft de doorbuigingen niettemin zeer goed was, is te verklaren uit het feit dat bij de berekening de invloed van de wapening buiten beschouwing is gelaten, welke invloed de beginnende scheurvorming compenseert. Bij de berekening van schaal D 1 is uitgegaan van de uitkomsten voor schalen met overspanningen respectievelijk gelijk aan de veldlengte en gelijk aan $\frac{3}{4}$ van de veldlengte, welke beide op elementaire wijze zodanig zijn omgewerkt dat zij betrekking hebben op de schaal op drie steunpunten. De uitkomsten verschillen betrekkelijk weinig. Over het geheel gaf laatstgenoemde methode de beste overeenstemming met de meetresultaten.

Bij toenemende belasting en in het bijzonder bij breuk liep het gedrag van de schalen sterk uiteen. Schaal B 1 bezweek uiteindelijk vermoedelijk door het optreden van een knikverschijnsel. Voordien was echter reeds vloeien van de wapening in het schaalgedeelte en in de randliggers opgetreden. De schalen van serie A bezweken deels ten gevolge van een dwarskrachtbreuk, merendeels echter ten gevolge van het optreden van twee of meer lijnscharnieren in het schaalgedeelte, waardoor de samenhang van de doorsnede verloren ging. Voordien was echter ook reeds vaak vloeien van de wapening in de randbalken opgetreden. Schaal C 1 bezweek min of meer als een ligger; de drukzone in de top van de schaal bezweek en knikte daarbij uit. Bij schaal D 1 bezweek het middenschot.

De belasting waarbij vloeien van de wapening in de randbalken optrad bleek ongeveer $3 \times$ en de bezwijkbelasting ongeveer $3\frac{1}{2} \times$ de ontwerpbelasting te bedragen voor de op de gebruikelijke wijze gedimensioneerde schalen A 1, B 1 en C 1. Beide waarden kunnen alleszins voldoende worden geacht. Hierbij moet niet uit het oog worden verloren dat deze waarden sterk afhankelijk zijn van de grootte van de vloeispanning van het gebruikte staal.

Bij de overige schalen van serie A welke van schaal A 1 afweken wat betreft de wijze van wapenen bleek, dat bij te weinig wapening in het schaalgedeelte hierin spoedig een vloeischeur ontstond, welke het gedrag van de schaal daarna ongunstig beïnvloedde. Het is het gunstigste de hoofdwapening in de randbalken zo laag mogelijk te plaatsen. Een verdeling hiervan over de gehele hoogte van de randbalk is bepaald onjuist.

Bij toenemende belastingen traden afwijkingen op tussen de meetresultaten en de uitkomsten van de berekening voor een homogene isotrope schaal. De doorbuigingen werden relatief groter, in het bijzonder bij de zeer hoge belastingen waarbij in de top van de schaal vaak een knik in de dwarsdoorsnede optrad. Ofschoon de krommingen meer dan evenredig toenamen, bleven de negatieve dwarsmomenten achter bij de theoretische waarden; de positieve momenten daarentegen namen in grootte toe, terwijl het gebied waarin zij aanwezig waren zich uitbreidde. Bij de schalen van serie A en bij schaal B 1 bleek tenslotte dat de „deuk” in het verloop van de langsspanningen in het schaal-

gedeelte meer uitgesproken werd, terwijl de drukspanningen aan weerszijden hiervan meer dan evenredig toenamen en de trekzone zich soms verder in de schaal voortzette. Bij schaal C 1, waarbij de maximale drukspanningen zich in de top van de schaal bevonden, namen na het vloeien van de wapening in de randbalken deze drukspanningen meer dan evenredig toe, terwijl de trekzone nabij de randen zich verder in het schaalgedeelte uitstrekte.

Als oorzaken van de genoemde verschijnselen kunnen worden gesteld: scheurvorming in de randbalken en in het schaalgedeelte en vloeien van de wapening in deze constructiedelen. Het bleek mogelijk de invloed van deze factoren in de berekening van een schaal te betrekken en de genoemde tendenties bleken ook in de uitkomsten van deze berekeningen aanwezig te zijn. Verschillende stadia van vloeien van de wapening in de randbalken zijn onderscheiden. Het hieruit voortvloeiende verloop van de doorbuigingen b.v. bleek goed overeen te stemmen met het experimenteel verkregen verloop.

Uit deze berekeningen blijkt voorts dat bij de onderzochte schalen welke zijn gedimensioneerd op de gebruikelijke manier, waarbij wordt verondersteld dat bij de ontwerpbelasting de spanning in de onderste staaf van de randbalk 1400 kg/cm^2 bedraagt, de belasting ruimschoots verdubbeld kan worden alvorens in deze staaf de vloeispanning (2800 kg/cm^2) wordt bereikt, hetgeen zijn oorzaak vindt in een andere spanningsverdeling bij de gescheurde toestand. Een berekening voor dit stadium kan dus zinvol zijn.

Duidelijk blijken voorts de slechte gevolgen van een verdeling van de randbalkwapening over de volle hoogte en tevens de ongunstige invloed van een afnemende buigingsstijfheid van het schaalgedeelte door scheurvorming. Het blijkt echter dat met het in rekening brengen van een geconcentreerde scheurvorming in de top van de schaal de verschijnselen bij hoge belastingen beter worden benaderd dan met het onderstellen van een buigingsstijfheid over het gehele schaaloppervlak, welke slechts $\frac{1}{4}$ van de normale stijfheid bedraagt, ofschoon deze waarde plaatselijk zeker wordt bereikt.

Tenslotte is uit het onderzoek gebleken dat de randstoringen nabij de eind- of tussenschotten plaatselijk vrij aanzienlijke spanningen veroorzaken waarvoor voldoende wapening aanwezig moet zijn, en dat ook de ondersteuningsconstructies zelf de nodige aandacht vereisen.

BIJLAGE 1

Bepaling van de elasticiteitsmoduli van de schalen

De grootte van de elasticiteitsmodulus werd voor de schalen A2 t/m A7 op de volgende wijze afgeleid. Uit de gemeten specifieke vervormingen in de middendoorsnede van de schaal werd langs grafische weg de ligging van de drukresultante bepaald bij verschillende belastingen. De plaats van de trekresultante is na het ontstaan van scheurtjes niet meer precies aan te geven daar de trekzone van het beton bij toenemende belasting geleidelijk wordt uitgeschakeld. Uitgaande van de gemeten lengteveranderingen werd daarom, bij verschillende onderstellingen over de hoogte van de meewerkende betontrekzone, de daarmee overeenkomende plaats van de trekresultante bepaald. De grenzen waartussen zich de trekresultante moest bevinden konden zodoende worden vastgesteld en daarmee de grenzen waartussen de inwendige hefboomsarm tussen druk- en trekresultante kon variëren. Het door de middendoorsnede bij een bepaalde belasting over te brengen moment is bekend en dus konden ook de grenzen worden bepaald waartussen de grootte van de drukresultante moest zijn gelegen. Vergelijking hiervan met het oppervlak van de gemeten negatieve rekken in de middendoorsnede leverde de grenzen waarbinnen de elasticiteitsmodulus moest zijn gelegen. Voor de verschillende belastingen varieerden deze grenzen enigszins. Zij lagen echter vrij dicht bijeen. Op grond van de overweging dat de vervormingen van de drukzone nog van een zodanige grootte waren dat deze in het elastische gebied waren gelegen, zodat de elasticiteitsmodulus bij toenemende belastingen nog een vrijwel constante waarde zal hebben gehad, bleek het mogelijk de waarde van de elasticiteitsmodulus vrij nauwkeurig te bepalen. Deze waarden zijn gegeven in tabel IV.

BIJLAGE 2

Bepaling $M-\kappa$ -diagrammen

Algemeen

Vooropgesteld zij dat door de vele onderstellingen en onzekerheden de hieronder afgeleide $M-\kappa$ -diagrammen slechts een benaderend karakter hebben. Desondanks is gemeend dat met de aldus gevonden $M-\kappa$ -diagrammen een inzicht kan worden verkregen in het optredende verloop van de dwarsmomenten M_y bij verschillende schalen.

Bij het bepalen van de $M-\kappa$ -diagrammen is uitgegaan van de in fig. 49 gegeven $\sigma-\varepsilon$ -diagrammen voor het staal en het beton. Voor σ_{ij} zijn de verschillende schalen de waarden aangehouden als gegeven in tabel II; de grootte van E_b is afgeleid uit de in tabel IV gegeven waarden voor E_0 , welke gelden voor de schaaldoorsnede inclusief de langswapening.

Het $M-\kappa$ -diagram bestaat uit drie takken, t.w. het ongescheurde en het gescheurde stadium en het stadium waarbij vloeien optreedt. Uit proeven is gebleken dat elk stadium kan worden benaderd door een rechte. In fig. 50 is het aldus geschematiseerde $M-\kappa$ -diagram weergegeven.

Het ongescheurde stadium

Uitgaande van de in tabel IV gegeven schaaldikten is voor elke schaal de buigingsstijfheid K bepaald, waarbij de invloed van de wapening in rekening is gebracht. Het verband tussen het moment en de kromming wordt tot het ogenblik van scheuren (punt B in fig. 50) gegeven door de uitdrukking:

$$M = K\kappa$$

De eerste scheur welke ten gevolge van de dwarsmomenten optreedt, ontstaat bij alle schalen van serie A in de top. De schaalbelasting waarbij deze eerste scheur optreedt is in het gemeten belasting-kromming diagram in de meeste gevallen duidelijk waarneembaar door de aanwezigheid

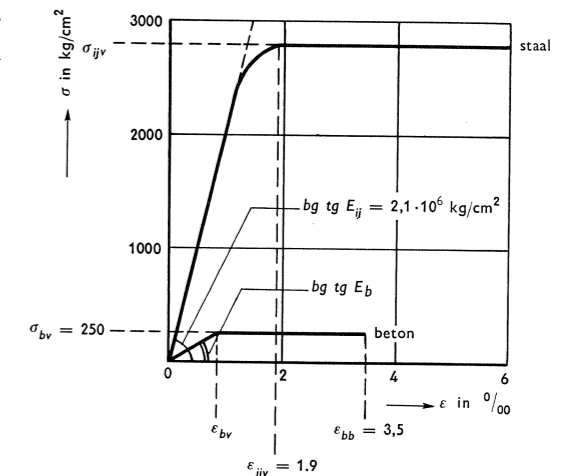


Fig. 49. $M-\kappa$ -diagrammen van het staal en het beton.

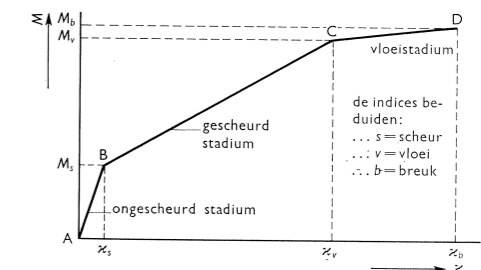


Fig. 50. Geschematiseerd $M-\kappa$ -diagram.

van een discontinuïteit. Het bij deze belasting behorende theoretische moment is bekend. Doordat vooral bij de lage belastingen een goede overeenstemming tussen proef en theorie aanwezig is, mag worden aangenomen dat dit theoretische moment een redelijke aanwijzing voor het scheurmoment vormt. Doordat de tangentiale drukkracht N_y naar de randbalk toe afneemt, treedt in de overige doorsneden een kleiner scheurmoment op dat, uitgaande van het scheurmoment in de top, voor een aantal punten is berekend.

Het gescheurde stadium

Dit stadium is theoretisch vrijwel niet toegankelijk. Wel is het mogelijk de grenzen te bepalen, t.w. de punten B en C uit fig. 50. Het punt B is reeds vastgelegd. Punt C, waarbij de wapening juist begint te vloeien, is op de volgende wijze bepaald:

Langs theoretische weg kan worden aangetoond dat de normaalkracht N_y vrijwel ongevoelig is voor verschijnselen als scheurvorming in het schaalgedeelte of het optreden van een lijnscharnier in de top en dus evenredig met de belasting blijft toenemen. De schaalbelasting waarbij de wapening juist begint te vloeien is uit de gemeten belasting-kromming diagrammen weer herkenbaar door een discontinuïteit. Voor de bij deze vloeibelasting optredende normaalkracht N_y kan dus de theoretische waarde worden aangehouden. De vraag is nu alleen hoe groot het vloeimoment is dat bij deze normaalkracht optreedt. Hiertoe is in fig. 51 een willekeurige vervormingstoestand getekend, waarbij is uitgegaan van een rek van het staal van $1,9\text{‰}$ (zie fig. 49). Voor een aangenomen waarde ϵ_b van de stuik van het beton is ook de stuik van de drukwapening en de plaats van de neutrale lijn vastgelegd. Daar de schaal-

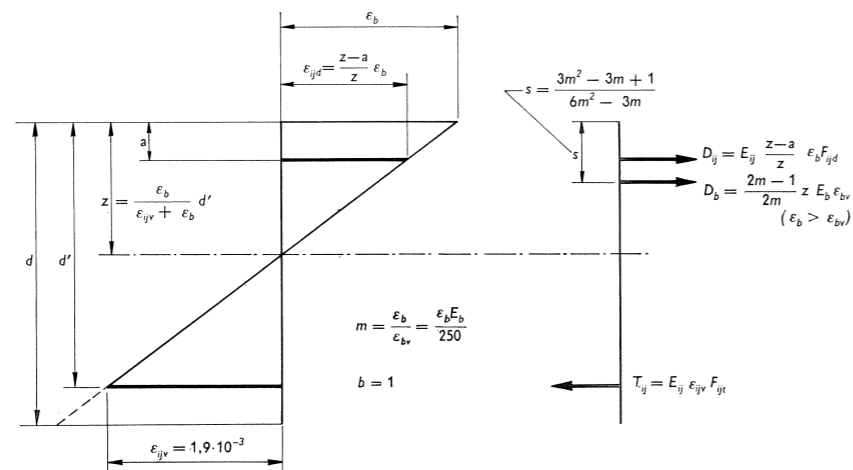


Fig. 51. De op te nemen normaalkracht N_y en het op te nemen vloeimoment M_{yv} bij een willekeurige vervormingstoestand.

dikte en de grootte en de plaats van de wapening bekend zijn, kunnen met gebruikmaking van de σ - ϵ -diagrammen van het staal en het beton de hierin optredende normaalkrachten worden berekend, waarmee de totale door de doorsnede over te brengen normaalkracht bekend is. Uit het momentenevenwicht volgt het bij deze vervormingstoestand behorende buigende moment. Door bij de constante rek van het staal de betonstuik te variëren, kan het verband tussen M_{yv} en N_y worden bepaald. In fig. 52 is dit verband grafisch weergegeven voor schaal A5 en wel voor het middengedeelte van de schaal waar de hoeveelheid trekwapening globaal $2 \times$ de hoeveelheid drukwapening bedraagt, en voor het gedeelte meer bij de randbalk gelegen waar de trekwapening gelijk is aan de drukwapening. Voor de theoretisch bepaalde N_y -waarde kan nu in fig. 52 het bijbehorende moment M_{yv} worden afgelezen. Daar bij een bepaalde vervormingstoestand de hoogte z van de drukzone vastligt, kan in fig. 52 tevens het verband tussen z en N_y worden aangegeven. Hierdoor is de bij een bepaalde combinatie van M_y en N_y behorende kromming bekend, immers:

$$z = \frac{\epsilon_b}{z} = \frac{1,9 \cdot 10^{-3}}{d' - z}$$

Daar N_y langs de schaal varieert, zal ook het vloeimoment van plaats tot plaats verschillen. Ter vereenvoudiging is voor het schaalgedeelte waar de trekwapening het dubbele is van de drukwapening de normaalkracht N_y ingevoerd welke aanwezig is op 50 cm vanaf de randbalk, en voor het gedeelte waar trek- en drukwapening gelijk zijn de normaalkracht N_y op 23 cm vanaf de randbalk.

Het vloeistadium

Na het bereiken van punt C (fig. 50) neemt bij groter wordende normaalkracht het moment nog iets toe. Daar deze toeneming echter zeer gering is, wordt het moment in het vloeigebied constant verondersteld.

In fig. 53 zijn de beide voor de interpretatie van schaal A5 toegepaste M - κ -diagrammen gegeven. In de omgeving van het momentennulpunt is het moge-

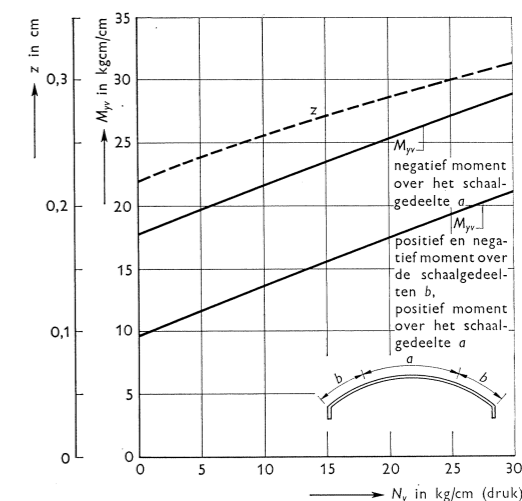
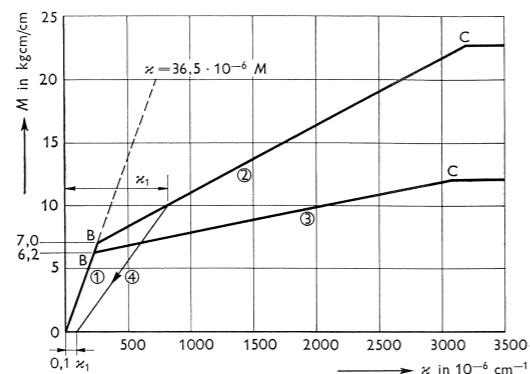


Fig. 52. Verband tussen de normaalkracht N_y en het vloeimoment M_{yv} , alsmede tussen N_y en de hoogte z van de drukzone bij schaal A5.

lijk dat het moment in het gescheurde stadium eerst toeneemt en later weer afneemt. Het juiste verloop van het $M-\kappa$ -diagram is in een dergelijk geval zeer moeilijk te geven. Uit proeven blijkt dat het bij de teruggang optredende verband tussen moment en kromming kan worden benaderd door het in fig. 53 aangegeven verloop. Daar een vermindering van het moment in de gescheurde toestand slechts sporadisch voorkomt, leidt een eventueel minder juiste onderstelling in het onderhavige geval niet tot een verandering van het gehele beeld.



- ① ongescheurd stadium
- ② gescheurd stadium; negatief moment 50 cm vanaf de randbalk
- ③ gescheurd stadium; positief en negatief moment 23 cm vanaf de randbalk
- ④ gescheurd stadium; diagram bij ontlasten vanaf een kromming κ_1

Fig. 53. $M-\kappa$ -diagrammen van schaal A5.

BIJLAGE 3

Berekening van de schalen A1 en A2 voor diverse stadia van vloeien van de wapening in de randbalken bij verschillende buigingsstijfheden van het schaalgedeelte

De berekeningen zijn uitgevoerd volgens het schema in de I.B.C.-mededelingen 4 (1956) no. 2, blz. 67 e.v., en behoeven slechts een toelichting wat betreft de veranderde waarde van de buigingsstijfheid van het schaalgedeelte en de gewijzigde randvoorwaarden.

Verminderde buigingsstijfheid van het schaalgedeelte

De parameter β welke is gedefinieerd door:

$$4 \beta^8 = \frac{12}{R^2 t^2} \alpha_n^4$$

ondergaat een wijziging. De factor $\frac{12}{R^2 t^2}$ is afkomstig van het quotiënt $\frac{Et}{KR^2}$. In de teller staat de rekstijfheid, in de noemer de buigingsstijfheid waarvoor normaal bij een homogene doorsnede wordt gesteld $K = \frac{1}{12} Et^3$. Neemt deze buigingsstijfheid door scheurvorming af, dan is het duidelijk dat de parameter β wijziging ondergaat. Een buigingsstijfheid van $\frac{1}{4} K$ leidt tot:

$$4 \beta^8 = \frac{48}{R^2 t^2} \alpha_n^4$$

De parameter β wordt dus een factor $\sqrt[4]{2}$ groter.

Randvoorwaarden (zie ook I.B.C.-mededelingen 4 (1956) no. 2, blz. 65)

Aangenomen is dat bij de hogere belastingen ten gevolge van scheurvorming het beton van de randbalk geen buigtrekspanningen kan overbrengen. De wringingsstijfheid van de randbalk zal door deze scheurvorming echter slechts weinig worden beïnvloed. De horizontale buigingsstijfheid daarentegen zal zeer gering worden. De eerste randvoorwaarde die de gelijkheid uitdrukt van de hoekverdraaiingen van schaalgedeelte en randbalk blijft dus onveranderd. Als tweede randvoorwaarde is gesteld $H_0 = 0$.

De totale trekkracht T in het staal moet evenwicht maken met de gesommeerde schuifkracht S aan de bovenzijde van de randbalk. De derde voorwaarde luidt dus:

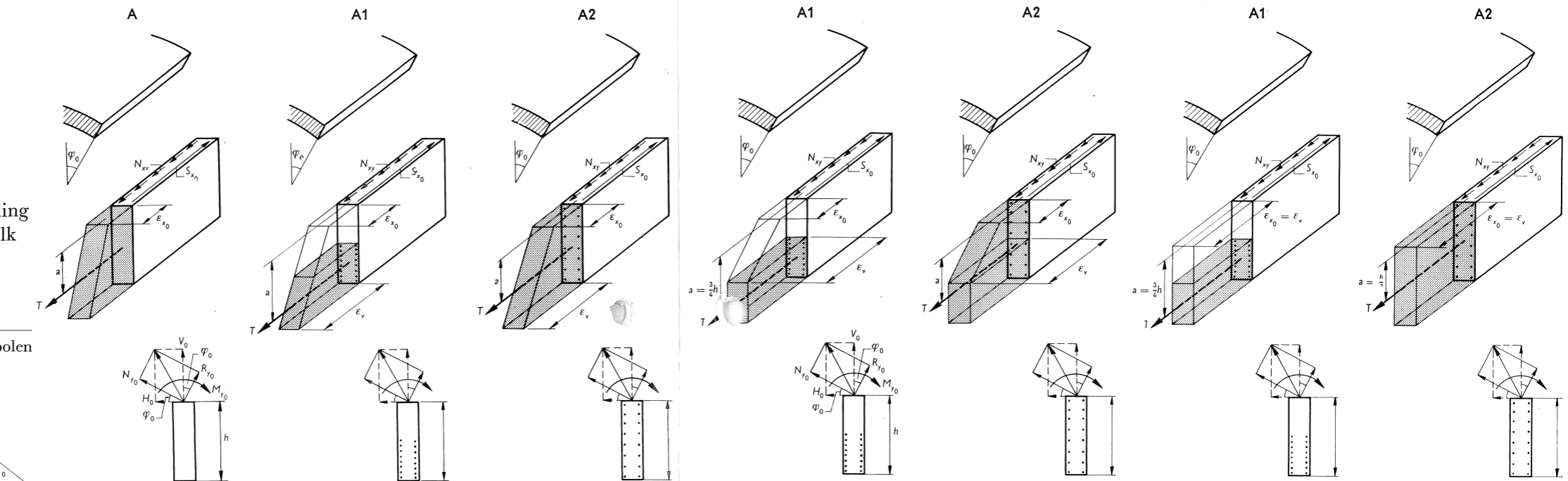
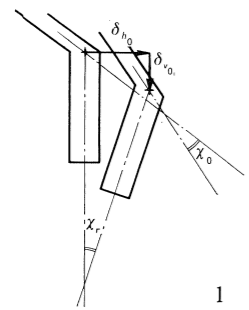
$$S_{x_0} = T$$

De trekkracht T kan worden uitgedrukt in de vloeispanning welke optreedt in de onderste staaf en de rek ε_{x_0} welke aan de bovenzijde van de balk aanwezig is. Deze uitdrukkingen zullen verschillen voor de schaal A1, waar de

Schaal:

Aangenomen
spanningsverdeling
over de randbalk

Symbolen



Voorwaarden:

	a.	b.	c.	d.
1	$\chi_0 = \chi_r$	$\chi_0 = \chi_r$	$\chi_0 = \chi_r$	$\chi_0 = \chi_r$
2	$\delta_{h_0} = \delta_{h_r}$	$H_0 = 0$	$H_0 = 0$	$H_0 = 0$
3	$\delta_{v_0} = \delta_{v_r}$	$S_{x_0} = T$ ($T = 3,7 \cdot 10^7 (\epsilon_{x_0} + 3\epsilon_v)$ kg)	$S_{x_0} = T$ ($T = 7,45 \cdot 10^7 (\epsilon_{x_0} + \epsilon_v)$ kg)	$S_{x_0} = T$ ($T = 14,9 \cdot 10^7 \epsilon_v$ kg = 198,6 t)
4	$\epsilon_{x_0} = \epsilon_{x_r}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \alpha_0^2 M = \frac{4\eta q}{\pi} - R_{y_0} \cos \varphi_0 - N_{y_0} \sin \varphi_0$ en $M = Ta$ ($a = \frac{h}{3} \frac{2\epsilon_{x_0} + 7\epsilon_v}{\epsilon_{x_0} + 3\epsilon_v}$)	$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \alpha_0^2 M = \frac{4\eta q}{\pi} - P_0 \cos \varphi_0 - N_{y_0} \sin \varphi_0$ en $M = Ta$ ($a = \frac{3}{4} h$)	$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \alpha_0^2 M = \frac{4\eta q}{\pi} - R_{y_0} \cos \varphi_0 - N_{y_0} \sin \varphi_0$ en $M = Ta$ ($a = \frac{3}{4} h$)
5		$\frac{\epsilon_v - \epsilon_{x_0}}{h} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0) = \alpha_0^2 (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0)$	$\frac{\epsilon_v - \epsilon_{x_0}}{h/2} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0) = \alpha_0^2 (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0)$	$\frac{\epsilon_v - \epsilon_{x_0}}{h/2} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0) = \alpha_0^2 (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0)$



Gedeelte van het diagram dat als spanning in rekening gebracht is.
In geval a: alleen voor het beton. In de gevallen b, c, d: alleen voor het staal.

Fig. 54. Randvoorwaarden voor de schalen A van ideaal materiaal en voor de schalen A1 en A2 bij verschillende vervormingen van de randbalk.

wapening tot de halve hoogte reikt, en de schaal A2 waar deze over de volle hoogte aanwezig is. Bovendien zullen deze uitdrukkingen verschillen voor de diverse stadia van vloeien van de wapening die worden onderscheiden. Hiervoor wordt verwezen naar fig. 54.

Door de beide krachten S en T met hefboomsarm a wordt een inwendig moment geleverd:

$$M = T a$$

De uitdrukkingen voor a verschillen weer voor de schalen A1 en A2 en voor de diverse stadia van vloeien. Dit moment moet evenwicht maken met het moment veroorzaakt door de verticale belasting op de randbalk. De negatieve tweede afgeleide van dit moment is dus gelijk aan deze belasting. Dit levert als vierde randvoorwaarde:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \alpha_0^2 M = \frac{4}{\pi} q - R_{y_0} \cos \varphi_0 - N_{y_0} \sin \varphi_0$$

Tenslotte geldt als vijfde voorwaarde dat de kromming \varkappa van de randbalk gelijk is aan de kromming van de schaalrand in een vertikaal vlak. Deze kromming van de schaalrand is gelijk aan de negatieve tweede afgeleide van de verticale verplaatsing. Gevonden wordt dus:

$$\begin{aligned} \varkappa &= -\frac{\partial^2}{\partial x^2} (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0) = \\ &= \alpha_0^2 (w_0 \cos \varphi_0 + v_0 \sin \varphi_0) \end{aligned}$$

De kromming \varkappa van de randbalk kan worden uitgedrukt als het quotiënt dat ontstaat door het verschil tussen de rekgrens van het staal $\left(\varepsilon_{ijv} = \frac{\sigma_{ijv}}{E_{ij}} = \frac{2800}{2,1 \cdot 10^6} \right)$ en de rek aan de bovenzijde van de balk te delen door de afstand van de wapeningsstaaf waarin juist vloeien is opgetreden tot de bovenkant van de balk. Slechts in het geval dat de rek aan de bovenzijde van de balk de rekgrens van het staal bereikt, treedt dit als voorwaarde in de plaats van die voor de krommingen. Voor een overzicht van de voorwaarden wordt verwezen naar fig. 54, waarin eveneens de in hoofdstuk 1 gebruikte randvoorwaarden staan vermeld.

In tegenstelling tot een normale berekening voor een symmetrische tonschaal zijn nu 5 randvoorwaarden opgesteld. Naast de 4 integratieconstanten A treedt als vijfde onbekende op, de belasting waarbij het onderstelde fenomeen optreedt, t.w. het vloeien van een bepaalde wapeningsstaaf. Deze belasting wordt gelijk gesteld aan $\eta \times$ de ontwerpbelasting. De factor η welke nu in feite als vijfde onbekende fungeert geeft dus aan hoeveel maal de ontwerpbelasting kan worden vergroot alvorens één van de onderzochte verschijnselen optreedt.

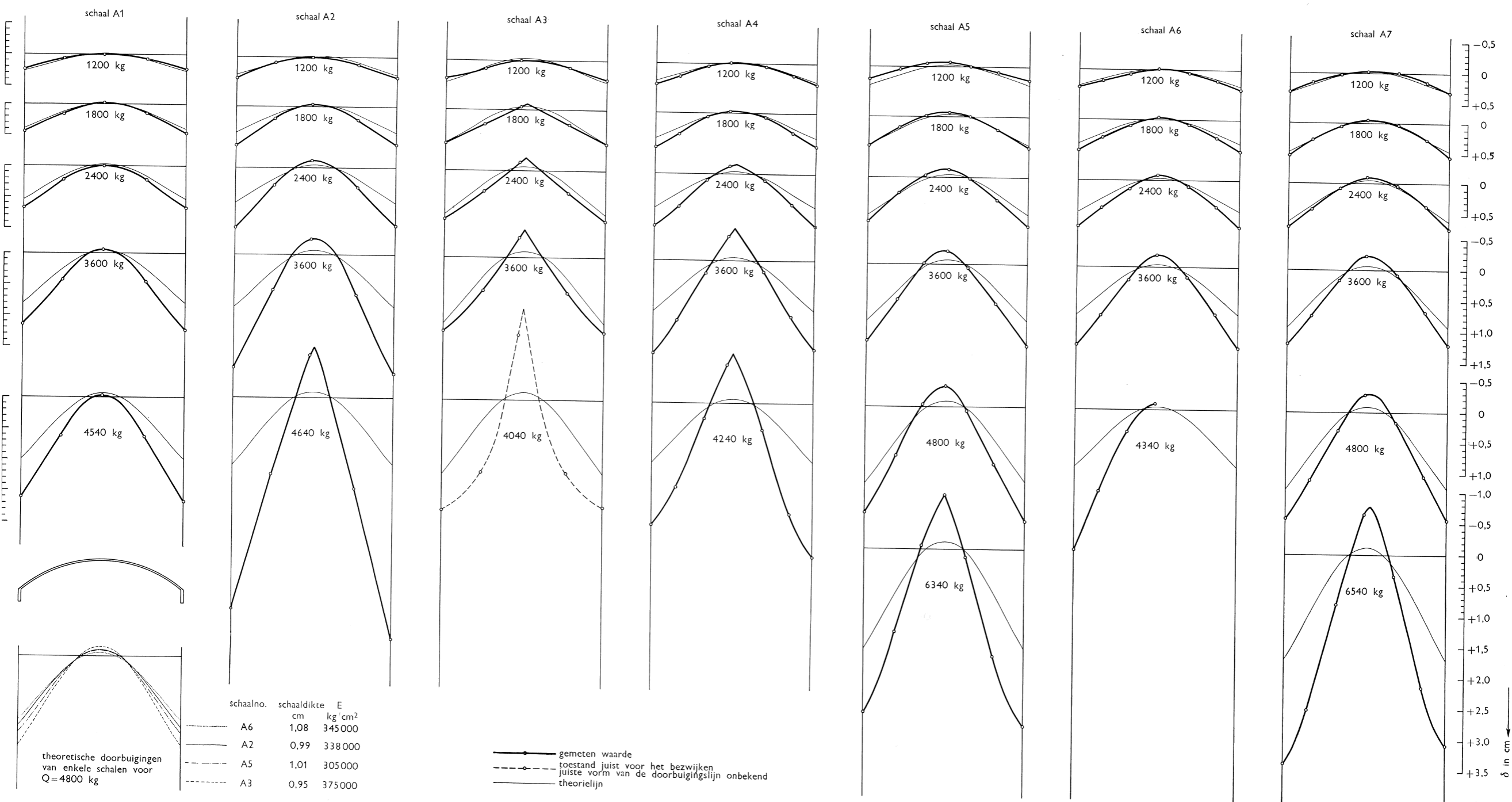


Fig. 23. Verticale verplaatsingen in de middendoorsnede bij verschillende belastingen, vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.

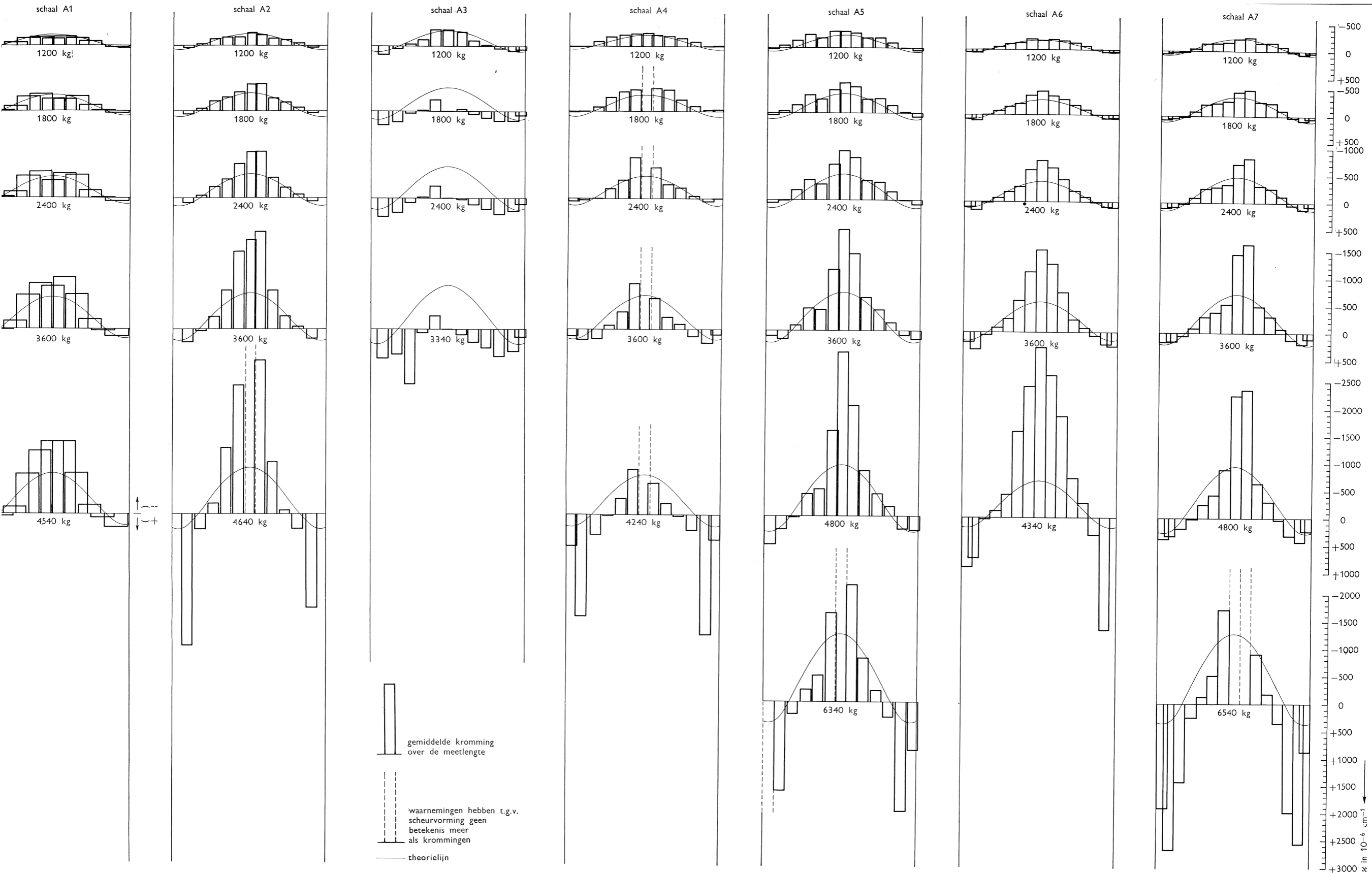


Fig. 25. Krommingen in dwarsrichting in de middendoorsnede bij verschillende belastingen, vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.

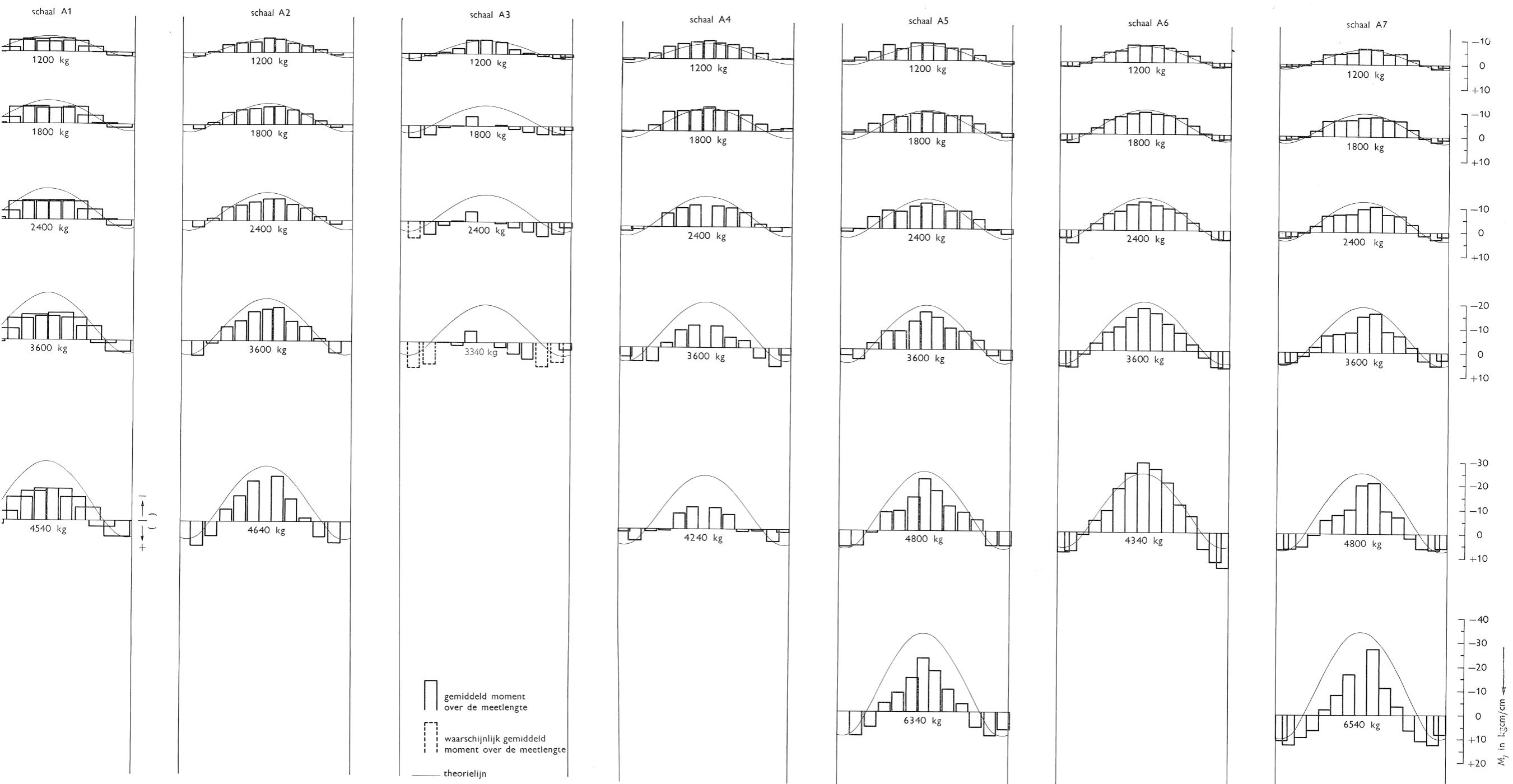


Fig. 26. Dwarsmomenten – met behulp van $M-z$ diagrammen, verkregen uit de krommingen van fig. 25 – vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.

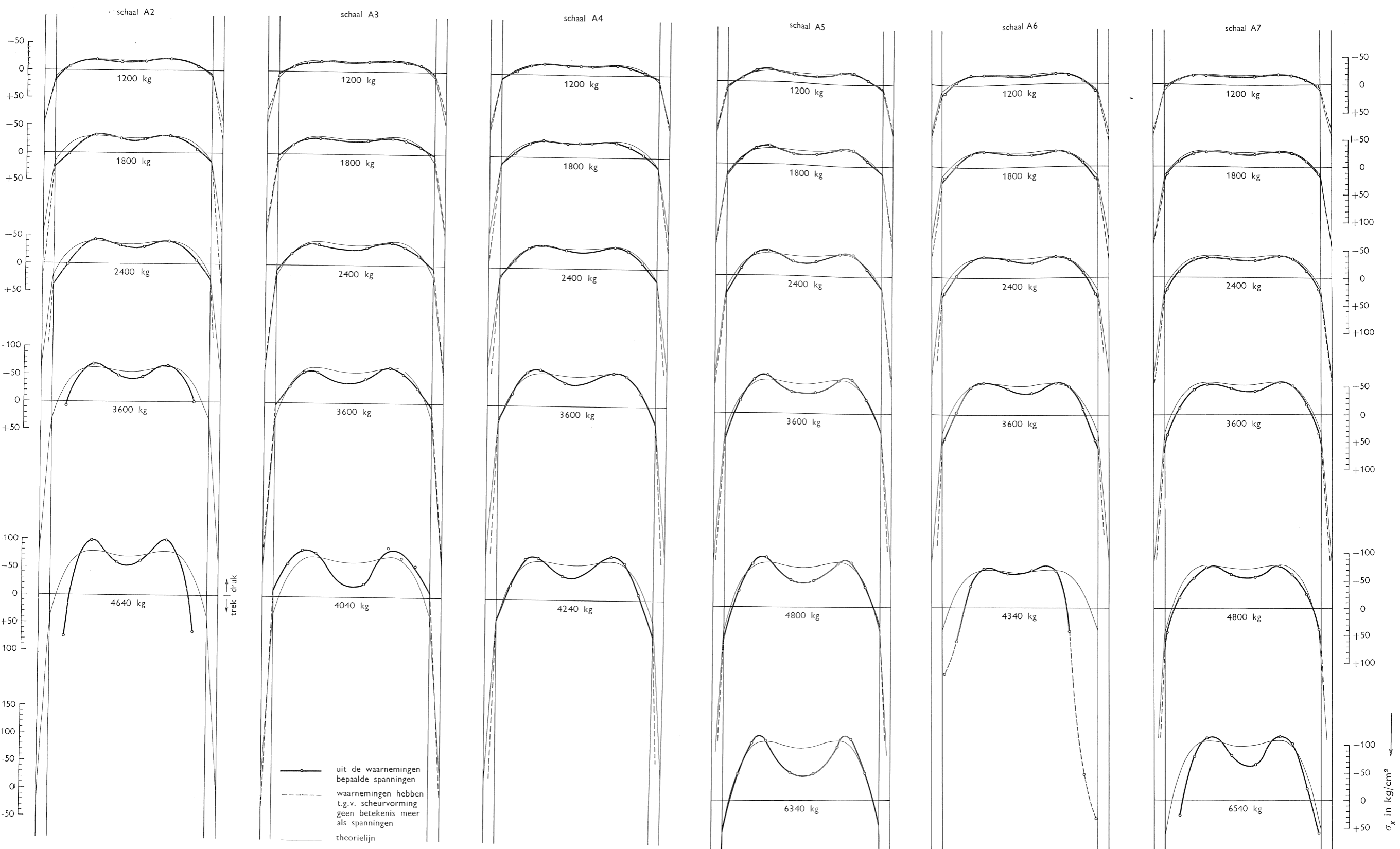


Fig. 27. Spanningen in langsrichting in de middendoorsnede van de schalen A 2 t/m A 7, vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.

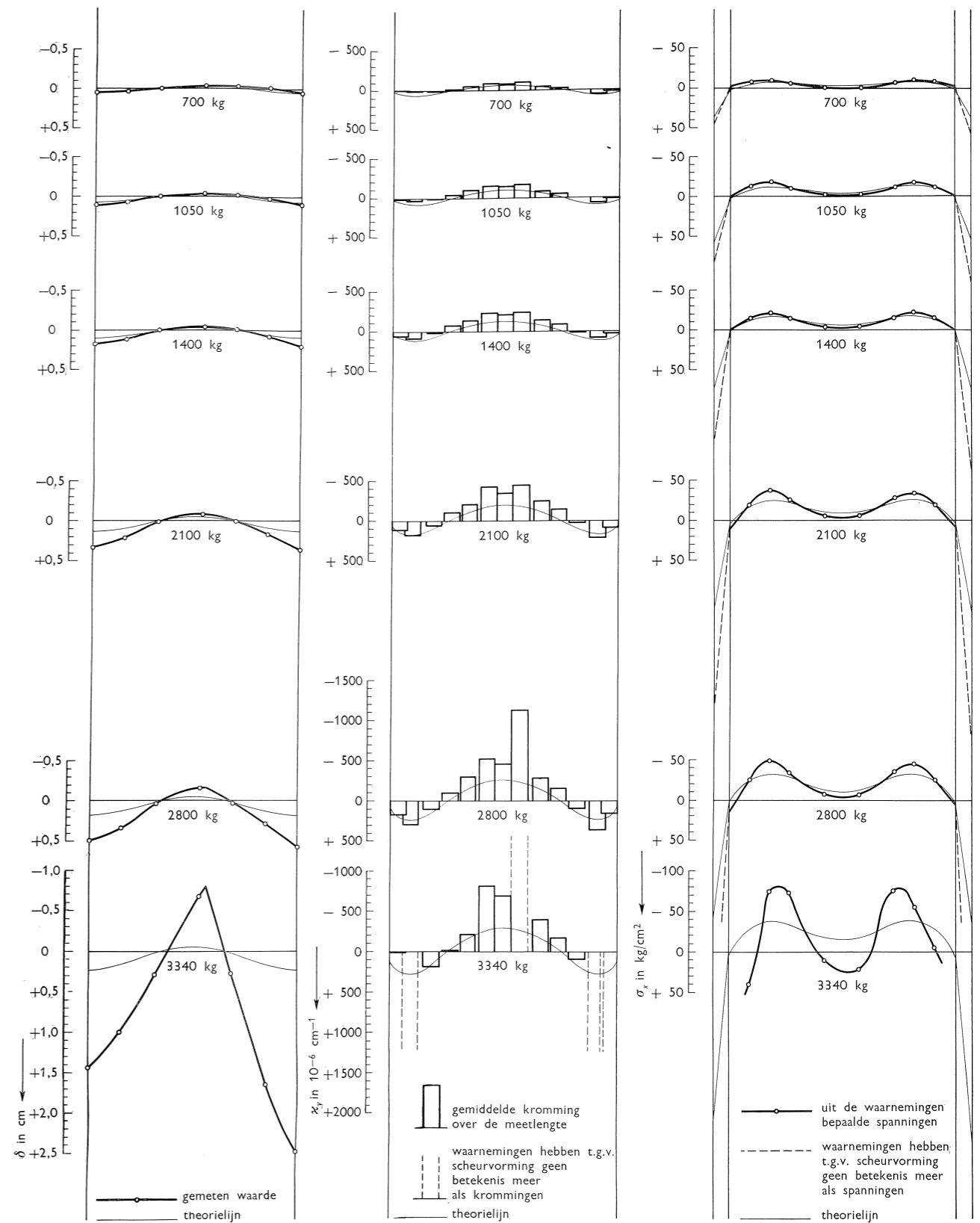


Fig. 38. Verticale verplaatsingen, krommingen in dwarsrichting en spanningen in langsrichting in de middendoorsnede van schaal B1 vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.

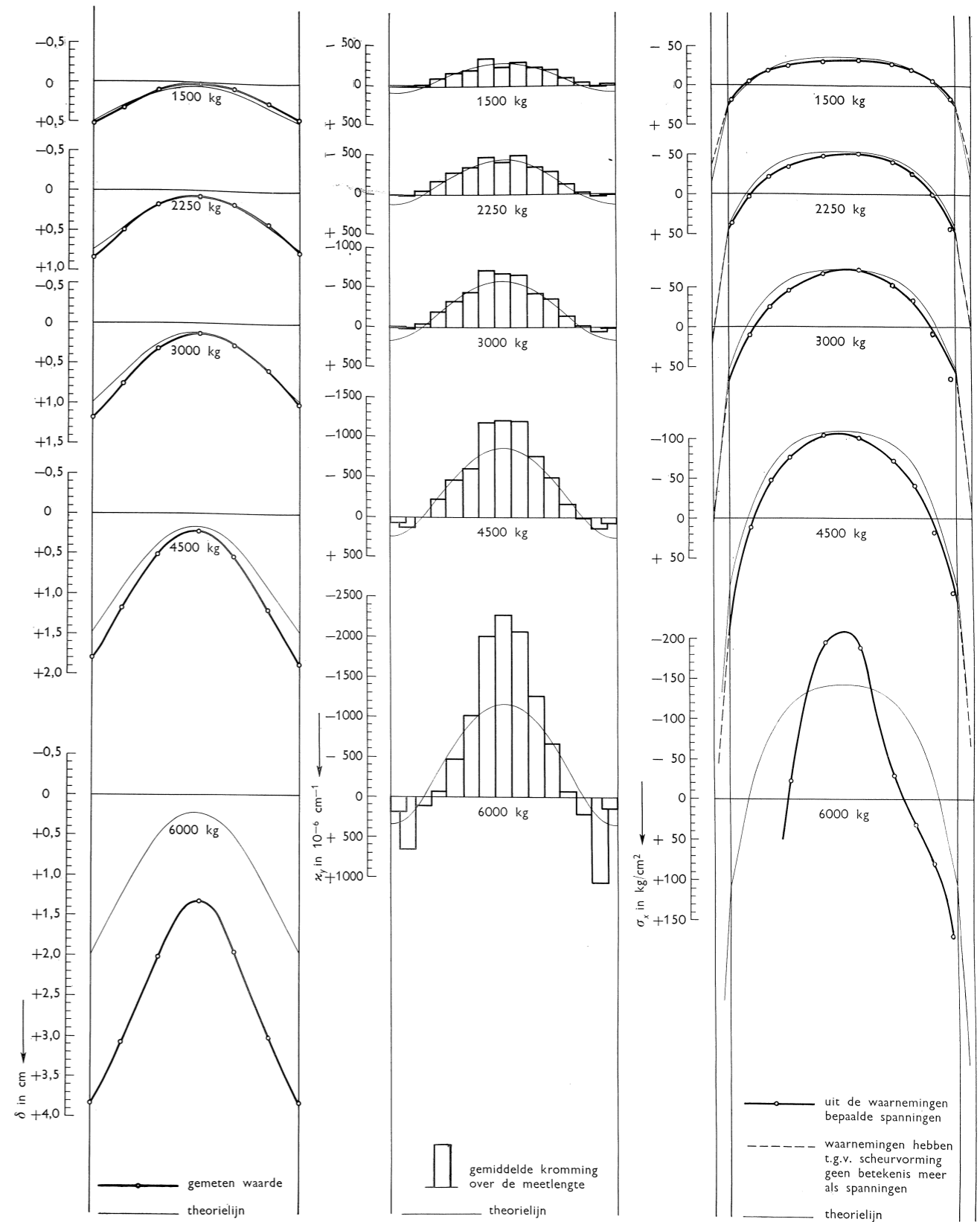
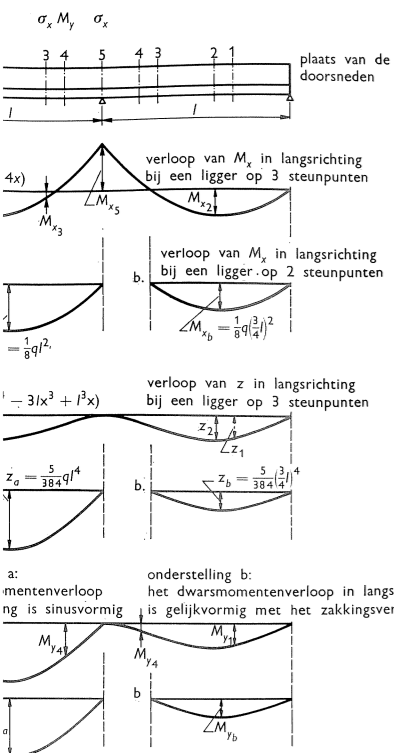


Fig. 42. Verticale verplaatsingen, krommingen in dwarsrichting en spanningen in langsrichting in de middendoorsnede van schaal C1, vergeleken met theoretische waarden welke zijn berekend voor een schaal van „ideaal” materiaal.



Berekening voor schaal D:

De verticale verplaatsing van een schaal met overspanning l geeft de doorsnede waarden

δ , M_{y_a} en δ_a .

De verticale verplaatsing van een schaal met overspanning $3/4 l$ geeft de doorsnede waarden

δ , M_{y_b} en δ_b .

De verplaatsingen zijn als volgt omgewerkt:

De verplaatsing geldt voor de schaal op 3 steunpunten.

a) geval b

$$\sigma_{x_2} = \frac{M_{x_2}}{M_{x_b}} \cdot \sigma_{x_b}$$

$$\delta_2 = \frac{z_2}{z_b} \delta_b$$

$$z_{y_1} = \frac{M_{y_1}}{M_{y_b}} z_{y_b} = \frac{z_1}{z_b} z_{y_b}$$

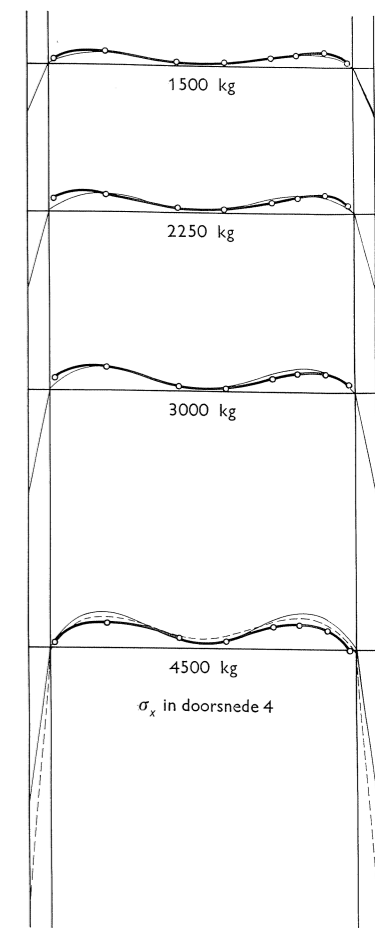
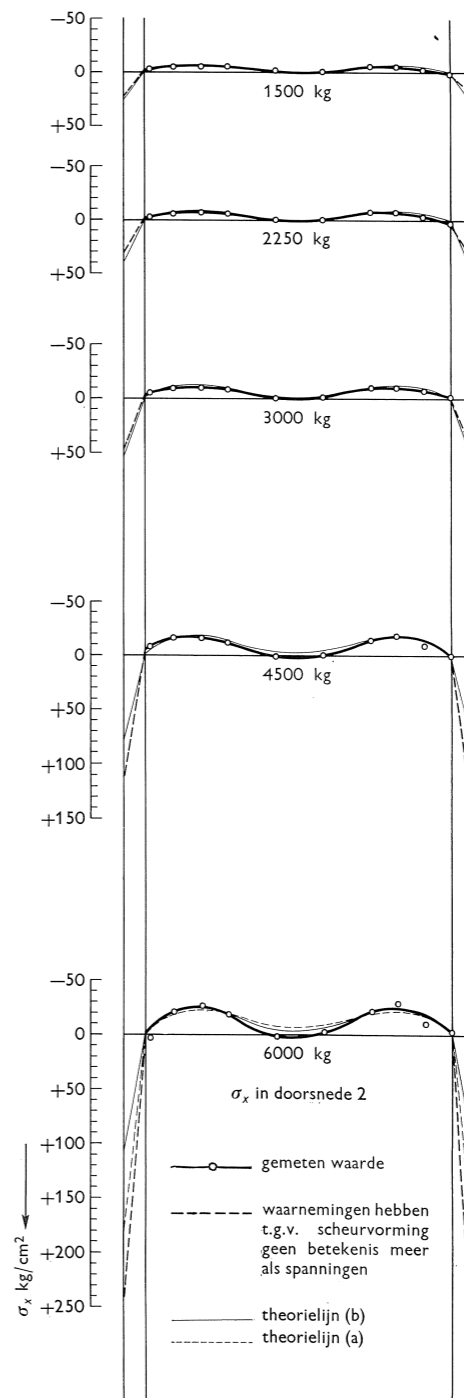
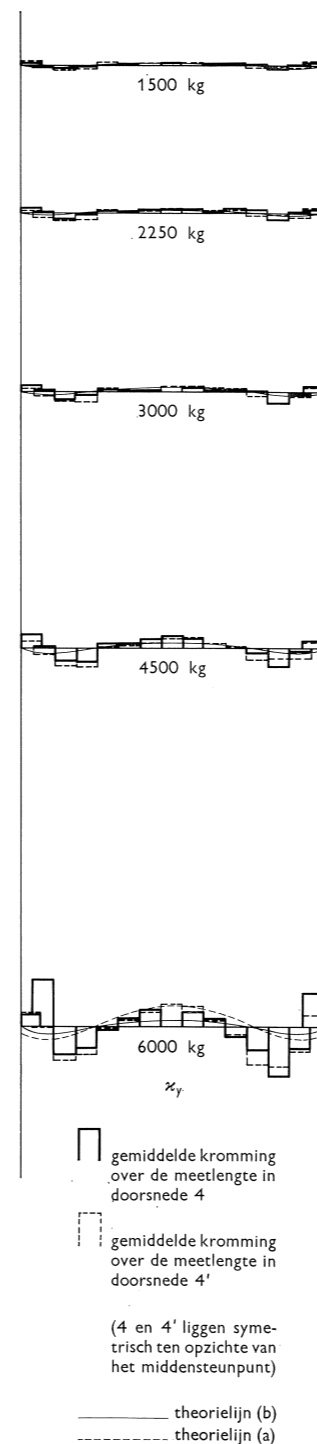
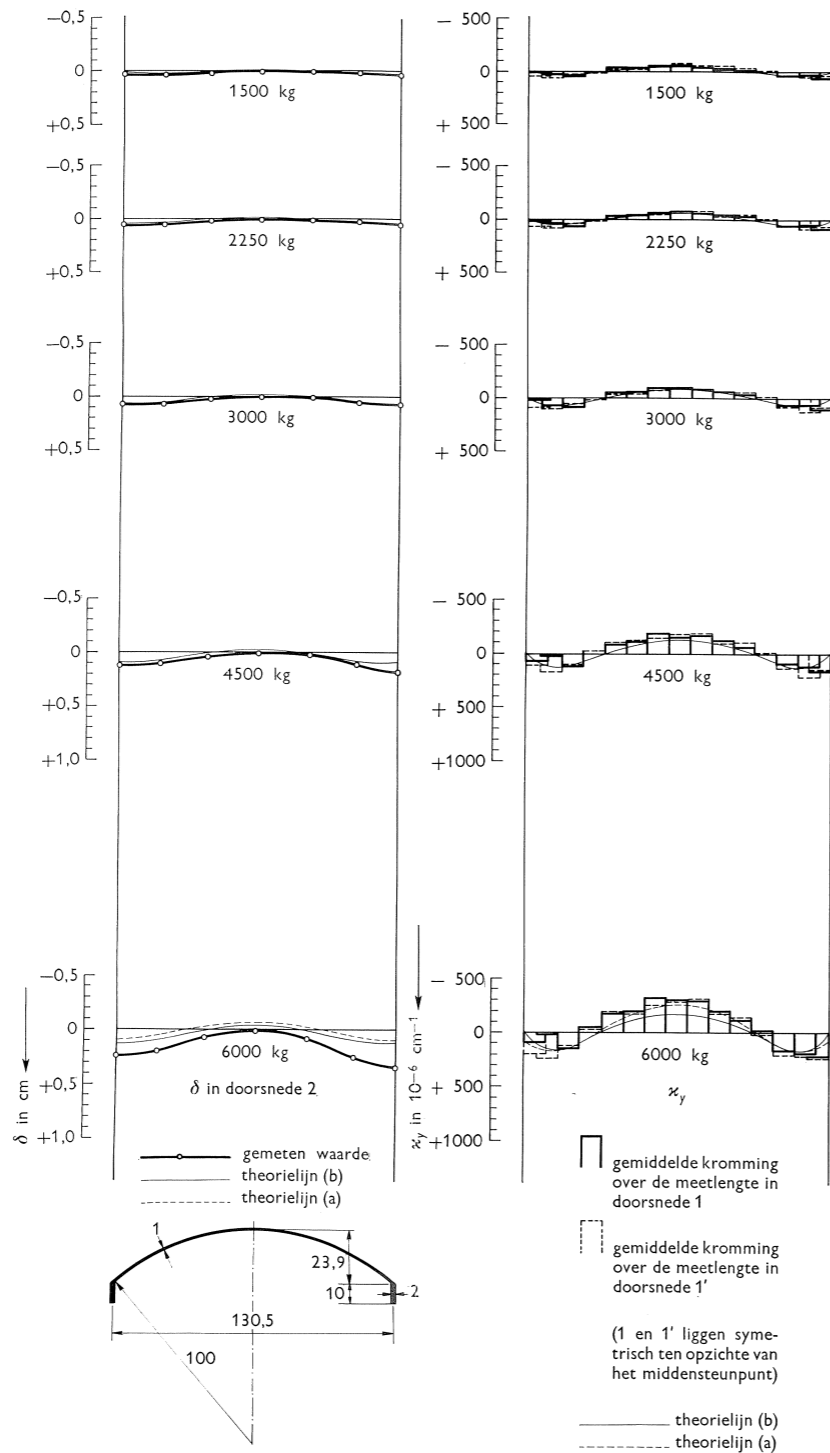


Fig. 48. Verticale verplaatsingen, krommingen in dwarsrichting en spanningen in langsrichting in de middendoorsnede van schaal D1, vergeleken met theoretische waarden, welke zijn berekend uitgaande van schalen van „ideaal” materiaal en omgewerkt met behulp van de liggertheorie.