

STERKTE EN STIJFHEID VAN HOUTEN BALKLAGEN

U.D.C. 624.072.2:624.011.1

Ten gerieve van de commissie tot herziening van de T.G.B. 1955 zijn de in dit voorschrift met betrekking tot de sterkte en doorbuiging van houten vloeren gestelde eisen aan een onderzoek onderworpen. Het blijkt noodzakelijk dergelijke eisen te stellen om te waarborgen, dat de constructie voldoende sterkte bezit, dat geen schadelijke gevolgen door optredende trillingen kunnen voorkomen, dat de na verloop van tijd te bereiken maximale doorbuiging niet te groot wordt en dat de vloer bij het belopen een stijve indruk maakt. Deze criteria worden nader uitgewerkt en voeren ten slotte tot een tweetal eisen waarop een vloer moet worden berekend. Enkele aanvullende beschouwingen worden gegeven over de grootte van de belastingen voor het berekenen van dergelijke vloeren.

0 Inleiding

Bij de berekening van houten balklagen wordt, met name in de woningbouw, in de regel volstaan met een sterkteberekening en wordt geen aandacht besteed aan de stijfheid. Daardoor worden dikwijls vloeren aangetroffen die op de gebruiker een onprettige „slappe” indruk maken of andere bezwaren vertonen die op enigerlei wijze met de doorbuiging van de constructie samenhangen.

Een en ander is een gevolg van het feit, dat de T.G.B. 1955 (Technische Grondslagen voor Bouwvoorschriften, N 1055) eerst voor overspanningen van 5,25 m en meer berekening op stijfheid eisen. In verband met de op handen zijnde wijziging van de T.G.B. werd het daarom wenselijk geacht dit vraagstuk nader te bestuderen. Hierbij deed zich evenwel een moeilijkheid voor, namelijk dat een deel dezer materie zich bezwaarlijk laat omschrijven, daar subjectieve en gevoelsmatige factoren een grote rol spelen. Gepoogd is tot een zekere ordening van het probleem te geraken. Hoewel de volgens de in het volgende voorgestelde eisen te maken houten vloerconstructies weinig zullen afwijken van de thans gangbare, wordt het een voordeel geacht wanneer bekend is waarom een bepaalde eis wordt gesteld en wat de consequenties van het wel of niet eraan voldoen ongeveer kunnen zijn. Tot deze verheldering een bijdrage te leveren is de bedoeling van dit artikel.

Achtereenvolgens komen ter sprake: enkele algemene begrippen; een overzicht van in een aantal landen op dit gebied geldende eisen; de doeleinden waarvoor bepaalde eisen nodig zijn en een nadere uitwerking hiervan. Een en ander resulteert in enkele voorgestelde eisen, die vergeleken zullen worden met de thans geldende. Ten slotte wordt melding gemaakt van een kleine enquête die ter toetsing van de theorie is gehouden en waarbij een aantal personen werd gevraagd een drietal vloeren te beoordelen op hun beloopbaarheid.

1 Enkele begrippen

1.1 Sterkte en stijfheid

Een overspanningsconstructie dient behalve voldoende sterk ook voldoende stijf te zijn. Een constructie noemt men *sterk* als zij weerstand kan bieden aan grote krachten; men noemt haar *stijf* wanneer de bij een bepaalde belasting direct optredende vormveranderingen gering zijn.

De stijfheid van een constructiedeel is een functie van de elasticiteitsmodulus van het materiaal, van de afmetingen en van de wijze van oplegging, maar niet van de belasting. Wel komt de mate van stijfheid pas tot uitdrukking bij belasten, namelijk in de grootte van de ten gevolge van de belasting optredende *elastische doorbuiging*. In bouwvoorschriften worden daarom wel eisen gesteld ten aanzien van de toelaatbare elastische doorbuiging bij een bepaalde belasting.

Behalve een direct optredende doorbuiging veroorzaakt een niet te kortstondige belasting ook een met de tijd toenemende doorbuiging, als gevolg van kruip. Door dit kruipverschijnsel kan de *totale doorbuiging* op den duur veel groter worden dan de elastische vormverandering. Dit doet aan de sterkte

Notaties

| | | | |
|-----------|---|----------------|--|
| E | elasticiteitsmodulus | n_e | eigenfrequentie van de constructie. |
| I | traagheidsmoment. | n_0 | kleinste waarde van n_e . |
| M | buigend moment. | p | nuttige belasting (gelijkmatig verdeeld) |
| P | puntlast. | p_g | gelijkwaardige nuttige belasting. |
| R | vergrotingsfactor. | p_w | werkelijke nuttige belasting. |
| W | weerstandsmoment. | q | totale belasting (gelijkmatig verdeeld). |
| b | breedte van houten balk | q_g | gelijkwaardige totale belasting. |
| f | doorbuiging | q_w | werkelijke totale belasting. |
| f_{el} | elastische doorbuiging. | u_t | dynamische belasting. |
| f_{tot} | totale doorbuiging | u | amplitude van de dynamische belasting. |
| f_g | elastische doorbuiging ten gevolge van belasting g | u_{max} | grootste waarde van u . |
| f_{q_g} | elastische doorbuiging ten gevolge van belasting q_g | ε | specifieke vormverandering. |
| enz. | | λ | coëfficiënt waarmee q_w moet worden vermenigvuldigd om q_g te krijgen. |
| g | permanente belasting, b.v. door eigen gewicht constructie | μ | massa per eenheid van lengte. |
| g_g | gelijkwaardige permanente belasting. | ν | hoekfrequentie van de dynamische belasting. |
| g_w | werkelijke permanente belasting. | σ | spanning. |
| h | hoogte van houten balk. | σ_g | spanning ten gevolge van belasting g . |
| l | overspanning van houten balk of vloerconstructie. | σ_{p_w} | spanning ten gevolge van belasting p_w . |
| m | kruiplimiet. | $\bar{\sigma}$ | toelaatbare spanning. |
| m_b | kruiplimiet bij buiging. | φ | „veiligheidscoëfficiënt” tegen resonantie. |
| n | frequentie van de dynamische belasting (in Hertz). | ω | eigen hoekfrequentie. |
| n_{max} | grootste waarde van n . | | |

noch aan de stijfheid van de constructie iets af en is uit dien hoofde dan ook niet bezwaarlijk. Wel zal het in het algemeen aanbeveling verdienen uit constructieve of esthetische overwegingen (b.v. scheuren van gepleisterd plafond) aan deze totale doorbuiging grenzen te stellen, terwijl het duidelijk is dat wanneer deze doorbuiging zo grote afmetingen zou gaan aannemen dat daardoor de krachtsverdeling in de constructie aanzienlijk gewijzigd wordt, dit eveneens tot beperking aanleiding geeft. In tegenstelling tot de stijfheid is de totale doorbuiging uiteraard wel afhankelijk van de belasting die op de constructie werkzaam is.

1.2 *Gelijkwaardige belasting*

Een belasting die statisch werkzaam is op een constructie, bijvoorbeeld een balk, veroorzaakt een bepaalde maximale spanning σ_{stat} en een maximale doorbuiging f_{stat} . Wanneer „dezelfde belasting dynamisch werkzaam” is, waarbij gedacht kan worden aan een periodieke belasting of een belasting met stootkarakter, zullen onder overigens dezelfde omstandigheden in dezelfde maatgevende doorsnede de maximale spanning σ_{dyn} en de doorbuiging f_{dyn} zijn. Men kan dan stellen (spanningen en doorbuigingen zijn evenredig, dus beide worden in dezelfde mate vergroot):

$$\sigma_{\text{dyn}} = R\sigma_{\text{stat}} \quad \text{en} \quad f_{\text{dyn}} = Rf_{\text{stat}},$$

waarbij R de *vergrotingsfactor* wordt genoemd. Op de grootte hiervan wordt later ingegaan.

Anderzijds is het mogelijk een zodanige statische belasting te vinden dat de daardoor veroorzaakte σ'_{stat} en f'_{stat} gelijk zijn aan σ_{dyn} en f_{dyn} . Deze statische belasting heet dan de *gelijkwaardige belasting*. Door dus de constructie op deze schijnbare (statische) gelijkwaardige belasting te berekenen krijgt men dezelfde maatgevende spanningen en doorbuigingen als wanneer de werkelijk optredende dynamische belasting in rekening wordt gebracht.

Deze gang van zaken wordt eenvoudigheidshalve dikwijls toegepast, vooral als de werkelijk optredende belastingen niet nauwkeurig bekend zijn. Zo worden in de T.G.B. 1955 voor verschillende vloeren waarden van de nuttige belasting p voorgeschreven. Daar deze p alleen als statische belasting in rekening behoeft te worden gebracht hebben we hier dus te maken met een gelijkwaardige belasting, hetgeen ook kan blijken uit de grote waarden van p die voor in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren in rekening moeten worden gebracht (b.v. voor woonhuisvloeren $p = 200 \text{ kgf/m}^2$, voor dansvloeren $p = 500 \text{ kgf/m}^2$).

In het geval dat zowel statische als dynamische belasting door hetzelfde object worden veroorzaakt (b.v. een hossende menigte) is het nuttig, om begripsverwarring te voorkomen, enkele begrippen te omschrijven. Deze omschrijvingen gelden voor het geval dat de dynamische verschijnselen periodiek zijn, dus telkens na een bepaald tijdsinterval herhaald worden.

Onder *statische belasting* wordt verstaan de gemiddelde belasting over lange tijd („lange tijd” is lang ten opzichte van de periode van de belasting en lang ten opzichte van de eigen trillingstijd van de constructie) (zie figuur 1).

De *dynamische belasting* is het verschil tussen de totale belasting en de statische belasting. Uit het voorgaande volgt dat het gemiddelde van de dynamische belasting over lange tijd nul is. In de voorbeelden is steeds een sinusvormige met de tijd variërende belasting verondersteld.

De volgende notatie wordt ingevoerd:

q_g = de gelijkwaardige totale belasting;

q_w = de werkelijk aanwezige totale statische belasting;

u_t = de dynamische belasting, die afhankelijk is van de tijd en de amplitude u heeft;

R = de reeds eerder genoemde vergrotingsfactor.

Uit het in deze paragraaf behandelde volgt dat voor de gelijkwaardige belasting q_g geschreven kan worden:

$$q_g = q_w + Ru \dots \dots \dots (1)$$

Verderop zal worden aangetoond dat deze uitdrukking ook kan worden geschreven als:

$$q_g = \lambda q_w \dots \dots \dots (2)$$

waarin de coëfficiënt λ zo gekozen zal worden dat q_g de meest ongunstige belasting voorstelt die op de constructie kan aangrijpen, zodat de constructie dus op deze q_g moet worden berekend.

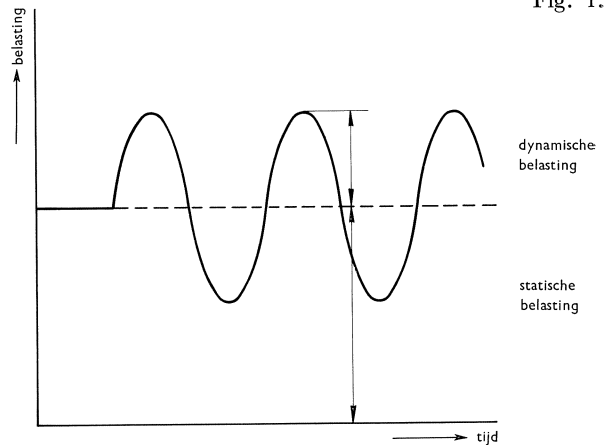
2 Bestaande voorschriften

2.1 T.G.B. 1955

Naast een eis betreffende de sterkte wordt in de huidige T.G.B. de doorbuiging van houten liggers gelimiteerd. In art. 38 wordt geëist: „Van houten liggers met een overspanning van 5,25 m en meer mag de berekende doorbuiging ten gevolge van de nuttige belasting niet meer dan 1/500 van de overspanning bedragen.”¹⁾

¹⁾ De waarde 5,25 m komt voort uit een dagmaat van 5 m.

Fig. 1.



Voor liggers die vloeren dragen welke in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn (b.v. dansvloeren, gymnastiekvloeren) wordt in art. 39 voorgeschreven dat deze doorbuiging niet meer dan 1/800 van de overspanning mag bedragen.

Samenvattend geldt dus:

$$f_p \leq \frac{l}{500}, \text{ voor } l \geq 5,25 \text{ m} \dots \dots \dots (3)$$

indien de vloer niet in belangrijke mate aan trillingen onderhevig is, en

$$f_p \leq \frac{l}{800} \dots \dots \dots (4)$$

indien dit wel het geval is. Hierbij wordt nog opgemerkt dat deze doorbuiging de te berekenen elastische doorbuiging is bij de in de T.G.B. vermelde nuttige belastingen p . Zoals reeds eerder werd vermeld is deze belasting p een gelijkwaardige belasting.

2.2 Buitenlandse voorschriften

De in een aantal landen geldende eisen met betrekking tot de doorbuiging van houten liggers worden hier ter vergelijking genoemd. De sterkte-eisen worden buiten beschouwing gelaten.

In *Duitsland* geeft DIN 1052 in art. 58 het volgende voorschrift: „Bei Decken unter Büro-, Wohn- und Diensträumen und unter Fabrik- und Werkstattträumen darf die rechnerische Durchbiegung von Deckenbalken unter der ständigen Last und der Verkehrslast im allgemeinen höchstens 1/300 l betragen. Bei Pfetten, Sparren, Balken von Stalldecken, Scheunen u. dgl. darf sie höchstens 1/200 der Stützweite, bei Kragträgern höchstens 1/150 der Kraglänge sein.”

In formulevorm geschreven betekent dit:

woon- en kantoorruimten: $f_q \leq \frac{l}{300} \dots \dots \dots (5a)$

gordingen, sporen e.d.: $f_q \leq \frac{l}{200} \dots \dots \dots (5b)$

kraagliggers: $f_q \leq \frac{l}{150} \dots \dots \dots (5c)$

In *Zwitserland* worden, blijkens S.I.A. nr. 164, art. 24 dezelfde eisen (5a) en (5c) gesteld, waarbij evenwel wordt opgemerkt dat „wenn besondere Gründe es erfordern, wie z.B. bei Gipsdecken, diese Grenzwerte zweckentsprechend zu ermässigen sind.”

Ook in *Oostenrijk* (Önorm B 4101 art. IV) en in *Noorwegen* (NS 446) gelden geheel dezelfde eisen als in Duitsland.

In *Denemarken* schrijft DS 413, art. 12 voor dat in de woningbouw geldt:

$$f_p \leq \frac{l}{500} \cdot \dots \dots \dots (6)$$

waarbij voor de berekening van f_p lichte scheidingswanden niet tot de nuttige belasting mogen worden gerekend.

In *Frankrijk* geeft NF P 21-202 in art. 7 het volgende voorschrift:

„Vérifier que les flèches restent inférieures à celles qui sont fixées par les cahiers des charges. On peut admettre, dans les conditions normales d'utilisation, les flèches relatives totales correspondant aux hauteurs de poutres, données ci-dessous:

| Flèche relative totale | Hauteur de poutre |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 1/500 de la portée | 1/12 de la portée |
| 1/500 à 1/300 de la portée | 1/12 à 1/24 de la portée |
| supérieure à 1/300 de la portée | inférieure à 1/24 de la portée |

Lorsque l'importance de l'ouvrage le justifie, il est recommandé d'effectuer le calcul des déformations . . .” waarbij dan geëist wordt:

$$2f_g + f_p \leq \text{waarde uit tabel} \cdot \dots \dots \dots (7)$$

Hierin stelt f_g voor de doorbuiging ten gevolge van de permanent aanwezige belastingen (eigen gewicht van de constructie bijvoorbeeld).

In *Engeland* regelt CP 112 deze materie in art. 0.310. De desbetreffende passages luiden:

„(c) Stiffness and deflection: The dimensions of all flexural members should be such as to restrict deflections within limits appropriate to the type of structure, having particular regard to the possibility of damage to surfacing materials, ceilings, partitions and finishings and to functional needs generally in addition to aesthetic requirements. In the case of floors, this requirement may be assumed to be satisfied if the deflection of the supporting members when fully loaded does not exceed 0.003 of the span.

(g) Vibration: Attention is directed to the need for providing against undue vibration. In the case of floor joists, the use of strutting between the joists may reduce the effect of vibration.”

De eis betreffende de stijfheid en doorbuiging kan geschreven worden als:

$$f_a \leq \frac{l}{333} \cdot \dots \dots \dots (8)$$

In de *U.S.A.* wordt blijkens het Wood Handbook voor balklagen de volgende eis gesteld:

$$f_a \leq \frac{l}{360} \cdot \dots \dots \dots (9)$$

indien aan deze balklagen constructies zijn bevestigd waarin door de optredende doorbuigingen scheuren kunnen ontstaan. Is dit niet het geval dan mag de doorbuiging ten hoogste $1/240 l$ bedragen.

Een voorschrift van de A.I.T.C.¹⁾, Sa.11.03, somt eerst een aantal redenen op waarom een eis gewenst is:

„The permissible deflection of a structural member may be determined by one of the following conditions:

- a. Possible damage to attached or connected materials such as plaster and roofing.
- b. Effect on the function of the completed structure such as vibration and springiness.
- c. The acceptable final shape or position of the completed structure or member such as roof pitch and pockets affecting drainage or interior appearance.
- d. Effect on door clearances or effect on sash and glass below member.”

Twee criteria worden voorgesteld, aan welke tegelijkertijd moet worden voldaan:

$$f_p \leq \frac{l}{360} \text{ en } f_q \leq \frac{l}{240} \dots \dots \dots (10)$$

In *Canada* wordt blijkens CSA 086 eenzelfde eis gesteld als (9), waarbij geldt dat indien aan de balken geen constructies zijn bevestigd waarin door de optredende doorbuigingen scheuren kunnen ontstaan, deze waarde mag worden verhoogd tot $1/180 l$.

Na dit overzicht zijn enkele opmerkingen nodig. Hoewel blijkt dat in alle landen de elastische doorbuiging f wordt begrensd, bestaat er een verschil in het gedeelte van de belasting waarbij deze f wordt berekend, namelijk ten gevolge van de nuttige belasting p of van de totale belasting q . Er zij op gewezen dat dit gelijkwaardige belastingen zijn, waarvan de grootten in de verschillende voorschriften van de landen zijn gegeven. Voorts moet bij een vergelijking van de verschillende eisen in het oog worden gehouden dat per land het type constructie, en daarmee ook dikwijls het eigen gewicht hiervan belangrijk kan verschillen. In Duitsland b.v. past men vloerconstructies toe met een veel groter eigen gewicht dan in Nederland. De in de U.S.A. voorkomende vloerconstructies stemmen dikwijls wel goed met de Nederlandse overeen wat het eigen gewicht betreft, maar vertonen andere eigenschappen daar door het toepassen van een diagonaal lopende „onderbeplanking” (subfloor) die vloeren veelal een veel grotere stijfheid zullen hebben.

Moeten de opgesomde voorschriften dus elk in eigen licht worden gezien, dit neemt niet weg dat uit de verschillende eisen en formuleringen een goed

¹⁾ American Institute of Timber Construction.

overzicht wordt verkregen van de redenen waarom het nodig is bepaalde regels te stellen. Bij de nadere bespreking van het doel van de aan houten vloerconstructies te stellen eisen en de afleiding hiervan zal dan ook gebruik van het bovenstaande worden gemaakt.

3 Aan houten vloerconstructies te stellen eisen

3.1 Doel der eisen

De aan houten balklagen te stellen eisen hebben tot doel:

1. Het waarborgen van een voldoende sterke constructie (sterkte-eis).
2. Het voorkomen van schadelijke gevolgen door trillingen (trillingseis).
3. Het beperken van de na verloop van tijd te bereiken totale doorbuiging (doorbuigingseis).
4. Het waarborgen van een zekere stijfheid (stijfheidseis).

Achtereenvolgens zullen voor deze doeleinden, die na hetgeen in 2.2 is vermeld zonder nadere toelichting duidelijk zullen zijn, criteria worden afgeleid. Alvorens hiertoe over te gaan wordt nog opgemerkt dat er tussen de genoemde doeleinden een zekere samenhang bestaat. Zo betekent het voorkómen van schadelijke gevolgen door trillingen onder meer dat de constructie sterk genoeg moet zijn om aan deze trillingen weerstand te kunnen bieden. Tevens heeft het voor dit doel af te leiden criterium echter het karakter van een stijfheidseis, daar voelbare onaangename trillingen hierdoor voorkomen moeten worden. De benamingen voor de verschillende eisen zijn dan ook geen exacte aanduidingen, maar zijn ingevoerd om de verschillende aspecten van deze materie gemakkelijker te kunnen hanteren. Met name geldt dit ook voor de doorbuigings- en stijfheidseis, die wel in doel verschillen, maar in praktische uitwerking, wegens het verband dat er bij hout bestaat tussen de kruip en de elastische doorbuiging, beide herleid kunnen worden tot een begrenzing van de elastische doorbuiging.

Ter geruststelling van de meer praktisch ingestelde lezer zij nu reeds vermeld dat het aantal eisen waaraan een te berekenen constructie zal moeten voldoen niet vier doch slechts twee bedraagt.

3.2 Sterkte-eis

Het uitgangspunt bij de afleiding van een eis die een voldoende sterke constructie moet waarborgen is dat onder normale omstandigheden de maximaal in de balk optredende spanning σ_{\max} niet groter dan de toelaatbare spanning $\bar{\sigma}$ mag worden, dus:

$$\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma} \dots \dots \dots (11)$$

Aan deze voorwaarde moet zowel bij statische als bij dynamische belasting zijn voldaan. Blijkens 1.2 kan dit op eenvoudige wijze bereikt worden door voor σ_{\max} te nemen de maximaal optredende spanning ten gevolge van de

gelijkwaardige belasting q_g . De sterkte-eis kan dan geschreven worden als:

$$\sigma_{q_g} \leq \bar{\sigma} \dots \dots \dots (12)$$

Wat onder hogergenoemde „normale omstandigheden” moet worden verstaan zal in 3.3.7 nader ter sprake komen.

3.3 Trillingseis ¹⁾

3.3.1 Keuze van de meest ongunstige belasting

Om schadelijke gevolgen door trillingen te voorkomen is het noodzakelijk dat geen resonantie op kan treden. Nu zijn er verschillende types belastingen die op een constructie werkzaam kunnen zijn en tot trillingsverschijnselen aanleiding kunnen geven, zoals een dynamische, periodieke belasting (b.v. een ritmisch bewegende groep personen), veelal sinusvormig verondersteld, of een stootbelasting.

De vraag welk belastingtype het meest ongunstig voor de constructie is, is van belang. Gekozen wordt hiervoor een periodieke belasting, veroorzaakt door een groep personen die allen gezamenlijk of voor een deel ritmisch bewegen op zodanige wijze dat men nog juist niet los van de grond komt. Hierbij zijn namelijk bij niet te kleine amplitudes nog vrij hoge frequenties te behalen en zal het gevaar voor resonantie dus naar verhouding groot zijn. Weliswaar kan een stoot of botsing een grotere spanningspiek veroorzaken, doch deze is van zeer korte duur – een zeer kortstondige overbelasting kan door hout uitstekend worden opgenomen – en de frequentie van elkaar opvolgende stoten van enige intensiteit is, wanneer zij door mensen worden veroorzaakt, veel kleiner dan in het geval van ritmische beweging.

Men kan op verschillende wijzen proberen een zo ongunstig mogelijke belasting te berekenen ²⁾; verondersteld wordt dat een maximale frequentie n van de belasting groot 3,5 hertz een redelijk uitgangspunt is ³⁾.

Alvorens de trillingseis uit te werken zullen in het kort een aantal formules voor transversale trillingen van een homogene prismatische staaf worden afgeleid. Dit geschiedt in 3.3.2. t/m 3.3.5. In 3.3.6. wordt dan de eis geformuleerd.

3.3.2 Vrije ongedempte trilling

Wanneer een in twee punten stabiel ondersteunde elastische staaf een kleine uitbuiging ondervindt uit haar evenwichtsstand en daarna plotseling aan zich zelf wordt overgelaten, zal de staaf een transversale vrije trilling uitvoeren. Verondersteld wordt dat in de rusttoestand de as van de staaf langs OX valt (Fig. 2). Volgens het beginsel van d'Alembert bestaat er op ieder ogenblik evenwicht tussen de uitwendige beweeg-

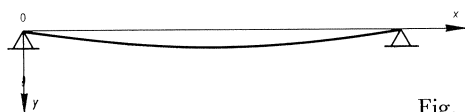


Fig. 2.

¹⁾ Bij de ontwikkeling van de in deze paragraaf gegeven beschouwingen is medewerking ontvangen van Ir. H. W. LOOF.

²⁾ Door b.v. het verband tussen amplitude en frequentie na te gaan, of met behulp van een arbeidsbeschouwing.

³⁾ Ook gebruikt in CUR-rapport nr. 17 „Vibration problems in prestressed concrete”.

krachten en de in ieder stoffelijk punt ingevoerde traagheidskrachten. Deze traagheidskrachten zijn in elk punt gelijk aan het produkt van de massa van het punt en zijn versnelling in tegengestelde zin genomen. Wordt de op de beschouwde staaf werkende traagheidsbelasting q_t genoemd, dan geldt:

$$q_t = -\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

waarin μ de massa is van de staaf per eenheid van lengte. De staaf gedraagt zich dus ten tijde t als een statisch belaste ligger, belast met q_t .

In de elasticiteitsleer gelden de volgende betrekkingen:

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} = -q_x \quad \text{en} \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_x.$$

Met behulp hiervan wordt voor de differentiaalvergelijking van de trillende staaf gevonden:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad \text{hetgeen ook geschreven kan worden als:} \quad EI y_t'''' = -\mu \ddot{y}_t.$$

In deze formule moeten de uitbuigingen y_t worden beschouwd als de uitwijkingen ten gevolge van de trilling alleen. Eventueel moeten deze worden gesuperponeerd op uitbuigingen die de staaf in de rusttoestand reeds bezat. Dat dit geen verschil op genoemde formule maakt blijkt uit het volgende voorbeeld: Stel een statische belasting g veroorzaakt een uitbuiging y_g . Dan geldt:

$$g - \mu \ddot{y}_t = EI y_t'''' + EI y_g'''' \quad \text{en ook} \\ g = EI y_g''''$$

Na aftrekken resteert dezelfde formule: $EI y_t'''' = -\mu \ddot{y}_t$, waarin ook in dit geval μ de in trilling zijnde massa per lengte-eenheid is.

Stelt men nu $y_t = y \sin \omega t$, dan is $\ddot{y}_t = -y \omega^2 \sin \omega t$ en wordt voor de differentiaalvergelijking van de trillende staaf gevonden: $EI y'''' = \mu \omega^2 y$. Nu is dus y de maximale uitbuiging of amplitude en ω de hoekfrequentie.

Oplossing van de differentiaalvergelijking voert tot:

$$y = C \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad \text{terwijl geldt:} \quad \omega_k = \frac{k^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}.$$

Hierin is k een willekeurig geheel getal en C een constante. De amplitude C van elke bij een bepaalde waarde van k behorende uitbuigingsvorm is dus onbepaald. De kleinste hoekfrequentie, voor $k = 1$, wordt de hoofdfrequentie genoemd en is gelijk aan:

$$\omega_1 = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}.$$

Voor de frequentie n_e wordt gevonden (met $n_e = \frac{\omega}{2\pi}$):

$$n_e = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \dots \dots \dots (13)$$

3.3.3 Gedwongen ongedempte trilling

Thans wordt het geval beschouwd dat op de trillende staaf behalve de traagheidskrachten nog een periodieke, dynamische kracht werkt, welke per lengte-eenheid wordt voorgesteld door $p_t = p \sin vt$, waarbij v niet overeenkomt met één van de eigenfrequenties ω_k van de vrije trillingsvormen der staaf. Verondersteld wordt dat door een statische belasting p een spanning σ_{stat} zou worden veroorzaakt. Voor de differentiaalvergelijking van de staaf wordt gevonden: $EI y_t'''' = -\mu \ddot{y}_t + p \sin vt$.

Er ontstaat nu een trilling met hoekfrequentie gelijk aan de opgedrongen hoekfrequentie v : $EI y'''' = v^2 \mu y + p$ en daar $v = 2\pi n$ is $EI y'''' = 4\pi^2 n^2 \mu y + p$.

Uit: $n_e^2 = \frac{\pi^2}{4l^4} \cdot \frac{EI}{\mu}$ volgt: $\mu = \frac{\pi^2}{4l^4} \cdot \frac{EI}{n_e^2}$

zodat:

$$EIy'''' = 4\pi^2 n_e^2 \frac{\pi^2}{4l^4} \cdot \frac{EI}{n_e^2} y + p$$

of:

$$EIy'''' = EI \frac{n_e^2}{n_e^2} \cdot \frac{\pi^4}{l^4} y + p$$

Als een (zeer goede) benadering wordt nu eenvoudigheidshalve verondersteld dat de uitbuigingslijn sinusvormig is met halve golfengete gelijk aan de overspanning l . Dan is:

$$y'''' = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot y \text{ en dus:}$$

$$EIy'''' = EI \frac{n_e^2}{n_e^2} y'''' + p \text{ of: } EIy'''' = \frac{1}{1 - n_e^2/n_e^2} p$$

Wanneer gesteld wordt:

$$R = \frac{1}{1 - n_e^2/n_e^2} \dots \dots \dots (14)$$

dan is R met dezelfde zeer goede benadering de vergrotingsfactor waarmee de spanning σ_{stat} moet worden vermenigvuldigd om de spanning σ_{dyn} ten gevolge van de dynamische belasting p_t te krijgen, dus $\sigma_{dyn} = R \sigma_{stat}$ (vergelijk par. 1.2).

3.3.4 Damping

Wanneer de dempingskracht evenredig is met de snelheid en γ de dempingsfactor is, dan geldt:

$$EIy_t'''' = -\mu \ddot{y}_t - \gamma \dot{y}_t + p \sin vt.$$

Hieruit kan worden afgeleid ¹⁾:

$$(\omega')^2 = \omega^2 \left[1 - \left(\frac{\gamma \omega}{2K} \right)^2 \right], \text{ waarin } K = \frac{\pi^4}{l^4} EI.$$

voorts:

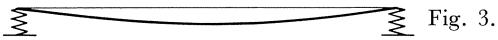
$$y = R' \frac{p}{K} \sin(vt - \vartheta),$$

waarin $\text{tg } \vartheta = \frac{-\nu \gamma / K}{1 - \nu^2 / \omega^2}$ en $R' = \frac{1}{\sqrt{(1 - \nu^2 / \omega^2)^2 + (\nu \gamma / K)^2}}$.

Over de grootte van de demping is weinig bekend. In het algemeen kan bij niet te grote demping worden gesteld: $\omega' = \omega$. Wanneer n nadert tot n_e (dus ν tot ω) dan is de invloed van de demping op de waarde van de vergrotingsfactor groot: $R' < R$. Voor waarden van n die kleiner zijn dan $\frac{1}{2}n_e$ is deze invloed slechts gering.

3.3.5 Verende opleggingen

In het voorgaande is steeds een vaste ondersteuningwijze van de liggers verondersteld, dus b.v. vaste scharnieren. Daar de opleggingen van houten balken in de praktijk in vele gevallen minder vast zullen zijn, is het gewenst een indruk te krijgen van de invloed die een andere ondersteuningwijze heeft op de trillingsverschijnselen. Een mathematisch te verifiëren geval is een ligger op verende ondersteuning (fig. 3).



¹⁾ Zie CUR-rapport nr. 17 „Vibration problems in prestressed concrete”, jan. 1960. In dit rapport wordt op de hier behandelde problemen dieper ingegaan.

Voor een vrije ongedempte trilling werd gevonden: $Ely'''' = \mu\omega^2 y$. Stelt men $\mu\omega^2 = a^4 EI$ en $\alpha = \frac{1}{2}al$, dan geldt als k de veerconstante is:

$$\frac{kl^3}{EI} = 4\alpha^3(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tgh}\alpha) \quad \text{en} \quad \frac{\omega}{\omega_0} = \left(\frac{\alpha}{\pi/2}\right)^2,$$

als ω_0 optreedt bij $k = \infty$ (vast scharnier). In tabel 1 zijn enkele waarden van ω/ω_0 vermeld bij bijbehorende kl^3/EI .

Om een indruk van de orde van grootte te krijgen kan b.v. worden verondersteld dat bij een puntlast in het midden van de ligger de indrukking van de veer (f_1) gelijk is aan de helft van de maximale doorbuiging van de ligger (f_2), dus:

$$f_1 = \frac{P}{2k} = \frac{1}{2}f_2 = \frac{1}{2} \frac{Pl^3}{48EI}, \quad \text{of} \quad \frac{kl^3}{EI} = 48$$

Tabel 1.

| $\frac{kl^3}{EI}$ | $\frac{\omega}{\omega_0}$ |
|-------------------|---------------------------|
| ∞ | 1 |
| 202,59 | 0,912 |
| 73,36 | 0,794 |
| 39,23 | 0,685 |
| 23,54 | 0,584 |
| 14,72 | 0,490 |
| 9,28 | 0,405 |
| 5,76 | 0,328 |

Hierbij behoort blijkens tabel 1: $\omega/\omega_0 = 0,7$, hetgeen dus een aanzienlijke vermindering van de eigenfrequentie betekent.

Hoewel omtrent het gedrag van de opleggingen zoals deze in werkelijkheid voorkomen vrijwel niets bekend is, en het bovenstaande dus geen bruikbare kwantitatieve gegevens kan verstrekken, blijkt hieruit toch wel dat de invloed die de wijze van uitvoering der opleggingen op de grootte van de eigenfrequentie der balken kan hebben groot is.

3.3.6 Afleiding van de trillingseis

In 3.3.2 is afgeleid dat voor balken, die aan de einden vrij op vaste ondersteuning zijn opgelegd, (13) geldt:

$$n_e = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}},$$

waarin n_e de eigen hoofdfrequentie en μ de massa per eenheid van lengte is. De frequentie van de dynamische belasting zij n . Om resonantie te voorkomen wordt als eis gesteld dat n_e en hogere harmonischen voldoende van n afwijken. Om praktische redenen volgt hieruit dat n_e groter moet zijn dan de maximale waarde van n :

$$n_e > n_{\max} \dots \dots \dots (15)$$

Als ongunstig geval, dat bepalend is voor de dimensionering van de balk, wordt beschouwd een belasting door een groep personen, waarvan een aantal gezamenlijk ritmisch beweegt op zodanige wijze dat men nog juist niet los van de grond komt, vergelijk 3.3.1.

Wanneer een object met bepaalde massa zich op de ligger bevindt dan heeft dit object invloed op de trillingsverschijnselen. Deze invloed kan in rekening worden gebracht door de *massakracht* – een schijnkracht die volgens de uitdrukkingwijze van d'Alembert „evenwicht” maakt met de contactkracht tussen object en ligger – als *dynamische belasting* in te voeren. In het geval dat frequentie en amplitude van het belastend object dezelfde zijn als van het contactpunt met de ligger heeft men de keus tussen twee mogelijkheden: de

massakracht als dynamische belasting invoeren of de massa van het object als *meetrillende massa* beschouwen.¹⁾ Welke van deze twee beschouwingwijzen wordt toegepast is in de meeste gevallen afhankelijk van de gegevens die bekend zijn. Zo verdient het invoeren van de massakracht als dynamische belasting de voorkeur wanneer een grens wordt gesteld aan de mogelijke dynamische belasting, als b.v. geen trekverbinding tussen belasting en vloer aanwezig is of, bij belasting door personen, om fysieke redenen. De massa van het object als meetrillende massa beschouwen heeft voordelen als de verbinding tussen object en ligger star is en de amplitude dus eerst bekend moet zijn voor men de massakracht kan bepalen.

Bij de toepassing van deze theorie zullen de massakrachten van de belasting u , die b.v. uit bewegende personen bestaat, als dynamische belasting worden ingevoerd, terwijl van de resterende belasting $(q_w - u)$, gevormd door eigen gewicht ligger, vloerdelen, vloerbedekking, meubilair e.d., de massa als meetrillende massa wordt beschouwd.

Bezien we nu een ligger waarop werken: een statische belasting q_w (eigen gewicht ligger, vloerdelen, vloerbedekking, meubilair, personen) en een dynamische belasting u_t (personen), waarbij $u_t = u \sin vt$.

Als meetrillende massa wordt nu in rekening gebracht: $\frac{q_w - u}{9,81}$, terwijl u als dynamische belasting wordt gerekend.

Wanneer iedereen stil staat, dus $u = 0$, geldt:

$$(n_e)_{u=0} = n_0 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI \cdot 9,81}{q_w}}$$

Voor $u \neq 0$ is:

$$(n_e)_u = n_e = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI \cdot 9,81}{q_w - u}}$$

Hieruit volgt:

$$n_e = n_0 \sqrt{\frac{q_w}{q_w - u}} \dots \dots \dots (16)$$

Steeds blijkt $n_e > n_0$ te zijn; voor zeer kleine waarden van u echter wordt n_e praktisch gelijk aan n_0 . Aan eis (15) wordt dus zeker voldaan als geldt:

$$n_0 \geq \varphi n_{\max} \dots \dots \dots (17)$$

waarin φ een „veiligheidscoëfficiënt” is. Deze schrijfwijze heeft het voordeel

¹⁾ Ook in het geval dat het bewegende object een andere amplitude heeft dan de vloer zelf, kan men het bewegende object als meetrillende massa beschouwen, die dan door een veer met de vloer is verbonden. Op deze berekening als „twee massa-systeem” is door Prof. Ir. B. H. H. ZWEERS gewezen.

dat nu bij gegeven q_w een voor de constructie *vaststaande* grootte aan een bepaalde voorwaarde moet voldoen. De waarde n_e van een constructie is immers afhankelijk van de belasting u die op de ligger werkt, terwijl n_0 onafhankelijk is van de grootte van de dynamische belasting.

Wordt nu de in het bovenstaande gevonden waarde voor n_0 in (17) ingevuld, waarbij 9,81 op rond 10 wordt gesteld, dan krijgt men:

$$\frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{0,1q_w}} \geq \varphi \cdot n_{\max}$$

De zo gevonden voorwaarde kan nog verder worden getransformeerd. Voor de doorbuiging bij een statische belasting q_w is immers:

$$f_{q_w} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_w l^4}{EI} = 0,013 \frac{q_w l^4}{EI},$$

zodat
$$EI = \frac{0,013 q_w l^4}{f_{q_w}}.$$

Dus:
$$\frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{0,013 q_w l^4}{0,1 q_w f_{q_w}}} = \frac{0,566}{\sqrt{f_{q_w}}} \geq \varphi \cdot n_{\max}$$

of:
$$f_{q_w} \leq \frac{0,32}{\varphi^2 n_{\max}^2} \dots \dots \dots (18)$$

Voor n_{\max} is in 3.3.1 de waarde 3,5 Hz gesteld. Rest nog de grootte van φ te bepalen.

De waarde van de „veiligheidscoëfficiënt” φ in (17) wordt zodanig gekozen dat de kans van optreden van resonantie zeer klein wordt. De factoren die hierop van invloed zijn worden nu achtereenvolgens besproken.

- a. De kans op het optreden van een grotere waarde voor n_{\max} dan de gekozen waarde van 3,5 Hz wordt zeer klein geacht. Op een zeer slappe vloer zal dit misschien mogelijk zijn, omdat dan de vloer zelf een amplitude heeft en de personen ten opzichte daarvan dus nauwelijks behoeven te bewegen. Bij stijvere vloeren, zodra n van n_0 afwijkt, kan een dergelijke fysieke topprestatie vrijwel onmogelijk door een hele groep personen geleverd worden. Als „veiligheidscoëfficiënt” wordt aangehouden $4/3,5 = 1,15$.
- b. De kans dat n_0 een kleinere waarde heeft dan berekend wordt groter geacht. Allereerst is er de kans dat q_w groter is dan werd verondersteld. De invloed hiervan op de grootte van n_0 is (daar q_w onder het wortelteken voorkomt in de formule voor n_0) evenwel gering. Ditzelfde geldt voor een afwijking in de in te voeren waarde voor de elasticiteitsmodulus $E = (10^5 \text{ kgf/cm}^2)$, waarbij tevens kan worden opgemerkt dat er altijd een aantal balken tegelijkertijd aan de krachtsoverdracht zal meewerken, waarvoor een gemiddelde waarde van E als hier gegeven zeker aanvaardbaar is. Een belangrijker punt in dit verband is, zoals in 3.3.5 bleek, de wijze waarop de

opleggingen van de balken fungeren. De formules in het bovenstaande zijn afgeleid voor balken op vrije opleggingen. Bij inklemming wordt de waarde van n_0 aanzienlijk vergroot (bij volkomen inklemming 2,3 maal), bij verende ondersteuning bleek echter een reductie van n_0 op te treden. Over de opleggingen van houten balken is bekend dat zij in het algemeen vrij slecht worden uitgevoerd. Wat dit precies voor invloed op n_0 heeft is niet te berekenen, het lijkt echter verstandig hier een niet te kleine marge aan te houden, terwijl het aanbeveling verdient dat meer aandacht wordt besteed aan een goede ondersteuning van het gehele oplegvlak der balken. Als „veiligheidscoëfficiënt” wordt aangehouden 1,5.

- c. De invloed van de demping op de waarde van n_0 is (zie 3.3.4) gering, maar de vergrotingsfactor R wordt hierdoor, wanneer n en n_e tot elkaar naderen, aanzienlijk verkleind. Deze gunstige invloed van de demping, over de grootte waarvan geen gegevens ter beschikking stonden, wordt niet in rekening gebracht maar als extra veiligheid beschouwd.

Gezien deze factoren en hun invloed op de kans dat resonantie optreedt lijkt het verantwoord voor $\varphi = 1,15 \cdot 1,5 = 1,75$ aan te houden.¹⁾ Voor constructies die in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn (gymnastiek-, dansvloeren e.d.) lijkt het gewenst de veiligheid tegen resonantie groter te nemen dan bij constructies die minder aan trillingen blootstaan. Daartoe wordt voor bedoelde constructies een waarde van $\varphi = 2,5$ aangehouden.

Invullen van de afgeleide waarden voor n_{\max} en φ in (18) geeft als trillingseis:

1. voor constructies die niet in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn:

$$f_{q_w} \leq 0,85 \text{ cm} \dots \dots \dots (19)$$

2. voor constructies die wel in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn:

$$f_{q_w} \leq 0,4 \text{ cm} \dots \dots \dots (20)$$

In het bovenstaande is f_{q_w} de elastische doorbuiging ten gevolge van de werkelijk optredende belasting q_w . Dikwijls zal echter niet q_w maar de gelijkwaardige belasting q_g het gegeven zijn waarop de constructie moet worden berekend. Daar nu geldt: $q_g = \lambda q_w$ is ook $f_{q_g} = \lambda f_{q_w}$, en dus kan (19) geschreven worden als:

$$f_{q_g} \leq 0,85\lambda \text{ cm.}$$

In 4.1 worden de waarden die de coëfficiënt λ kan aannemen nader bepaald. Hierop vooruitlopend wordt voor $\lambda = 1,53$ ingevuld. Dit geeft voor de trillingseis achtereenvolgens:

¹⁾ Opgemerkt wordt dat de coëfficiënt φ betrekking heeft op de minimale eigenfrequentie n_0 : $\varphi = n_0/n_{\max}$. De bij een bepaalde belasting werkelijk aanwezige „veiligheidscoëfficiënt” $\psi = n_e/n_{\max}$ volgt uit:

$$\frac{n_0}{\varphi} = \frac{n_e}{\psi}, \text{ dus } \psi = \frac{\varphi}{\sqrt{1-u/q_w}}$$

1. voor constructies die niet in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn:

$$f_{q_0} \leq 1,3 \text{ cm} \dots \dots \dots (19a)$$

2. voor constructies die wel in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn:

$$f_{q_0} \leq 0,6 \text{ cm} \dots \dots \dots (20a)$$

3.3.7 Sterkte-eis en resonantiegevaar

In 3.3.6 is voor de „veiligheidscoëfficiënt” φ tegen resonantie de waarde 1,75 ingevuld in de eis (17): $n_0 \geq \varphi \cdot n_{\max}$. Behalve een resonantiegevaar bestaat er ook de mogelijkheid dat de toelaatbare spanningen worden overschreden. In 3.2 is daarom bij de afleiding van de sterkte-eis gesteld dat de onder „normale omstandigheden” maximaal optredende spanning niet groter dan $\bar{\sigma}$ mag worden. Thans zal nader worden aangegeven wat onder „normale omstandigheden” wordt verstaan.

Een constructie waarbij de eigenfrequentie n_0 gelijk is aan de berekende waarde en waarbij de frequentie van de dynamische belasting n ten hoogste gelijk is aan $n_{\max} = 3,5 \text{ Hz}$ wordt in deze beschouwing geacht onder „normale omstandigheden” te verkeren. Dit betekent dat de in 3.2 afgeleide sterkte-eis luidt: $\sigma_{q_0} \leq \bar{\sigma}$ bij $n_0 \geq 1,75 n_{\max}$. Een constructie wordt sterk genoeg geacht voor gevallen waarin ten gevolge van een of meer der in 3.3.6 opgesomde mogelijkheden n_0 kleiner wordt dan $1,75 n_{\max}$. Immers, er bestaat een ruime marge tussen de toelaatbare spanning en de breukspanning, terwijl bovendien bij resonantiegevaar de demping, waarvan de gunstige invloed werd verwaarloosd, de vergrotingsfactor R aanzienlijk reduceert.

3.4 Doorbuigingseis

3.4.1 Algemeen

Een houten balk die aan een belasting is onderworpen krijgt een doorbuiging. Deze doorbuiging kan gesplitst worden in een direct optredend, elastisch gedeelte f_{e1} en een na verloop van tijd optredende doorbuiging, veroorzaakt door kruip, f_{kr} . Zonder hier op het verschijnsel kruip nader in te gaan (reden waarom een onderscheiding van de kruip in een elastisch en een blijvend gedeelte achterwege blijft) wordt vermeld dat door invoering van het begrip kruiplimiet de doorbuiging f_{kr} kan worden uitgedrukt in f_{e1} .

Deze kruiplimiet m is de vormverandering na lange tijd ten gevolge van de kruip, gedeeld door de elastische (directe) vormverandering:

$$m = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon_{kr}}{\varepsilon_{e1}} \dots \dots \dots (21)$$

Als m_b de kruiplimiet bij buiging is kan dus f_{kr} uitgedrukt worden in f_{e1} volgens:

$$f_{kr} = m_b f'_{e1} \dots \dots \dots (22)$$

Hierin is f'_{e1} de elastische doorbuiging behorende bij de belasting die de kruip veroorzaakt. Verondersteld wordt hierbij dat het superpositiebeginsel geldt, hetgeen bij dergelijke constructies veelal juist is. De uiteindelijke maximale doorbuiging f_{tot} is dan te vinden uit:

$$f_{tot} = f_{e1} + f_{kr} \dots \dots \dots (23)$$

3.4.2 Kwantitatieve benadering van f_{tot}

Voor aan twee einden opgelegde, rechthoekige balken geldt voor de doorbuiging in het midden:

$$f_{e1} = \beta \frac{M_{max}}{EI} l^2,$$

waarin β een factor is, afhankelijk van de belastingverdeling, variërend van 0,083 (puntlast in het midden) tot 0,104 (gelijkmatig verdeelde belasting). Gesteld wordt $\beta = 0,1$. Wordt verder E constant verondersteld en gelijk genomen aan $E = 10^5$ kgf/cm², en wordt ingevuld $M_{max} = \sigma_{max} W$ en $I = \frac{1}{2} h W$, dan wordt:

$$f_{e1} = 0,2 \cdot 10^{-5} \sigma_{max} \frac{l^2}{h} \dots \dots \dots (24)$$

Voor de waarde van σ_{max} wordt genomen de grootste spanning waarop de constructie is berekend; deze hoeft niet gelijk te zijn aan $\bar{\sigma}$, maar zal uit economische overwegingen deze waarde zoveel mogelijk benaderen. Voorts wordt $\bar{\sigma} = 70$ kgf/cm² gesteld. Uit (24) volgt dan:

$$f_{e1} = 0,2 \cdot 10^{-5} \cdot 70 \frac{l^2}{h} = 0,14 \cdot 10^{-3} \frac{l^2}{h}.$$

Een gebruikelijke waarde voor $h = l/20$ invullend, geeft het bovenstaande: $f_{e1} = f_{qg} = 0,14 \cdot 10^{-3} \cdot 20 l$, waaruit volgt (afgerond):

$$f_{qg} = \frac{l}{350} \dots \dots \dots (25)$$

hetgeen dus een indruk geeft van de orde van grootte van de elastische doorbuiging van balken zoals deze heden ten dage voorkomen.

Daar voor het optreden van kruip tijd nodig is zal niet elke belastingcomponent die bijdraagt tot het ontstaan van σ_{max} en f_{e1} ook een evenredig groot aandeel in f_{kr} met zich meebrengen. Wanneer de spanning die optreedt bij de belasting die de kruip veroorzaakt de kruipspanning σ' wordt genoemd, dan is $f_{kr} = m_b f'_{e1}$, of:

$$f_{kr} = m_b \frac{\sigma'}{\sigma_{max}} f_{e1} \dots \dots \dots (26)$$

De grootte van de kruipspanning σ' is moeilijk vast te stellen. Zij houdt verband met de grootte van de permanente belasting en met het gesommeerde effect van korter durende belastingen. Daar in de beginperiode dat een be-

lasting werkzaam is de kruipsnelheid veel groter is dan wanneer de belasting langere tijd heeft gewerkt en de perioden gedurende welke een belasting werkzaam is gesommeerd moeten worden ter bepaling van de kruip, is het duidelijk dat ook met niet-permanente belastingen van niet te korte duur rekening moet worden gehouden. Wanneer de volgende veronderstellingen worden gemaakt: $\sigma'/\bar{\sigma} = \frac{1}{3}$ (hierbij rekening houdende met het feit dat f_{e1} door de belasting q_g en f_{kr} door een gedeelte van de werkelijk aanwezige belasting q_w worden veroorzaakt) en $m_b = 2$ (het vochtgehalte van het hout, tijdens de bouw en later, heeft op deze waarde invloed), dan volgt uit (26): $f_{kr} = 2 \cdot \frac{1}{3} f_{e1} = \frac{2}{3} f_{e1}$.

Daar de ingevulde waarden voor m_b en $\sigma'/\bar{\sigma}$ slechts schattingen zijn, kan in het algemeen gesteld worden: $f_{kr} = (0,5 \text{ à } 1) f_{e1}$ en dus:

$$f_{tot} = (1,5 \text{ à } 2) f_{e1} \dots \dots \dots (27)$$

3.4.3 Afleiding van de doorbuigingseis

Een begrenzing van de totale doorbuiging f_{tot} richt zich zowel naar constructieve als esthetische motieven (vergelijk 1.1 en 2.2), zoals het zichtbaar doorhangen of scheuren van een plafond, het klemmen van deuren en dergelijke. Het beste in overeenstemming hiermede lijkt een begrenzing van de verhouding f/l , hetgeen ook in vele andere landen plaats vindt. Uit 3.4.2 is gebleken dat f_{tot} bij de meeste houten vloerconstructies gelijk is aan 1,5 à 2 maal f_{e1} zoals deze wordt berekend ten gevolge van de belasting q_g . Wegens dit verband tussen f_{tot} en f_{e1} is het mogelijk de elastische doorbuiging als maat voor f_{tot} te nemen en dus aan f_{e1} een eis te stellen.

Daar permanente belastingen, zoals het eigen gewicht g van de constructie, een grote invloed op de kruip kunnen hebben wordt f_{e1} wel berekend bij een belasting $2g$ of $(2g+p)$, vergelijk formule (7). Hiertegen kan echter worden aangevoerd dat dan in het geval van geringe g , wat meestal een relatief slappe vloer betekent, het gedeelte van de belasting p dat permanent of veelvuldig aanwezig is onvoldoende in rekening wordt gebracht. Omdat de invloed van dit gedeelte van de nuttige belasting p dus voor verschillende constructies sterk kan variëren is het moeilijk een voor alle gevallen bevredigende oplossing te geven. Ter wille van de eenvoud wordt daarom veelal f_{e1} berekend bij de totale belasting q_g . Het verdient zeker aanbeveling in bepaalde gevallen, wanneer grote permanente belastingen zullen voorkomen, met de hierdoor te veroorzaken grotere kruip rekening te houden.

Bij gebruikelijke constructies is blijkens (25) f_{q_g} gemiddeld ongeveer gelijk aan $l/350$, hetgeen in de meeste gevallen geen aanleiding tot onaangenaamheden schijnt te geven. Uit 2.2 volgt dat in het buitenland geldende voorschriften voor de doorbuigingseis in de hier gegeven betekenis waarden geven die variëren van $l/300$ tot $l/360$, waarbij laatstgenoemde waarde meer geldt voor vloeren die met de Nederlandse vloerconstructies vergelijkbaar zijn.

Deze beide omstandigheden leiden tot de volgende formulering van de doorbuigingseis:

$$f_{a_g} \leq \frac{l}{350} \dots \dots \dots (28)$$

3.5 Stijfheidseis

3.5.1 Afleiding van de stijfheidseis

De wijze waarop het al of niet stijf zijn van een vloerconstructie wordt ervaren is moeilijk in een omschrijving te vatten. Veelal wordt een vloer slap genoemd omdat bij het belopen trillingen van voorwerpen (b.v. kopjes op een tafel) optreden. Ook kan het doorbuigen van de balken gevoeld worden of dendert de vloer bij het belopen.¹⁾ Een aantal van deze verschijnselen zullen waarschijnlijk samenhangen met of hun verklaring vinden in de gevoeligheid voor trillingen van de constructie, waarbij de verschillende bevestigingen (oplegging van de balken in de muur, bevestiging vloerdelen) een belangrijke rol kunnen spelen.

In het voorgaande is ter beperking van trillingsverschijnselen een eis afgeleid. Om ook andere aspecten van de „stijfheidservaring”, met name het voelen doorbuigen van een vloer, te dienen wordt hier een tweede eis afgeleid, die ter onderscheiding van de trillingseis de stijfheidseis wordt genoemd.

De doorbuiging van de balken is een functie van de balkafmetingen, de overspanning l , de balkafstand a en de belasting P . Deze laatste is het gewicht van de persoon (personen) die de vloer beloopt (belopen). Het al of niet aanwezig zijn van een statische belasting met haar bijbehorende doorbuiging verandert aan de thans beschouwde doorbuiging niets, heeft dus ook geen invloed op deze stijfheidsbeleving (wel op de trillingsverschijnselen, die hiermee samenhangen). Een en ander betekent dat ter bepaling van het stijfheids-criterium gerekend kan worden met een van l onafhankelijke belasting P . De ongunstigste stand van de belasting is in het midden van de overspanning, de doorbuiging wordt dan:

$$f_P = \frac{P a l^3}{48 EI}$$

Deze doorbuiging moet kleiner blijven dan een bepaalde waarde f_{\max} , zodat de stijfheidseis geformuleerd kan worden als:

$$f_P \leq f_{\max} \dots \dots \dots (29)$$

Als p de nuttige belasting is waarop de vloer wordt berekend, dan geldt:

$$f_p = \frac{5}{384} \frac{p a l^4}{EI} \text{ en dus } \frac{f_P}{P} = \frac{f_p}{\frac{5}{8} p l} \text{ of:}$$

$$f_P = 1,6 \frac{P}{p} \cdot \frac{f_p}{l} \dots \dots \dots (30)$$

¹⁾ Er wordt op gewezen dat deze verschijnselen niet alleen voorkomen bij het zelf belopen van een vloer, maar eveneens bij het anderen „voelen lopen”.

Het heeft voordelen om de verhouding P/p constant te kiezen. Op deze wijze wordt namelijk de stijfheidseis gekoppeld aan het gebruik dat men van een vloer normaliter maakt. Een gymnastiekvloer wordt bij voorbeeld anders gebruikt dan een woonhuisvloer, en men verlangt van de eerste dat die een grotere stijfheid zal hebben. Dit verschil in gebruik dat men van de vloeren maakt komt tot uitdrukking in de grootte van de gelijkwaardige belasting $p (=p_g)$. Door nu de verhouding P/p constant te houden levert (29) in beide gevallen een bij deze gelijkwaardige belasting behorende zelfde stijfheids criterium. Zou men een woonhuisvloer als gymnastiekvloer gaan gebruiken dan zal die vloer op een beoordelende persoon dus een slappe indruk maken, waar geen enkel bezwaar tegen bestaat. Duidelijk moet hier onderscheiden worden dat het stijfheids criterium alleen een esthetisch karakter heeft en generlei mate van veiligheid inhoudt. Het voorkómen van gevaarlijke en ongewenste toestanden wordt uitsluitend gediend door de in 3.2, 3.3 en 3.4 afgeleide sterkte-, trillings- en doorbuigingseisen. Combinatie van (29) en (30) geeft:

$$f_{p_g} \leq \frac{l}{A} \dots \dots \dots (31)$$

waarin A een voor alle vloerconstructies constante waarde heeft.

Deze eis is van dezelfde vorm als de in de T.G.B. 1955 voorkomende stijfheidseis. Voor woonhuisvloeren geeft de T.G.B.: $A = 500$ voor $l \geq 5,25$ m. Reeds eerder ¹⁾ is er door Prof. Ir. A. DE HEER op gewezen dat het ontbreken van een eis voor kleinere l een lacune is. Hij stelde voor om voor $l < 5,25$ m een soortgelijke voorwaarde te stellen met als ondergrens $A = 400$. Daar verder een waarde van $A = 400$ à 500 tot in de praktijk voldoende stijve vloeren schijnt te leiden en een dergelijke waarde ook in buitenlandse voorschriften wordt gevonden, lijkt zij aannemelijk.

Uit de gegeven beschouwingen volgt dat het niet juist is voor in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren een andere stijfheidseis aan te leggen. De in de T.G.B. 1955 vermelde waarde $A = 800$ voor dergelijke vloeren wordt daarom hier niet overgenomen: een scherpere trillingseis, zoals in 3.3. is afgeleid, geeft de noodzakelijke beveiliging.

Resumerend blijkt dus dat wensen op het gebied van de stijfheid voor alle vloerconstructies leiden tot een eis van de gedaante (32):

$$f_{p_g} \leq \frac{l}{400 \text{ à } 500} \dots \dots \dots (32)$$

3.5.2 Vereenvoudiging; aansluiting bij de doorbuigingseis

In de paragrafen 3.3, 3.4 en 3.5.1 zijn een drietal eisen afgeleid betreffende de doorbuiging f_{e1} , achtereenvolgens een begrenzing van f_{e1} veroorzaakt door

¹⁾ HEER, PROF. IR. A. DE, Besparingen bij houten vloerconstructies door een meer rationele berekening; oktober 1957 (intern rapport).

de totale gelijkwaardige belasting q_g , van f_{e1}/l veroorzaakt door deze zelfde belasting en van f_{e1}/l ten gevolge van de gelijkwaardige nuttige belasting p_g . Daar steeds aan alle drie criteria moet worden voldaan is enige vereenvoudiging wel gewenst. Dit blijkt gemakkelijk mogelijk te zijn. Om dit aanschouwelijk te maken zijn de trillingseis (19a) resp. (20a) en de doorbuigingseis (28) voor een aantal gebruikelijke belastingcombinaties in de figuren 4 en 5 voor niet resp. wel in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren uitgezet. (De in figuur 4 voorkomende belastingcombinatie $q/p = 350/200$ kgf/m² is ter vergelijking gegeven en kan beschouwd worden als een verdiepingvloer met geluidisolerende laag). Tevens zijn in de beide figuren stijfheidseisen aangegeven, en wel in figuur 4 de eis (32) met voor $l \geq 5,25$ m de waarde $l/500$ en voor $l < 5,25$ m de waarde $l/400$, en in figuur 5 de eis volgens de huidige T.G.B. alleen. In beide grafieken zijn de grenswaarden van de balkhoogte h gegeven als functie van de overspanning l , wanneer een zoveel mogelijk volledige benutting van de balken, dus $\sigma_q = 70$ kgf/cm² is verondersteld. (Voor kleinere waarden van σ_q vindt een gelijkvormige transformatie van alle krommen plaats).

Voor een aantal waarden van l zijn voor verschillende belastingcombinaties de meest economische oplossingen¹⁾ voor de vloerconstructie berekend en in de grafieken aangegeven. Vanwege de discontinuïteit in de bestaande balkafmetingen is in een enkel geval meer dan één oplossing mogelijk en wordt het beeld ietwat vertroebeld. Desalniettemin blijkt bij beschouwing van b.v. achtereenvolgens de belastingcombinaties $q/p = 240/200$, $280/200$ en $350/200$ dat bij een bepaalde waarde van σ_q en l bij grotere waarden van q kleinere waarden van h toelaatbaar zijn volgens de stijfheidseis, terwijl de meest economische oplossingen juist een tegengesteld beeld vertonen. Met andere woorden: het verloop van de stijfheidseis (en van de nu geldende T.G.B.-eis) is bij gelijkblijvende p oneconomisch.

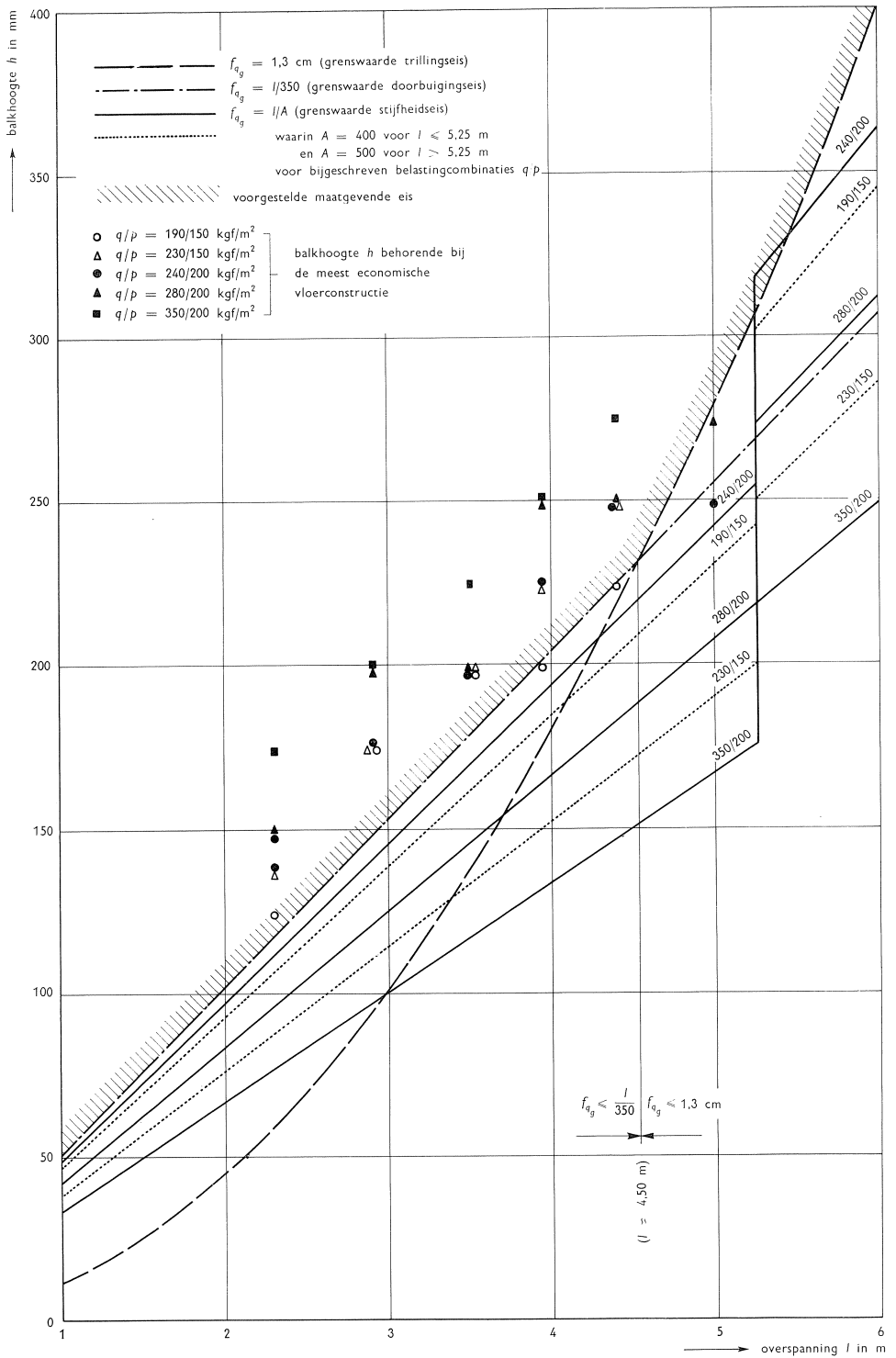
Hoewel het feit dat een bepaalde eis niet noodzakelijk tot economische constructies leidt op zich zelf geen bezwaar geacht kan worden, zou opheffing van de geconstateerde tendentie als een verbetering zijn te beschouwen. Uit figuur 4 blijkt dat een eis van de gedaante (28): $f_{q_g} \leq l/350$ de stijfheid in gelijke of betere mate waarborgt als de eis (32), terwijl door deze vervanging de doorbuigings- en stijfheidseisen gelijkkluidend zijn geworden, hetgeen een grote vereenvoudiging is.

Uit het bovenstaande volgt dat, evenals de doorbuigingseis, ook de stijfheidseis geformuleerd wordt als aangegeven in (28) nl.:

$$f_{q_g} \leq \frac{l}{350}$$

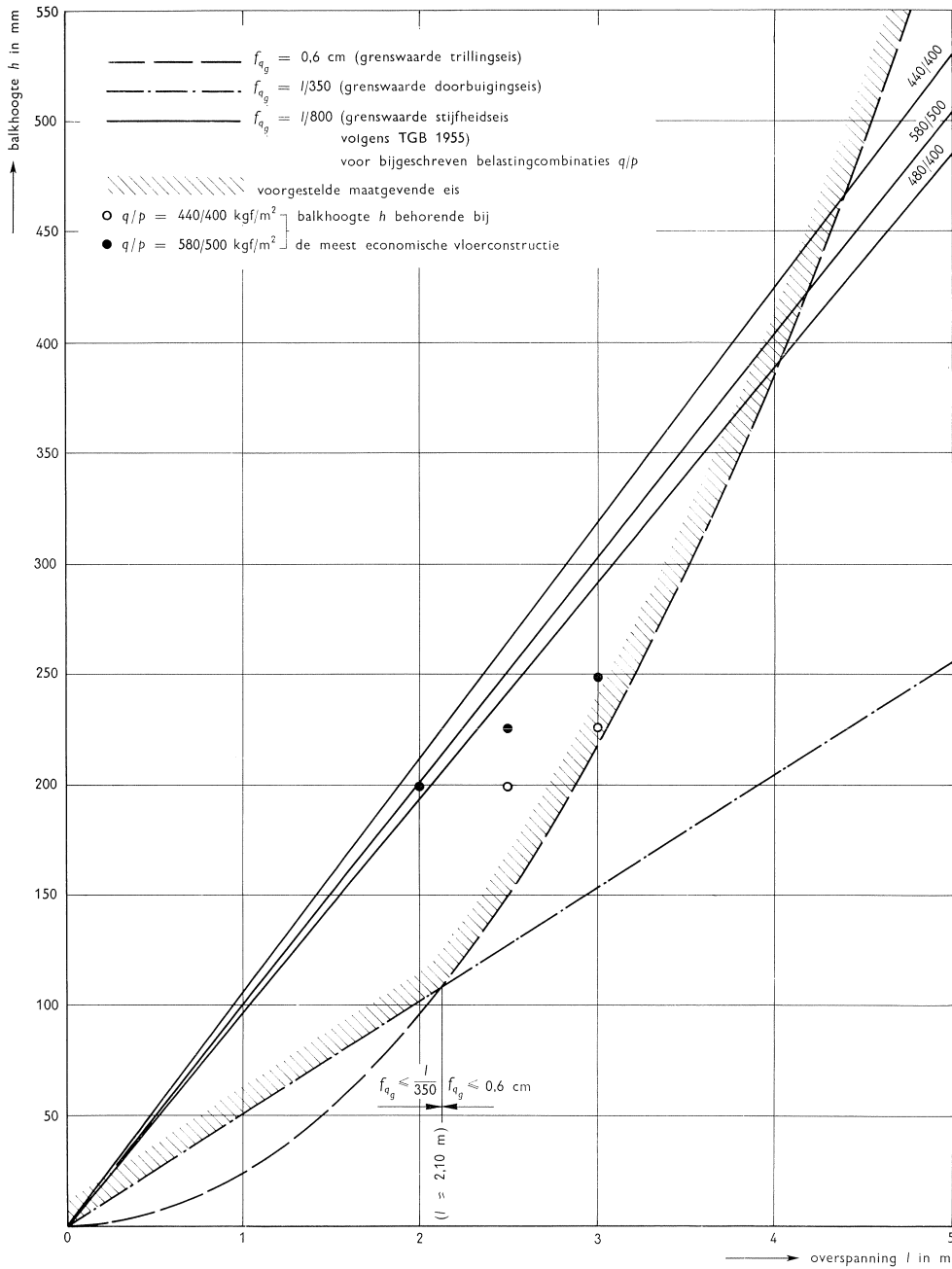
¹⁾ Als meest economische oplossing is in dit verband de vloerconstructie met een minimaal materiaalverbruik beschouwd, waarbij om praktische redenen $b \geq 52$ mm (factuurmaat) en $b \geq \frac{1}{4} h$.

Fig.



Trillings-, doorbuigings- en stijfheidseisen voor *wel* in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren, voor $\sigma_{aq} = 70 \text{ kgf/cm}^2$.

Fig. 5. Trillings-, doorbuigings- en stijfheidseisen voor *niet* in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren, voor $\sigma_{aq} = 70 \text{ kgf/cm}^2$.



3.6 Recapitulatie der afgeleide eisen

In het voorgaande zijn de volgende eisen afgeleid:

1. voor het waarborgen van voldoende sterkte een *sterkte-eis* (12):

$$\sigma_{q_g} \leq \bar{\sigma}$$

2. voor het begrenzen van de uiteindelijke doorbuiging f_{tot} en voor het waarborgen van een zekere stijfheid een *doorbuigings- en stijfheidseis* (28):

$$f_{q_g} \leq \frac{l}{350}$$

3. voor het voorkómen van schadelijke gevolgen door trillingen een *trillingseis*, die luidt:

- a. voor vloeren die niet in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn (19a):

$$f_{q_g} \leq 1,3 \text{ cm}$$

- b. voor vloeren die wel in belangrijke mate aan trillingen onderhevig zijn (20a):

$$f_{q_g} \leq 0,6 \text{ cm}$$

De eisen (19a) resp. (20a) en (28) overlappen elkaar en het is gemakkelijk in te zien dat b.v. voor niet in belangrijke mate aan trillingen onderhevige vloeren voor $l \leq 4,50$ m alleen de eis (28) maatgevend is (vergelijk figuur 4). Dit betekent dat behalve aan de sterkte-eis (12) slechts aan één eis betreffende f_{q_g} , afhankelijk van de grootte van l , moet worden voldaan. In tabel 2 zijn de aan f_{q_g} te stellen eisen samengevat.

Tabel 2. Samenvatting van de aan f_{q_g} te stellen eisen.

| | | |
|---|-------------------------|-------------------------------|
| alle gevallen, behalve de hieronder genoemde | $l \leq 4,50 \text{ m}$ | $f_{q_g} \leq l/350$ |
| | $l > 4,50 \text{ m}$ | $f_{q_g} \leq 1,3 \text{ cm}$ |
| in geval van bijzondere trillingsinvloed (TGB 1955 art. 39) | $l \leq 2,10 \text{ m}$ | $f_{q_g} \leq l/350$ |
| | $l > 2,10 \text{ m}$ | $f_{q_g} \leq 0,6 \text{ cm}$ |

4 Aanvullende beschouwingen

4.1 De grootte van de gelijkwaardige belasting q_g

Hoewel het vaststellen van de grootte van de belastingen waarop constructies berekend moeten worden buiten het bestek van dit artikel valt, heeft het zijn nut hieraan enige aandacht te besteden.

De grootte van de gelijkwaardige belasting q_g volgt uit (2): $q_g = \lambda q_w$. Eerst wordt nu nagegaan welke waarden de coëfficiënt λ kan hebben. Vervolgens

worden waarden aangenomen voor de grootte van de werkelijk aanwezige totale belasting q_w ; dit geschiedt in aansluiting op de in de huidige T.G.B. voorkomende waarden voor de nuttige belasting. Ten slotte wordt aangegeven op welke wijze de gelijkwaardige belasting q_g voor bepaalde gevallen kan worden bepaald.

De waarde van de coëfficiënt λ volgt uit gelijkstelling van de formules (1) en (2):

$$\lambda q_w = q_w + R u, \quad \text{hetgeen voor } \lambda \text{ geeft:}$$

$$\lambda = 1 + R \frac{u}{q_w}$$

Voor R wordt de in (14) gevonden waarde $R = \frac{1}{1 - n^2/n_0^2}$ ingevuld. Met (16) wordt dit:

$$R = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{n_0^2} \cdot \frac{q_w - u}{q_w}} = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{n_0^2} + \frac{n^2}{n_0^2} \cdot \frac{u}{q_w}}$$

zodat voor λ wordt gevonden:

$$\lambda = 1 + \frac{1}{1 - \frac{n^2}{n_0^2} + \frac{n^2}{n_0^2} \cdot \frac{u}{q_w}} \cdot \frac{u}{q_w} \quad \dots \dots \dots (33)$$

Voor verschillende waarden van n/n_0 is λ in figuur 6 uitgezet als functie van u/q_w . Beschouwing van deze figuur laat zien dat voor een zeer kleine waarde van n/n_0 , waarbij dus R praktisch gelijk aan 1 is, $\lambda = 1 + u/q_w$ wordt. Bij deze stijve vloer vraagt het van de op de vloer aanwezige personen een massale en goed gecoördineerde inspanning om λ een grote waarde te doen bereiken. Voor $n/n_0 = 1$ daarentegen is het „opzwiepen” van de vloer veel gemakkelijker. Er geldt dan steeds $\lambda = 2$, onafhankelijk van de grootte van u/q_w . Zodra $n > n_0$ kan worden is voor een bepaalde waarde van u de vergrotingsfactor $R = \infty$ (ook hierbij demping buiten beschouwing gelaten). Zolang echter $n < n_0$ kan λ niet groter worden dan 2, *zodat in het algemeen gesteld kan worden dat de waarde van λ tussen 1 en 2 is gelegen, afhankelijk van n/n_0 en u/q_w .*

Met behulp van figuur 6 is voor een aantal in de huidige T.G.B. voorkomende waarden van de nuttige belasting p berekend wat de werkelijk aanwezige belasting q_w is, voor een drietal waarden van n/n_0 , namelijk achtereenvolgens 0, 0,5 en 0,6. De berekening geschiedt als volgt: gegeven zij een vloer met een werkelijk eigen gewicht $g = g_w = 80 \text{ kgf/m}^2$, die volgens de T.G.B. 1955 moet worden berekend op $p = p_g = 200 \text{ kgf/m}^2$. Dan is dus $q_g' = 80 + 200 = 280 \text{ kgf/m}^2$. (Ter onderscheiding van $q_g = g_g + p_g$ wordt deze uit de T.G.B. verkregen waarde voor de totale belasting $g_w + p_g = q_g'$ genoemd).

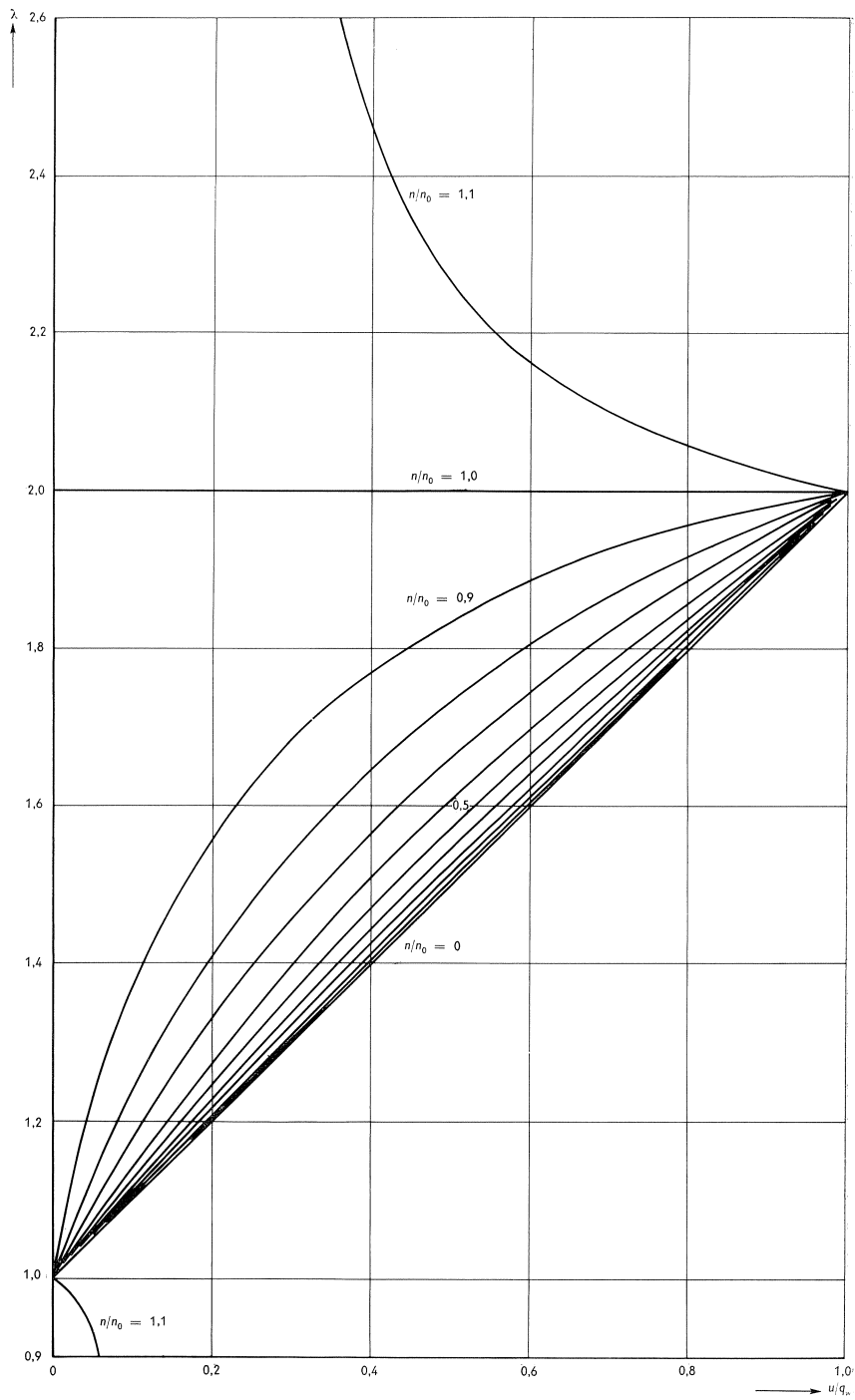


Fig. 6. λ als functie van q_w en u voor verschillende waarden van n/n_0 .

Hieruit volgt bij $n/n_0 = 0,5$: $\lambda = 1,61$ (te vinden door proberen in figuur 6), $q_w = 280 : 1,61 = 174 \text{ kgf/m}^2$, $u_{\max} = 174 - 80 = 94 \text{ kgf/m}^2$. Op deze wijze te werk gaande zijn de in tabel 3 vermelde waarden gevonden.

Tabel 3. Waarden van de werkelijk aanwezige totale belasting q_w en de maximale dynamische belasting u_{\max} als functie van n/n_0 voor verschillende belastingcombinaties (belastingen in kgf/m^2).

| belastingcombinatie volgens T.G.B. 1955 | | | $n/n_0 = 0$ | | | $n/n_0 = 0,5$ | | | $n/n_0 = 0,6$ | | |
|---|-------|-------|-------------|-------|------------|---------------|-------|------------|---------------|-------|------------|
| q_g' | p_g | g_w | λ | q_w | u_{\max} | λ | q_w | u_{\max} | λ | q_w | u_{\max} |
| 220 | 200 | 20 | 1,83 | 120 | 100 | 1,87 | 117 | 97 | 1,88 | 117 | 97 |
| 240 | 200 | 40 | 1,71 | 140 | 100 | 1,76 | 136 | 96 | 1,79 | 134 | 94 |
| 190 | 150 | 40 | 1,65 | 115 | 75 | 1,70 | 112 | 72 | 1,73 | 110 | 70 |
| 280 | 200 | 80 | 1,55 | 180 | 100 | 1,61 | 174 | 94 | 1,64 | 171 | 91 |
| 230 | 150 | 80 | 1,48 | 155 | 75 | 1,54 | 149 | 69 | 1,57 | 147 | 67 |
| 350 | 200 | 150 | 1,40 | 250 | 100 | 1,45 | 242 | 92 | 1,48 | 237 | 87 |
| 480 | 400 | 80 | 1,71 | 280 | 200 | 1,77 | 271 | 191 | 1,79 | 269 | 189 |

Bij bestaande vloerconstructies onder de in 3.3.7 omschreven „normale omstandigheden”, waarbij in de trillingseis $n_0 \geq \varphi \cdot n_{\max}$ de waarde van $\varphi = 1,75$, dus $n/n_0 = 0,57$ (afgerond 0,6), ligt de waarde van n/n_0 tussen 0 en 0,6, waarbij het om redenen van economie aannemelijk is dat bij grote n ($=n_{\max}$) een verhouding $n/n_0 = 0,5$ à 0,6 het meest voor zal komen. Hierbij behoren, zie tabel 3, waarden van u_{\max} die bij eenzelfde waarde van p_g niet veel blijken te verschillen. Deze waarden van u_{\max} zijn de maximale nuttige belastingen die werkelijk aanwezig mogen zijn, dus $u_{\max} = p_w$. In tabel 4 is de bij een bepaalde waarde van p_g behorende grootte van p_w (afgerond), zoals deze uit tabel 3 volgt, nogmaals vermeld.

Tabel 4. Bij elkaar behorende waarden van de gelijkwaardige nuttige belasting p_w en de werkelijk aanwezige nuttige belasting p_g (in kgf/m^2).

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| p_g | 150 | 200 | 400 |
| p_w | 70 | 95 | 190 |

Deze waarden voor de werkelijk optredende nuttige belastingen lijken alleszins redelijk en worden in het navolgende aangehouden. De waarde van q_w volgt nu eenvoudig door bij p_w het werkelijk aanwezige eigen gewicht te tellen: $q_w = g_w + p_w$.

Nu moet nog de grootte van λ worden bepaald om de gelijkwaardige belasting q_g te kunnen berekenen. Maatgevend voor de sterkte-, stijfheids- en doorbuigingseis is de grootste waarde van λ . Uit de verhouding van p_w ($=u_{\max}$)

en q_w kan met behulp van figuur 6 (bij $\varphi = 1,75$) de maximale waarde worden bepaald die λ in een bepaald geval kan aannemen: λ_{\max} . Deze waarde ingevuld in (2): $q_g = \lambda q_w$ geeft dan de gelijkwaardige belasting waarop de constructie moet worden berekend. In tabel 5 zijn de verschillende waarden vermeld. Opgemerkt wordt dat de maximale waarde van λ ook eenvoudig uit formule (33) volgt door hierin in te vullen $u = u_{\max} = p_w$ en $n/n_0 = 1/\varphi$:

$$\lambda_{\max} = 1 + \frac{1}{1 - 1/\varphi^2 + 1/\varphi^2 \cdot p_w/q_w} \cdot p_w/q_w \quad \text{of, met } q_w = g_w + p_w:$$

$$\lambda_{\max} = 1 + \frac{p_w}{p_w + (1 - 1/\varphi^2) g_w} \dots \dots \dots (34)$$

Tabel 5. De grootte van de gelijkwaardige belasting q_g in (kgf/m²).

| g_w | p_w | q_w | u_{\max}/q_w | λ_{\max} | q_g |
|-------|-------|-------|----------------|------------------|-------|
| 20 | 95 | 115 | 0,82 | 1,88 | 216 |
| 40 | 95 | 135 | 0,70 | 1,78 | 240 |
| 40 | 70 | 110 | 0,64 | 1,72 | 189 |
| 80 | 95 | 175 | 0,54 | 1,64 | 287 |
| 80 | 70 | 150 | 0,47 | 1,57 | 235 |
| 150 | 95 | 245 | 0,39 | 1,49 | 365 |
| 80 | 190 | 270 | 0,70 | 1,74 | 470 |

Een vergelijking van de waarden voor q_g uit tabel 5 met de waarden voor q_g' uit tabel 3 doet zien dat het in al deze gevallen aanvaardbaar is de uit de huidige T.G.B. te bepalen belastingen $q_g' = g_w + p_g$ aan te houden bij de berekening van houten vloerconstructies. Dat er tussen de overeenkomstige waarden van q_g en q_g' slechts een zeer klein verschil bestaat is een gevolg van het feit dat voor de grootte van p_w de uit de T.G.B. afgeleide waarden zijn aangehouden, en van het in 3.3.7 beschreven standpunt dat indien $\varphi < 1,75$ wordt ($n/n_0 > 0,6$) de toelaatbare spanning in de constructie mag worden overschreden. Zou men deze grens verleggen naar b.v. $n/n_0 = 0,9$ dan is er van een goede overeenstemming geen sprake meer. Het is daarom goed het verschil tussen beide wijzen van berekening van de gelijkwaardige belasting goed in het oog te houden. Bij de in de T.G.B. vermelde belastingen wordt alleen de nuttige belasting p vermenigvuldigd met een vergrotingsfactor, het eigen gewicht g wordt als werkelijk aanwezige belasting ingevoerd. Uit het voorgaande is genoegzaam gebleken dat dit niet juist is: de ingevoerde vergrotingsfactor R leidt tot een coëfficiënt λ waarmee de totale werkelijk optredende belasting q_w moet worden vermenigvuldigd om q_g te krijgen.

In de trillingseis, die met (19) geschreven kan worden als: $f_{q_g} \leq 0,85\lambda$ cm moet, zowel in het linkerlid (bij de berekening van f_{q_g}) als in het rechterlid dezelfde waarde van λ worden ingevuld. Het invullen van een grotere waarde

van λ in het rechterlid dan in het linkerlid leidt immers niet tot het gewenste resultaat: een ten minste 1,75-voudige veiligheid tegen resonantie. Dit betekent dan echter dat deze eis, wanneer gerekend wordt met de in tabel 5 vermelde gelijkwaardige belastingen, voor verschillende gevallen niet constant is.

Om nu toch een constante trillingseis te krijgen is in 3.3.6 voorgesteld in het rechterlid voor λ de waarde 1,53 in te vullen. Daar deze waarde altijd kleiner is dan één van de optredende waarden van λ_{\max} in tabel 5 voor in Nederland gebruikelijke vloerconstructies wordt op deze wijze, bij berekening van f_{q_g} bij de in tabel 5 vermelde waarden van q_g , een ten minste 1,75-voudige veiligheid tegen resonantie verkregen.

De juiste waarde van de „veiligheidscoëfficiënt” φ kan eenvoudig worden bepaald. Uit (18) volgt:

$$f_{q_g} \leq \frac{0,32\lambda}{\varphi^2 n^2_{\max}} = \frac{0,026\lambda}{\varphi^2} = 0,013 \text{ m, dus } \varphi = \sqrt{\frac{0,026}{0,013}} \lambda$$

Voor de trillingseis (20) wordt op overeenkomstige wijze gevonden:

$\varphi = \sqrt{\frac{0,026}{0,006}} \lambda$. In tabel 6 is een overzicht gegeven van de bij de verschillende waarden van q_g behorende waarden van φ .

Tabel 6. De waarde van de „veiligheidscoëfficiënt” tegen resonantie, φ bij gebruikmaking van de formules (19a) en (20a).

| | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|
| q_g | 216 | 240 | 189 | 287 | 235 | 365 | 470 |
| φ | 1,94 | 1,89 | 1,85 | 1,81 | 1,77 | 1,72 | 2,74 |

Opgemerkt wordt dat bij toepassing van de formules (19) en (20) in plaats van (19a) en (20a) de waarde van φ in alle gevallen gelijk aan 1,75 zou zijn, behalve in het laatste geval (bij $q_g = 470 \text{ kgf/m}^2$) waarbij $\varphi = 2,5$ zou zijn.

Bij het aanhouden van de T.G.B.-waarden voor de totale belasting q_g' worden waarden voor φ gevonden die zeer weinig van de in tabel 6 vermelde waarden afwijken.

4.2 Enquête

Ten einde enig inzicht te krijgen in de gevoelsmatige stijfheidswaardering van verschillende vloerconstructies zijn een drietal houten vloeren opgesteld en door een aantal personen beproefd. De gegevens van de vloeren zijn:

Vloer A: $l = 4,40 \text{ m}$, balken $52 \times 230 \text{ mm}$, 625 mm h.o.h.;

Vloer B: $l = 2,30 \text{ m}$, balken $52 \times 115 \text{ mm}$, 560 mm h.o.h.;

Vloer C: $l = 2,30 \text{ m}$, balken $165 \times 65 \text{ mm}$, 575 mm h.o.h. (balken op hun plat gelegd).

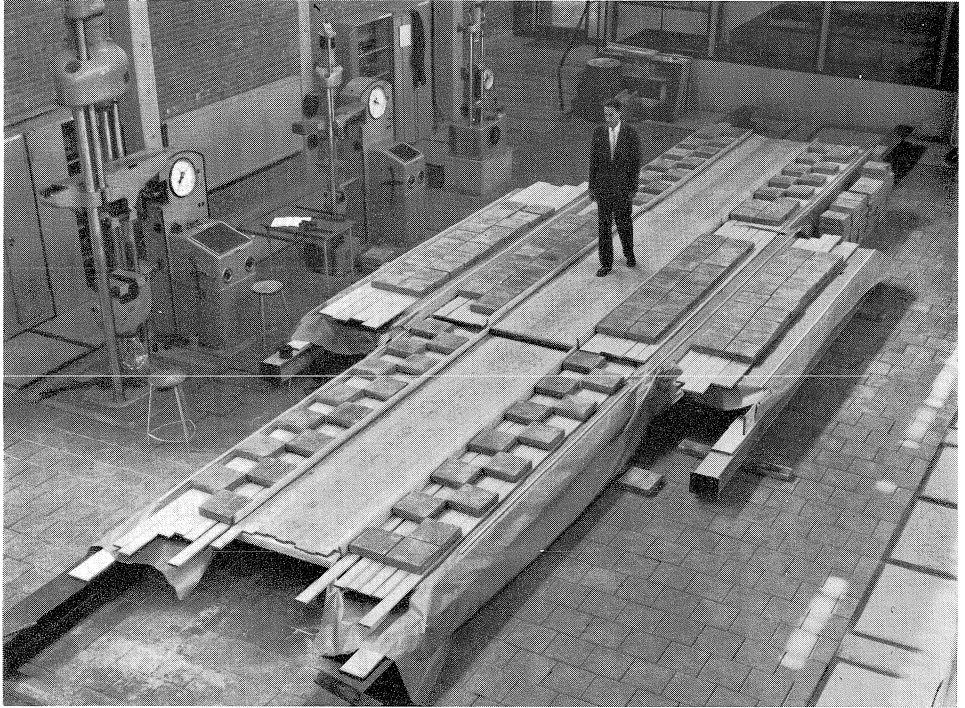


Fig. 7. Overzicht proefopstelling.

In het midden van elke vloer was een looppad ter breedte van 1 m aangebracht van 24 mm dik vloerhout (blijvende maat 21 mm). De vloeren waren zodanig gelegd dat de looppaden in elkaars verlengde lagen. Elk looppad was circa 4 m lang (zie fig. 7).

De vloeren zijn alle berekend op een belasting $q_g'/p_g = 190/150 \text{ kgf/m}^2$ volgens de T.G.B. 1955, zodanig dat bij volbelasting $\sigma_{q_g} = \bar{\sigma} = 70 \text{ kgf/cm}^2$ bedroeg. De elastische doorbuiging f_{q_g} , alsmede de reciproke waarden van de relatieve doorbuiging f_{q_g}/l en (ter vergelijking) van f_{p_g}/l zijn berekend en vermeld in onderstaande tabel 7.

Tabel 7. Berekende waarden van f_{q_g} , l/f_{q_g} en l/f_{p_g} .

| vloer | f_{q_g} cm | l/f_{q_g} | l/f_{p_g} |
|-------|--------------|-------------|-------------|
| A | 1,26 | 350 | 440 |
| B | 0,70 | 330 | 415 |
| C | 1,24 | 185 | 235 |

De vloeren A en B komen dus volgens de in paragraaf 3 ontwikkelde theorie wat stijfheid betreft nagenoeg overeen (bijna zelfde f/l), de vloeren A en C zouden in dezelfde mate aan trillingen onderhevig moeten zijn (gelijke f_{q_g}).

De oplegging van de balken vond plaats via een duims plank op een zware stalen balk. Bij vloer A waren maatregelen genomen om een beweging van de vloer als geheel in horizontale richting te verhinderen. Uiteraard zijn de vloerconstructies niet direct vergelijkbaar met vloeren onder praktijkomstandigheden. Van het meten van absolute grootheden is onder andere daarom afgezien. Een onderlinge vergelijking van de drie vloeren is echter zeer goed mogelijk.

De vloeren zijn in twee toestanden onderzocht: onbelast en belast. In onbelaste toestand waren alleen de vloerdelen aanwezig, in belaste toestand werd een aantal betontegels gelijkmatig verdeeld over het niet belopen oppervlak aangebracht. De belasting is zo berekend dat zij tezamen met de te ondervragen personen juist een volbelaste vloer geeft.

Een controlemeting toonde aan dat zowel onbelast als belast de doorbuigingen van de balken van A en B onder een puntlast (die dus evenredig zijn met de in tabel 7 vermelde waarden van f_{el}/l) nagenoeg gelijk waren (A iets groter dan B), terwijl bij C aanzienlijk grotere doorbuigingen optraden. In onbelaste toestand werden iets grotere doorbuigingen gemeten dan in belaste toestand, waarschijnlijk een gevolg van het niet geheel aanliggen van de opleggingen in onbelaste toestand.

Een aantal personen is gevraagd een waarderingsoordeel over de vloeren te geven en dit te motiveren. Steeds werden de drie vloeren dus tegelijkertijd of onbelast of belast beproefd. Een directe vergelijking belast-onbelast was niet mogelijk. In tabel 8 zijn enkele resultaten vermeld.

Tabel 8. Beoordeling der vloeren.

| | onbelast | belast |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| beste vloer | A 10× B 22× A=B 8× | A 8× B 35× A=B 1× |
| slechtste vloer | C 40× | A 10× C 31× A=C 3× |
| totaal aantal ondervraagden | 40 | 44 |

Wanneer aan de oordelen der personen de volgende waarderingen worden toegekend:

- 5 = beste vloer
- 4 = tussenin, dicht bij beste vloer
- 3 = midden tussenin
- 2 = tussenin, dicht bij slechtste vloer
- 1 = slechtste vloer

dan wordt het gemiddelde waarderingscijfer voor elke vloer zoals vermeld in tabel 9.

Tabel 9. Waarderingscijfer per vloer.

| vloer | A | B | C |
|----------|-----|-----|-----|
| onbelast | 4,1 | 4,7 | 1,0 |
| belast | 2,9 | 4,8 | 1,4 |

Een vergelijking van de belaste met de onbelaste toestand doet een sterke verschuiving ten nadele van vloer A zien. Vloer B werd algemeen als een zeer stijve vloer ervaren, zowel belast als onbelast, terwijl vloer C steeds zeer slap werd genoemd.

Bij de ondervragingen werd veelal het volgende geconstateerd. In *onbelaste* toestand maakte vloer A op vele personen een iets „stabielere” indruk dan B. Bij belopen werd A dikwijls als stijver ervaren, terwijl bij springen of hard lopen B stijver werd gevonden.

In *belaste* toestand was de manier waarop men over de vloeren liep van grote invloed op het oordeel. Bij rustig lopen werd door een aantal personen de voorkeur gegeven aan A. Wanneer men echter op de vloer stond en een ander voelde passeren kreeg onmiddellijk B de voorkeur. Gevraagd naar het waarom van bepaalde antwoorden was het steeds het trillen van A dat een ongunstige indruk gaf, het „stijfheidsgevoel” bleef zeer plezierig. Er waren ook personen die onmiddellijk A als ongewenst aanwezig, de reden was ook hierbij de „akelige trilling”. Daar een aantal personen op zodanige wijze liep dat zij geen trillingen veroorzaakten en dus ook niet konden voelen, is waarschijnlijk het waarderingscijfer voor A in belaste toestand nog te geflatteerd.

De meeste personen gaven blijk, bewust of onbewust, een vloer op twee criteria te beoordelen: op trillingen en op „een prettig belopen”, „een vaste indruk”, „een mate van doorbuiging” of iets dergelijks.

Zowel in belaste als in onbelaste toestand zijn de vloeren aan een „hosebelaasting” onderworpen: door een tiental personen werd tegelijk ritmisch op de vloer bewogen of gesprongen. Steeds werd daarbij vloer B als verreweg de gunstigste aangewezen en de vloeren A en C beide als nogal aan trillingen onderhevig bevonden. In onbelaste toestand was vloer C de slechtste; in belaste toestand waren A en C beide zeer slecht. De trilling voelde bij A anders aan dan bij C.

Concluderend blijkt dat de volgende tendenties werden geconstateerd: Weinig verschil tussen A en B wat betreft de stijfheid (beide gunstig), een naderen van A tot C wat betreft de trillingen, in sterkere mate indien belast (beide ongunstig). Dit stemt geheel overeen met de in par. 3 afgeleide theorie, zodat de gehouden enquête als een bevestiging daarvan kan worden gezien.